

微积分 标准化 试题集

李运樵 主编 敖武峰 袁兆泰 编

国防科技大学出版社

微积分标准化试题集

李运樵 主编 敖武峰 裴兆泰 编

国防科技大学出版社

[湘]新登字009号

微积分标准化试题集

李运樵 主编

敖武峰 裘兆泰 编

责任编辑 吴 宜 朱淑娥

◆

国防科技大学出版社出版发行

新华书店总店科技发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

◆

开本：850×1168 1/32 印张：13.75 字数：345千字

1993年8月第1版第1次印刷 印数：1500册

ISBN 7-81024-204-0

0·21 定价：7.90元

内 容 简 介

本书是为高等理工科学校学生及自学微积分课程的读者编写的微积分客观型试题集，共编题1100余道，分为三部分：问题、答案和解答。试题内容广泛，新颖生动，富有启发性。

本书不仅可作为学习微积分的参考书，也可供数学教师在讲授微积分与命题中参考。

前 言

本书是为高等理工科学校学生及自学微积分课程的读者编写的微积分客观型试题集。题目分为是非题、单项选择题和填空题三类，共1100余道。全书由问题、答案与解答三部分组成，全部问题都给出了答案，大部分问题给出了详尽程度不同的解答，以便读者自学。试题覆盖面广，题目新颖有趣，富有知识性与启发性，难度适中。对读者加强“四基”（即基本概念、基本理论、基本方法与基本运算）的训练，对解答客观型试题能力的训练，都会起到有效的作用；对数学教师的教学与命题工作也有参考价值。

我校系统工程与数学系李运樵教授担任本书主编，他为本书的出版付出了辛勤劳动。第一章到第四章由裘兆泰同志负责编写，丁志昂同志提供了部分题目。第五章到第九章由敖武峰同志编写。吴克裘教授审阅了全书原稿，并提出了很多修改意见。本书的出版得到我校系统工程与数学系及出版社的大力支持，在此一并致谢。限于编者学识水平，加之时间仓促，尽管竭力而为，但仍难免挂一漏万，谬误之处难免，我们热忱欢迎读者批评指正。

编 者

1992年3月于长沙

本书所用符号

R	实数集
R^n	n 维 Euclid 空间
N	自然数集
Z	整数集
Q	有理数集
$C[a, b], C(R)$	$[a, b]$ 上 (或 R 上) 的连续函数集
$C^{(k)}[a, b], C^{(k)}(R)$	$[a, b]$ 上 (或 R 上) 的 K 阶连续可微函数集
$R[a, b]$	$[a, b]$ 上的 Riemann 可积函数集
$X \cup Y$	集 X 与 Y 的和集
$X \cap Y$	集 X 与 Y 的交集
X/Y	集 X 与 Y 的差集
$U(x_0, \delta)$	点 x_0 的 δ 邻域, $U(x_0, \delta) = \{x \mid x - x_0 < \delta\}$, 可记为 $U(x_0)$
$U^0(x_0, \delta)$	点 x_0 的空心 δ 邻域, $U^0(x_0, \delta) = \{x \mid 0 < x - x_0 < \delta\}$, 可记为 $U^0(x_0)$
$\operatorname{sgn} x$	符号函数, $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$
$[x]$	方括号函数, 表示不大于 x 的最大整数
$\Rightarrow$	蕴含; 由此推出
$\triangleq$	记作

目 录

第一章 函 数

	问题	答案	解答
(一) 是非题.....	1	166	186
(二) 单选题.....	2	166	190
(三) 填空题.....	9	166	197

第二章 极限与连续

(一) 是非题.....	12	167	201
(二) 单选题.....	17	168	220
(三) 填空题.....	36	168	249

第三章 导数与微分

(一) 是非题.....	41	169	259
(二) 单选题.....	44	170	276
(三) 填空题.....	56	170	292

第四章 不定积分与定积分

(一) 是非题.....	63	172	312
(二) 单选题.....	65	172	328
(三) 填空题.....	75	172	345

第五章 多元函数微分学

	问题	答案	解答
(一) 是非题.....	82	175	376
(二) 单选题.....	85	175	383
(三) 填空题.....	93	175	

第六章 重 积 分

(一) 是非题.....	100	178	386
(二) 单选题.....	102	178	391
(三) 填空题.....	110	178	

第七章 曲线积分与曲面积分

(一) 是非题.....	114	179	396
(二) 单选题.....	116	179	400
(三) 填空题.....	122	180	

第八章 无穷级数

(一) 是非题.....	128	181	403
(二) 单选题.....	134	181	412
(三) 填空题.....	146	182	

第九章 广义积分与含参数积分

(一) 是非题.....	153	184	421
(二) 单选题.....	157	184	426
(三) 填空题.....	160	184	

参考书目

问 题

第一章 函 数

(一) 是 非 题

1. 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为 $\mathbf{R}$ 上的周期函数, 则 $f(x) + g(x)$ 必也是 $\mathbf{R}$ 上的周期函数。

. 一个周期函数与一个非周期函数之和必不可能是周期函数。

3. 周期函数不可能是严格单调的函数。

4. 若 $|f(x)|$ 为 $\mathbf{R}$ 上的周期函数, 则 $f(x)$ 必也是 $\mathbf{R}$ 上的周期函数。

5. 函数 $f(x) = x \cos x$ 不是 $\mathbf{R}$ 上的周期函数。

6. 凡非常数的周期函数必都具有最小正周期。

7. 若函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbf{R}$ 的图形关于直线 $x = a$ 与 $x = b$ ($b > a$)对称, 则 $f(x)$ 必定是 $\mathbf{R}$ 上的周期函数。

8. 定义在 $(-l, l)$ ($l > 0$)内的任意函数 $f(x)$ 都能表示为一个奇函数与一个偶函数之和。

9. 一个单调函数与一个非单调函数之和不可能是单调函数。

10. 在 $\mathbf{R}$ 上不可能存在严格递增的偶函数。

11. 周期函数必定是有界函数。

12. 不可能存在这样的函数, 它在每一点的函数值均有

限，但在每一点的任意小邻域内都无界。

13. 若函数 $f(x)$ 在有限区间 I 的每一点处都局部有界，也即：对任意 $\alpha \in I$ ，存在 $M_\alpha > 0$ 和 $\delta_\alpha > 0$ ，使当 $x \in (\alpha - \delta_\alpha, \alpha + \delta_\alpha) \cap I$ 时，有 $|f(x)| \leq M_\alpha$ ，则 $f(x)$ 在 I 上必有界。

14. 严格单调函数必具有反函数；具有反函数的函数也必严格单调。

15. 若函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 可按两种顺序复合，且 $f[g(x)] = g[f(x)]$ ，则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 必定互为反函数。

16. 若函数 $f(x)$ 定义在区间 I 上，且对任意 $x_1, x_2 \in I$ ，由 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 可得出 $x_1 \neq x_2$ ，则 $f(x)$ 必存在反函数。

(二) 单选题

每小题有四个备选答案 A 、 B 、 C 、 D ，其中只有一个是正确的，试选出正确答案（以后各章与此相同，不再说明）。

1. 考虑下列函数组

$$\text{I} \quad f(x) = \frac{x}{x}, \quad g(x) = 1$$

$$\text{II} \quad f(x) = x, \quad g(x) = (\sqrt{x})^2$$

$$\text{III} \quad f(x) = 2\ln x, \quad g(x) = \ln x^2$$

$$\text{IV} \quad f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{x}$$

上述函数组中 $f(x)$ 和 $g(x)$ 相等的函数组个数为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 考虑下列函数组

$$\text{I} \quad f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}, \quad g(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$B. \frac{1}{2}[f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|]$$

$$C. \frac{1}{2}[f(x) - g(x) - |f(x) + g(x)|]$$

$$D. \frac{1}{2}[f(x) - g(x) + |f(x) + g(x)|]$$

6. 若 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 为任意常数, 而 $k \in N$, 考虑下列不等式

$$I \quad \min(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq \min(a_1, a_2, \dots, a_{n-k})$$

$$II \quad \min(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq \min(a_1, a_2, \dots, a_{n-k})$$

$$III \quad \max(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq \max(a_1, a_2, \dots, a_{n-k})$$

$$IV \quad \max(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq \max(a_1, a_2, \dots, a_{n-k})$$

上述不等式中正确的不等式是

A. I 和 III

B. II 和 IV

C. I 和 IV

D. II 和 III

7. 考虑下列命题

I 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数, 则 $f[g(x)]$ 必为偶函数

II 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数, 则 $f[g(x)]$ 必为奇函数

III 若 $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数, 则 $f[g(x)]$ 必为偶函数

IV 若 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 则 $f[g(x)]$ 必为奇函数

上述命题中错误命题的个数为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 考虑下列命题

I 奇函数与奇函数之和必仍为奇函数

II 偶函数与偶函数之和必仍为偶函数

Ⅱ 奇函数与偶函数之积必为奇函数

Ⅳ 奇函数与奇函数之积必仍为奇函数

上述命题中正确的命题是

A. I, Ⅱ 和 Ⅲ

B. I, Ⅱ 和 Ⅳ

C. Ⅱ, Ⅲ 和 Ⅳ

D. I, Ⅲ 和 Ⅳ

9. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为 (a, b) 内的无界函数, 则

A. $f(x) + g(x)$ 必为 (a, b) 内的无界函数

B. $f(x)g(x)$ 必为 (a, b) 内的无界函数

C. $f(x)/g(x)$ ($g(x) \neq 0$) 必为 (a, b) 内的无界函数

D. 以上结论都不正确

10. 考虑下列命题

I 两个周期函数之和必仍为周期函数

Ⅱ 两个非周期函数之和可能为周期函数

Ⅲ 两个周期函数之积必仍为周期函数

Ⅳ 两个非周期函数之积可能为周期函数

上述命题中正确的命题是

A. I 和 Ⅲ

B. I 和 Ⅳ

C. Ⅱ 和 Ⅲ

D. Ⅱ 和 Ⅳ

11. 设 $f(x)$ 是以 T ($T > 0$) 为基本周期的周期函数, 考虑下列断语

I $f(-x)$ 必也是以 T 为基本周期的周期函数

Ⅱ $|f(x)|$ 必也是以 T 为基本周期的周期函数

Ⅲ $f^2(x)$ 必也是以 T 为基本周期的周期函数

Ⅳ $e^{f(x)}$ 必也是以 T 为基本周期的周期函数

上述断语中正确的断语是

A. I 和 Ⅱ

B. Ⅱ 和 Ⅲ

C. Ⅲ 和 Ⅳ

D. Ⅳ 和 I

12. 考虑下列函数

I $f(x) = \sin^2 x$

II $f(x) = \sin x^2$

III $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}$

IV $f(x) = \operatorname{tg} \sqrt{x}$

上述函数中的周期函数是

A. I 和 II

B. III 和 IV

C. I 和 III

D. II 和 IV

13. 设函数 $f(x) = \frac{x + |x|}{2}$, 则 $f(1-x)f(1+x)$ 应等于

A. $1 - x^2, |x| \geq 1; 0, |x| < 1$

B. $x^2 - 1, |x| \geq 1; 0, |x| < 1$

C. $1 - x^2, |x| < 1; 0, |x| \geq 1$

D. $x^2 - 1, |x| < 1; 0, |x| \geq 1$

14. 设函数 $f(x) = \frac{cx+1}{x+1} (x \neq -1)$, 且对一切 x 满足关系

式 $f[f(x)] = x$, 则 c 之值应等于

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

15. 设函数 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \ln x$, 则下列复合关系中不能成立的是

A. $f[f(x)]$

B. $g[f(x)]$

C. $f[g(x)]$

D. $g[g(x)]$

16. 设函数 $f(x)$ 不恒为零, 且对任意常数 a, b , 有

$$f(a+b) + f(a-b) = 2f(a) + 2f(b)$$

则对一切 $x, y \in R$, 必有

A. $f(x) = f(-x)$

B. $f(x) = -f(-x)$

C. $f(x+y) = f(x) + f(y)$

D. $f(x-y) = f(x) - f(y)$

17. 设函数 $f(x) \in C[a, b]$, 且 $|f(x)|$ 在 $[a, b]$ 上单调, 考虑下列断语

- I $f(x)$ 必在 $[a, b]$ 上单调
- II $f^2(x)$ 必在 $[a, b]$ 上单调
- III $e^{f(x)}$ 必在 $[a, b]$ 上单调

上述断语中正确断语的个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

18. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为 R 上的单调递增函数, 考虑下列断语

- I $f(x) + g(x)$ 必也在 R 上单调递增
- II $f(x)g(x)$ 必也在 R 上单调递增
- III $f[g(x)]$ 必也在 R 上单调递增
- IV $\max(f(x), g(x))$ 必也在 R 上单调递增

上述命题中正确断语的个数是

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

19. 设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有定义, 对任意 $x_1, x_2 > 0$, 考虑下列命题

- I 若 $\frac{f(x)}{x}$ 单调递增, 则必有 $f(x_1 + x_2) \geq f(x_1) + f(x_2)$
- II 若 $\frac{f(x)}{x}$ 单调递减, 则必有 $f(x_1 + x_2) \leq f(x_1) + f(x_2)$

上述命题中正确的命题是

- A. I 和 II 都正确
- B. I 和 II 都不正确
- C. I 和 II 中只有一个是正确的
- D. I 和 II 都有可能不正确

20. 函数 $f(x) = x - [x]$ 是 $\mathbf{R}$ 上的

I 周期函数

II 单调函数

III 有界函数

IV 奇(或偶)函数

上述结论中正确的结论是

A. I 和 II

B. I 和 III

C. II 和 III

D. II 和 IV

21. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ 在点 $x=0$ 的任意邻域内是

I 有界的

II 无界的

III 单调的

IV 可趋于无穷的

上述结论中错误结论的个数是

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

22. 考虑函数 $f(x) = \ln x \cdot \sin^2 \frac{\pi}{x}$ 在 $0 < x < \varepsilon$ 内的有界性

A. 有上界和下界

B. 无上界和下界

C. 有上界, 但无下界

D. 有下界, 但无上界

23. 对任意 $a, b \in \mathbf{R}$, 记 $F(a, b) = \max(|a+b|, |a-b|, |1-b|)$, 则在 $\mathbf{R}$ 上 $\min F(a, b)$ 之值应为

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. 0

D. 不确定

24. 设函数 $f(x) = \max(2|x|, |x+1|)$, 则 $\min f(x)$ 之值应为

A. 2

B. 1

C. $\frac{2}{3}$

D. 0

25. 设已知函数 $y=f(x)$ 的图形, 则此图形关于 y 轴成对称图形的函数是

A. $y = -f(-x)$

B. $y = f(-x)$

C. $y = -f(x)$

D. $y = f(|x|)$

(三) 填空题

1. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(x+a) + f(x-a)$ ($a>0$) 的定义域为_____.

2. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(\sin x + \cos x) + f(\sin x - \cos x)$ 的定义域为_____.

3. 设函数 $f(x) = e^{x^2}$, $f[\varphi(x)] = 1 - x$, 且 $\varphi(x) \geq 0$, 则函数 $\varphi(x)$ 的定义域为_____.

4. 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有定义, 且 $f(x)$ 既是奇函数, 又是偶函数, 则必有 $f(x) =$ _____.

5. 设函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$), 则 $f\left[\frac{f(x)}{f(x)-1}\right] =$ _____.

6. 设函数

$$f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & |x| < 2 \\ \sin x, & |x| \geq 2 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \sqrt{2}, & |x| \leq 1 \\ \pi, & |x| > 1 \end{cases}$$

则 $f[g(x)] =$ _____.

7. 设函数

$$f(u) = \cos u, u = g(x) = 2 \arccot gx, x \in \mathbf{R}, \text{ 则 } f[g(x)] =$$

_____.

8. 设函数

$$f\left(\sin \frac{x}{2}\right) = \cos x + 1, \text{ 则 } f\left(\cos \frac{x}{2}\right) = \text{_____}.$$