

可靠性工学

张福学 著

中国科学技术出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了可靠性的数学基础、评定方法和应用,还包括了著者从事固态压电惯性传感器和医疗仪器可靠性研究的成果。全书共分十二章,第一、二章分别简述掌握可靠性理论所必须的概率论和数理统计基础;第三章论述统计失效模型;第四、五章论述寿命分布的点估计和区间估计方法;第六章简述一般电子产品的恒应力寿命试验和加速寿命试验;第七章简述指数分布寿命型复杂系统的可靠性评定模型;第八章简述可靠性筛选;第九、十章分别论述抽样检验和假设检验;第十一、十二章简述系统可靠性。全书有可靠性和质量管理的实用示例180例。

本书可供电子、宇航和机械等部门从事可靠性工作的研究、设计和试验人员阅读,亦可供大学概率统计,计算机、电子和管理科学等专业的高年级学生、研究生和教师参考。

(京)新登字175号

可 靠 性 工 学

张福学 著

责任编辑:赵兰慧

封面设计:胡焕然

*

中国科学技术出版社出版(北京海淀区白石桥路32号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京市燕山联营印刷厂印刷

*

开本:850×1168毫米 1/32 印张:21.25 插页:2 字数:570千字

1992年7月第1版 1992年7月第1次印刷

印数:1—1,750册 定价:12.20元

ISBN 7-5046-0492-5/T·5

目 录

第一章 概率论基础	1
§1.1 集合论基础.....	1
§1.2 事件与样本空间.....	7
§1.3 事件间的关系与运算.....	9
§1.4 概率.....	14
§1.5 条件概率.....	18
§1.6 排列、组合与抽样问题.....	27
§1.7 随机变量及其概率分布.....	32
§1.8 联合、边际和条件概率分布.....	41
§1.9 累积分布函数.....	55
参考文献.....	61
第二章 统计理论基础	63
§2.1 随机变量的数字特征.....	63
§2.2 母函数、矩母函数和特征函数.....	77
§2.3 拉氏变换和梅林变换.....	89
§2.4 中位数和众数.....	94
§2.5 一些基本的分布.....	95
§2.6 诱导分布.....	101
§2.7 可靠性理论中要用到的一些极限定理.....	137
§2.8 次序统计量.....	143
参考文献.....	160
第三章 统计失效模型	162
§3.1 失效率.....	162
§3.2 泊松过程和指数分布.....	165
§3.3 Γ 分布.....	173

§3.4	韦布尔分布	175
§3.5	龚贝尔(极值)分布	179
§3.6	对数正态分布	183
§3.7	失效时间的一般分布	185
§3.8	混合、合成和竞争性风险模型	190
§3.9	随机失效率模型	195
§3.10	二元指数分布	199
§3.11	疲劳寿命模型	207
§3.12	小结	214
	参考文献	214
第四章	寿命分布的点估计和区间估计	217
§4.1	参数估计问题	217
§4.2	指数分布的点估计问题	225
§4.3	指数分布的区间估计	235
§4.4	正态分布的区间估计	252
§4.5	最小二乘法	259
§4.6	非参数方法	270
	参考文献	275
第五章	寿命分布的图估法和线性无偏估计法	277
§5.1	正态分布寿命的图估法	277
§5.2	对数正态分布寿命的图估法	284
§5.3	韦布尔分布寿命的图估法	291
§5.4	对数正态分布寿命的线性无偏估计	299
§5.5	韦布尔分布的线性无偏估计	307
	参考文献	327
第六章	恒应力寿命试验和加速寿命试验	328
§6.1	恒应力寿命试验和加速寿命试验应注意的问题	329
§6.2	图估计法	333
§6.3	阿伦尼斯方程和逆幂律的加速系数和常数	341

§6.4	简单线性无偏估计法	345
§6.5	最好线性无偏估计法	352
§6.6	压电陀螺的恒应力寿命特征和加速系数	358
	参考文献	366
第七章	指数分布寿命型复杂系统的可靠性评定模型	368
§7.1	复杂系统可靠性试验的特点	368
§7.2	贝叶斯方法与经典方法的比较	369
§7.3	泊松概型——无验前信息时用指数分布寿命型数据 评定产品的可靠性	373
§7.4	广义泊松概型——有验前信息时用指数分布寿命型 数据评定产品的可靠性	376
§7.5	研制阶段MTBF增长的评定模型	377
§7.6	指数分布寿命型分系统组成的串联系统的可靠性 评定模型	383
§7.7	指数分布寿命型分系统组成的并联系统的可靠性 评定模型	392
§7.8	指数分布寿命型分系统的金字塔式的多级综合评定 模型	397
	参考文献	404
第八章	可靠性筛选	405
§8.1	可靠性筛选的意义	405
§8.2	筛选方法的选择	405
§8.3	筛选方法	408
§8.4	筛选方法和筛选应力的确定	411
§8.5	筛选时间的确定	426
§8.6	实用例——压电陀螺用元器件的筛选	431
	参考文献	436
第九章	抽样检验	437
§9.1	计数抽样检验的基本原理	437
§9.2	二次计数抽样检验	450

§9.3	计数序贯抽样检验	454
§9.4	指数分布的失效率抽样检验	463
§9.5	指数分布的平均寿命抽样检验	474
§9.6	韦布尔分布的抽样检验	496
	参考文献	513
第十章	假设检验	514
§10.1	统计假设检验	514
§10.2	指数分布参数的假设检验	520
§10.3	韦布尔分布参数的假设检验	526
§10.4	正态分布参数的假设检验	533
§10.5	分布的皮尔逊检验	542
§10.6	柯尔莫哥洛夫检验	547
§10.7	分布的似然比检验	559
§10.8	截尾试验条件下的几种检验方法	566
	参考文献	592
第十一章	不可修复系统的可靠性	593
§11.1	串联系统	593
§11.2	并联系统	596
§11.3	混联系统	599
§11.4	n 中取 k 的表决系统	600
§11.5	贮备系统	603
§11.6	单元失效率依赖工作单元数的系统	611
§11.7	桥式系统	613
第十二章	可修复系统的可靠性	620
§12.1	系统可靠性的数量指标	620
§12.2	马尔可夫过程	622
§12.3	一个单元的可修复系统	627
§12.4	可修复的串联系统	630
§12.5	可修复的并联系统	636
§12.6	$K/n(G)$ 系统一个修理工的情况	645

参考文献..... 647

附表..... 648

第一章 概率论基础

本章简述概率论中一些与可靠性和质量管理有关的基础知识。

§ 1.1 集合论基础

1.1.1 集合

通常把具有某种共同性质的一组事物称为“集合”。一般集合用一个大写字母(如 A)表示,而集合中的事物称元素,用小写字母表示。例如,正偶数的集合

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

也可写成

$$A = \{y \mid y = 2I, I \text{ 是正整数}\}$$

显然,该集合中所有元素的性质是 y 必须是一个正偶数。

集合按其包含元素的多少可划分为三类,即

1. **零集**(或空集) 没有元素的集合称为零集(或空集),以 ϕ 表示。

2. **有限集** 若一个集合 A 的元素与有限个自然数形成的集合 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 一一对应(其中 n 是有限的),则称 A 是一个有限集。

3. 无限集

(1) **可数的无限集**: 若集合 A 的元素与自然数全体 $\{1, 2, \dots, n, \dots\}$ 一一对应,则 A 是可数无限的,称可数的无限集。例如

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$B = \{-1, -2, \dots, -n, \dots\}$$

$$C = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n+1}, \dots \right\}$$

都是可数的无限集。

(2) 不可数的无限集：若集合 A 既不是空集、有限集，也不是可数无限集，则称 A 是不可数的无限集。例如：

$$A = \{x \mid 0 < x < 1\}$$

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

1.1.2 集合的运算

若元素 a 属于集合 A ，则记作 $a \in A$ ；若元素 a 不属于集合 A ，则记作 $a \notin A$ 或 $a \bar{\in} A$ 。

若集合 A_1 的每个元素也是集合 A_2 的元素，则称 A_1 为 A_2 的子集，记作 $A_1 \subseteq A_2$ 。

如果 $A_1 \subseteq A_2$ ，且 $A_2 \subseteq A_1$ ，则称 A_1 与 A_2 相等，记作 $A_1 = A_2$ 。

讨论中所考虑的元素的全称为论域或空间，用 S 表示。

设 $A \subset S$ ，我们称集合 $\bar{A} = \{a \mid a \in S, \text{但} a \notin A\}$ 是 A (关于 S) 的余集，记作 $\bar{A}$ 或 $(S - A)$ 。例如，如果

$$A = \{y \mid 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\}$$

$$S = \{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$$

那么

$$\bar{A} = \{y \mid \frac{1}{2} < y \leq 2\}$$

(1) 集合的并

设 A_1 与 A_2 是两个集合，称集合

$$A_1 \cup A_2 = \{a \mid a \in A_1 \text{或} a \in A_2\}$$

是 A_1 与 A_2 的并集。例如，如果 $A_1 = \{0 \leq y \leq 1\}$ ， $A_2 = \{\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\}$ ，那么

$$A_1 \cup A_2 = \{0 \leq y \leq \frac{3}{2}\}$$

显然，并集的概念可推广为

$$A = \bigcup_{i=1}^k A_i = \{a \mid a \text{至少属于某个} A_i\}$$

或

$$A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \{a \mid a \text{ 至少属于某个 } A_i\}$$

(2) 集合的交

设 A_1 与 A_2 是两个集合, 称集合

$$A_1 \cap A_2 = \{a \mid a \in A_1, \text{ 且 } a \in A_2\}$$

是 A_1 与 A_2 的交集。例如, 如果 $A_1 = \{0 \leq y \leq 1\}$, $A_2 = \{\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\}$, 那么

$$A_1 \cap A_2 = \{\frac{1}{2} \leq y \leq 1\}$$

显然, 交集的概念可推广为

$$A = \bigcap_{i=1}^k A_i = \{a \mid a \text{ 同时属于每一个 } A_i\}$$

或

$$A = \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \{a \mid a \text{ 同时属于每一个 } A_i\}$$

(3) 集合的常用关系式

应用定义及并集和交集运算, 能容易地建立如下常用的集合关系式:

$$\textcircled{1} A \cup A = A$$

$$\textcircled{2} A \cap A = A$$

$$\textcircled{3} A \cup S = S$$

$$\textcircled{4} A \cap S = A$$

$$\textcircled{5} \text{若 } A_1 \subset A_2, \text{ 则 } A_1 \cap A_2 = A_1$$

$$\textcircled{6} A \cup \bar{A} = S$$

$$\textcircled{7} \text{若 } \bar{A}_1 \subset A_2, \text{ 则 } \bar{A}_2 \subset A_1$$

$$\textcircled{8} A \cap \bar{A} = \phi$$

$$\textcircled{9} \phi \subset A, A \text{ 是任意集合}$$

$$\textcircled{10} A \cup \phi = A$$

$$\textcircled{11} A \cap \phi = \phi$$

$$\textcircled{12} A_2 = (A_2 \cap A_1) \cup (A_2 \cap \bar{A}_1)$$

以上各式字母的意义，如前所述。

(4) 集合的子集个数

设集合 A 是一个有限集， $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ ，则集合 A 的所有子集共 2^n 个。证明如下：

$\because$ ① ϕ 是 A 的一个子集；

② 每次从 A 中取出 1 个元素 构成 $\binom{n}{1}$ 个子集；

③ 每次从 A 中取出 2 个元素 构成 $\binom{n}{2}$ 个子集；

.....

④ 每次从 A 中取出 n 个元素 构成 $\binom{n}{n}$ 个子集。

$\therefore A$ 总共有子集个数

$$N = 1 + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

这是因为由二项式定理

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

令 $a=b=1$ ，则得

$$2^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}$$

例1.1 如果 $A_1 \cap A_2 = \phi$ ，则称 A_1 与 A_2 是互不相容的集合。设 $A_2 = \{y | 0 \leq y \leq 3\}$ ， $A_1 = \{y | \frac{1}{2} \leq y \leq 3\}$ ，试将 A_2 写成两个互不相容的集的并，而其中一个是 A_1 。

解：如图1.1所示，令 $A_3 = A_2 - A_1$ ，则 $A_3 \cap A_1 = \phi$ ，故

$$A_2 = A_1 \cup A_3$$

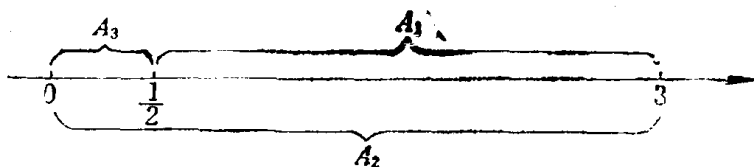


图 1.1 $A_2 = A_1 \cup A_3$ 的示意图

例1.2 证明 $\overline{(\bar{A})} = A$

证: $\because$ (1) 任取一个元素 $a \in \overline{(\bar{A})} \Rightarrow a \notin \bar{A} \Rightarrow a \in A \Rightarrow \overline{(\bar{A})} \subset A$;

(2) 任取一个元素 $a \in A \Rightarrow a \notin \bar{A} \Rightarrow a \in \overline{(\bar{A})} \Rightarrow A \subset \overline{(\bar{A})}$.

$$\therefore \overline{(\bar{A})} = A$$

例1.3 证明

$$(1) \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)} = \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i ; \quad (2) \overline{\left(\bigcap_{i=1}^k A_i \right)} = \bigcup_{i=1}^k \bar{A}_i$$

证(1): $\because$ ①任取一个元素 $a \in \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)} \Rightarrow a \notin \bigcup_{i=1}^k A_i \Rightarrow a \notin A_i (i=1, 2, 3, \dots, k) \Rightarrow a \in \bar{A}_i (i=1, 2, 3, \dots, k) \Rightarrow$

$$a \in \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i \Rightarrow \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)} \subset \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i$$

②任取一个元素 $a \in \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i \Rightarrow a \in \bar{A}_i (i=1, 2, 3, \dots, k) \Rightarrow a \notin A_i (i=1, 2, \dots, k) \Rightarrow a \notin \bigcup_{i=1}^k A_i \Rightarrow a \in \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)}$

$$\Rightarrow \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i \subset \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)}$$

$$\Rightarrow \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i \subset \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)}$$

$$\therefore \overline{\left(\bigcup_{i=1}^k A_i \right)} = \bigcap_{i=1}^k \bar{A}_i$$

证(2): $\because$ ①任取一个元素 $a \in \overline{\left(\bigcap_{i=1}^k A_i \right)} \Rightarrow a \notin \bigcap_{i=1}^k A_i (a$ 至

少不属于某一个 A_i^* $\Rightarrow a \in \bar{A}_i^*$ (至少属于一个 $\bar{A}_i^*$) $\Rightarrow a \in \bigcup_{i=1}^k \bar{A}_i$

$$\Rightarrow \overline{\left(\bigcap_{i=1}^k A_i \right)} \subset \bigcup_{i=1}^k \bar{A}_i$$

②任取一个元素 $a \in \bigcup_{i=1}^k \bar{A}_i$ (a 属于某一个 $\bar{A}_i^*$) $\Rightarrow$

$$a \notin A_i^* \Rightarrow a \notin \bigcap_{i=1}^k A_i \Rightarrow a \in \overline{\left(\bigcap_{i=1}^k A_i \right)} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^k \bar{A}_i \subset \overline{\left(\bigcap_{i=1}^k A_i \right)}$$

$$\therefore \overline{\left(\bigcap_{i=1}^k A_i \right)} = \bigcup_{i=1}^k \bar{A}_i$$

例1.4 设有三个集合 A_1, A_2, A_3 的元素均属于 S , 试将 A_3 写成互不相容的集合的并。

解: 如图1.2所示, A_3 可写成二、三、四个互不相容的集合的并:

- (1) $A_3 = [A_3 \cap (A_1 \cup A_2)] \cup [A_3 \cap \overline{(A_1 \cup A_2)}]$
- (2) $A_3 = (A_3 \cap \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) \cup (A_3 \cap A_1) \cup (A_3 \cap A_2 \cap \bar{A}_1)$
- (3) $A_3 = (A_3 \cap \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) \cup (A_3 \cap A_1 \cap \bar{A}_2)$
 $\cup (A_3 \cap A_2 \cap \bar{A}_1) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_3)$

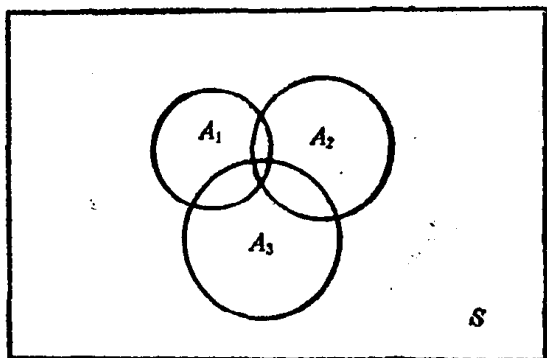


图 1.2 有集合 A_1, A_2, A_3 的 S

例1.5 设 A_1, A_2 均属于 S , 证明

$$S = (A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap \bar{A}_2) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2) \cup (\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2)$$

证: 如图1.3所示, 应用关系式

$$A_1 = (A_1 \cap \bar{A}_2) \cup (A_1 \cap A_2)$$

$$A_2 = (A_1 \cap A_2) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2)$$

$$\overline{(A_1 \cup A_2)} = (\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2)$$

$$(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_2) = (A_1 \cap A_2)$$

可得

$$\begin{aligned} S &= (A_1 \cup A_2) \cup \overline{(A_1 \cup A_2)} \\ &= (A_1 \cap \bar{A}_2) \cup (A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_2) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2) \\ &\quad \cup (\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) \\ &= (A_1 \cap \bar{A}_2) \cup (A_1 \cap A_2) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2) \cup (\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) \end{aligned}$$

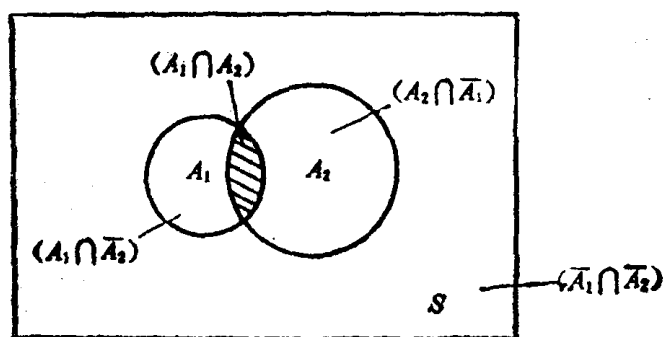


图 1.3 有集合 A_1, A_2 的 S

§ 1.2 事件与样本空间

1.2.1 事件

自然界和人类社会中的现象可分为三种情形, 即必然现象、随机现象和不可能现象。在概率论中, 所谓事件是指随机试

验的每一可能结果。

在一定条件下必然发生的事件称为必然事件，如在 高处的重物总是垂直落到地面是一个必然事件，记作 S 。

在一定条件下必然不可能发生的事件称不可能事件，记作 Φ_0 。

在一定条件下可能出现也可能不出现的事件称随机事件。

概率论是研究随机现象的数量规律的数学分支，它是数理统计学的基础。数理统计是研究如何收集、整理和分析带有随机性的数据，以对所考虑的问题做出推断和预测的一门数学学科。

1.2.1 随机试验与样本空间

我们对随机现象进行一次观察或试验统称为随机试验。这个试验在相同条件下可以重复进行，有多种可能的结果，所有可能的结果都可以预知，而每次试验的结果事前不可预言。例如，抛掷一个质地均匀的硬币是一个随机试验，它的所有可能结果是正面朝上和正面向下(反面)，但每一次试验事先无法预言是应出现正面或反面。

随机试验 E 可能出现的每一个基本结果 ω 称为 E 的一个基本事件，用 ω 表示。试验 E 的所有基本事件组成的集合 $\{\omega\}$ 称为 E 的样本空间，记作 S ，即 $S = \{\omega\}$ 。因此，基本事件 ω 又称为样本点。如 E = 一件产品从时间 $t = 0$ 开始工作，观察 T 个单位时间，看它是否在整个 T 时间内都工作：

ω_1 = 工作了 T 个工作时间；

ω_2 = 未工作到 T 个工作时间；

$S = \{\omega_1, \omega_2\}$

又如

E = 连续观察一件产品的工作寿命

$\omega_x = x$

$S = \{x | 0 \leq x < \infty\}$

例1.6 由两个单元组成的系统，当且仅当一个或两个同时

工作时才工作，令

$$S = \{\omega_1 = \text{单元1工作, 单元2不工作}, \\ \omega_2 = \text{单元1工作, 单元2工作}, \\ \omega_3 = \text{单元1不工作, 单元2工作}, \\ \omega_4 = \text{单元1不工作, 单元2不工作}\}$$

在 S 上确定一个函数 f ，该函数定义一个所谓的数值随机变量(见§1.7)，并描述系统的工作状态。

解：设单元1工作记为 $x = 1$ ，单元2工作记为 $y = 1$ ；单元1不工作记为 $x = -1$ ，单元2不工作记为 $y = -1$ 。那么

$$S = \{(x, y)\} = \{(1, -1), (1, 1), (-1, 1), (-1, -1)\}$$

故

$$f = f(x, y) = x + y = \begin{cases} x + y \geq 0 \\ x + y < 0 \end{cases}$$

§ 1.3 事件间的关系与运算

基本事件是一种不可再分的事件，但一个随机试验的一个事件不一定是基本事件。有的事件 A 可以看成是由若干个基本事件组成的集合，故这个事件 A 是样本空间 S 的一个子集。当且仅当事件 A 所包含的一个基本事件出现时，则称事件 A 出现。下面说明事件间的关系及事件的运算。

(1) 事件的包含关系

若事件 A 出现时，必导致事件 B 出现，则称 A 包含于 B ，记作 $A \subset B$ ，或称事件 B 包含 A 。

(2) 事件的相等

若事件 A 与事件 B 有下列关系：

$$A \subset B \quad \text{且} \quad B \subset A$$

则称 $A = B$ ，即事件 A 等于事件 B

(3) 事件的和

“事件 A 与事件 B 当中至少有一个出现”也是一个事件，称此

事件为 A 与 B 的和, 记作 $A \cup B$, 有时简记为 $A + B$ 。“事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 当中至少有一个事件出现”也是一个事件, 称此事件为 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 这 n 个事件之和, 记作 $\bigcup_{i=1}^n A_i$ 。同样, “事件 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 当中至少有一个事件出现”是一个事件, 称此事件为可列事件 $A_i (i=1, 2, 3, \dots)$ 之和, 记作 $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ 。

(4) 事件的积

“事件 A 和 B 同时发生”也是一个事件, 称此事件为 A 与 B 的积, 记作 $A \cap B$, 有时简记为 AB 。“事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 同时发生”也是一个事件, 记作 $\bigcap_{i=1}^n A_i$ 。同样, “事件 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 同时发生”也是一个事件, 记作 $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ 。

(5) 事件的差

“事件 A 出现而 B 不出现”也是一个事件, 称此事件为事件 A 与事件 B 的差, 记作 $A - B$ 。

(6) 如果事件 A 与事件 B 不可能同时出现, 即 $A \cap B = \emptyset$, 则称事件 A 与事件 B 是互不相容的事件。

(7) 对立事件

设 S 为样本空间。如果事件 A 和事件 B 满足

$$A \cup B = S, \text{ 且 } A \cap B = \emptyset$$

则称事件 A 和事件 B 是互逆事件, 且称 A 是 B 的对立事件或逆事件, 记作 $A = \bar{B}$ 或 $\bar{A} = B$ 。

(8) 互斥事件

若事件 A 与事件 B 只满足

$$A \cap B = \emptyset$$

则称事件 A 和事件 B 是互斥事件, 或称互不相容事件。显然基本事件间是互不相容的。人们通过长期的研究, 发现事件的运算与