

弹性体系的稳定性

A. H. 金 尼 克 著

建 筑 工 程 出 版 社

212

070

彈性体系的穩定性

姚肇宇 沈世釗 滕征本 譯

江苏工业学院图书馆
藏书章

建筑工业出版社出版

內容提要 本書以較通俗的形式，系統地敘述 穩定性的基本概念和直杆、拱、環、梁、平板、薄壳及其他彈性体系的穩定性問題。除基本理論外，本書中還舉了各種体系的計算方法和許多的例題。

本書可供一般工程技術人員參考。

原本說明

書 名 УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ СИСТЕМ

著 者 А. Н. Динник

出版者 Издательство академии наук СССР

出版地點及年份 Москва—1950—Ленинград

彈 性 体 系 的 穩 定 性

姚肇寧 沈世釗 滕征本 譯

*

建筑工程出版社出版（北京市阜成門外南門外土路）

（北京市書刊出版業營業許可證出字第052号）

建筑工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書号 557 85千字 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張 $3\frac{3}{4}$

1957年9月第1版 1957年9月第1次印刷

印數：1—2,250册 定價(11)0.85元

71.212 / 8

52.53
2374
993

目 录

序 言	6
第一章 临界力	8
第1節 三种平衡形式	8
第2節 穩定性的解析特征	9
第3節 临界力	10
第4節 彈性体系的临界力	12
第5節 求临界力的方法	13
第二章 直杆的縱向弯曲	21
第6節 尤拉問題	21
第7節 位能法的应用	23
第8節 穩定的与不穩定的平衡形式	25
第9節 切力的影响	27
第10節 偏心和初弯曲的影响	27
第11節 超过临界值的力	29
第12節 超过比例極限的縱向弯曲	31
第13節 实验	33
第14節 經驗公式	34
第15節 在彈性介質中的縱向弯曲	35
第16節 組合杆件	38
第17節 有橫向連系板的組合杆件	42
第18節 变截面杆件的縱向弯曲	44
第19節 实验	46
第20節 变截面杆件(續)	47
第21節 最大抗力的杆件	51
第22節 阶梯形杆件	52
第23節 局部削弱的影響(榫槽,鉚釘孔及其他)	53
第24節 分布荷重	56

第25節	分布荷重和集中荷重的同时作用	58
第26節	关于軸的穩定性	60
第三章	曲杆的穩定性	62
第27節	圓环的穩定性	62
第28節	常截面和变截面的圓拱	63
第29節	非圓形拱的穩定性	69
第30節	螺旋彈簧的穩定性	70
第四章	平面弯曲形式的穩定性	72
第31節	板条的穩定性	72
第32節	板条的純弯曲	72
第33節	集中力	73
第34節	均布荷重	74
第35節	力作用点提高的影响	74
第36節	高工字梁的穩定性	76
第37節	圓环平面弯曲形式的穩定性	80
第38節	圓拱	82
第39節	圓环的翻轉	84
第五章	平板的穩定性	86
第40節	問題的提出和符号	86
第41節	單向受压四边鉸支的長方形平板	86
第42節	長方形平板	90
第43節	在自身平面內受弯的長方形平板的穩定性	92
第44節	双向受压的長方形平板的穩定性	94
第45節	切力作用下長方形平板的穩定性	94
第46節	圓平板的穩定性	97
第47節	其他情况	99
第48節	集中力压縮下長方形平板的穩定性	100
第49節	关于有加勁肋的平板的穩定性	101
第六章	薄壳的穩定性	102
第50節	緒論	102
第51節	軸向压縮下圓筒形薄壳的穩定性	103
第52節	应力大于比例極限时圓管的縱向穩定性	104

第53節	外部靜水压力作用下圓管的穩定性	105
第54節	徑向及軸向均布受压的圓筒形薄壳 (圓管)的穩定性	110
第55節	薄壁圓筒在扭轉时的穩定性	111
第56節	薄壁圓管在弯曲时的穩定性	112
第57節	兩条母綫和兩個平行圓所截出的 圓筒形薄壳的穩定性	114
第58節	球形薄壳在均布外部压力作用下的穩定性	114
第59節	橢球形薄壳的穩定性	116
第七章	其他情况的穩定性	117
第60節	剛架的穩定性	117
第61節	曲綫形網格的穩定性	119
結 論		120

彈性体系的穩定性

姚肇宇 沈世釗 滕征本 譯

建筑工业出版社出版

內容提要 本書以較通俗的形式，系統地敘述 穩定性的基本概念和直杆、拱、環、梁、平板、薄壳及其他彈性体系的穩定性問題。除基本理論外，本書中還舉了各種体系的計算方法和許多的例題。

本書可供一般工程技術人員參考。

原本說明

書 名 УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ СИСТЕМ

著 者 А. Н. Динник

出版者 Издательство академии наук СССР

出版地點及年份 Москва—1950—Ленинград

彈 性 体 系 的 穩 定 性

姚肇寧 沈世釗 滕征本 譯

*

建筑工程出版社出版（北京市阜成門外南門外土路）

（北京市書刊出版業營業許可證出字第052号）

建筑工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書号 557 85千字 850×1163 $\frac{1}{32}$ 印張 $3\frac{3}{4}$

1957年9月第1版 1957年9月第1次印刷

印數：1—2,250册 定價(11)0.85元

71.212 / 8

52.53
2374
993

目 录

序 言	6
第一章 临界力	8
第1節 三种平衡形式	8
第2節 穩定性的解析特征	9
第3節 临界力	10
第4節 彈性体系的临界力	12
第5節 求临界力的方法	13
第二章 直杆的縱向弯曲	21
第6節 尤拉問題	21
第7節 位能法的应用	23
第8節 穩定的与不穩定的平衡形式	25
第9節 切力的影响	27
第10節 偏心和初弯曲的影响	27
第11節 超过临界值的力	29
第12節 超过比例極限的縱向弯曲	31
第13節 实验	33
第14節 經驗公式	34
第15節 在彈性介質中的縱向弯曲	35
第16節 組合杆件	38
第17節 有橫向連系板的組合杆件	42
第18節 变截面杆件的縱向弯曲	44
第19節 实验	46
第20節 变截面杆件(續)	47
第21節 最大抗力的杆件	51
第22節 阶梯形杆件	52
第23節 局部削弱的影響(榫槽,鉚釘孔及其他)	53
第24節 分布荷重	56

第25節	分布荷重和集中荷重的同时作用	58
第26節	关于軸的穩定性	60
第三章	曲杆的稳定性	62
第27節	圓环的穩定性	62
第28節	常截面和变截面的圓拱	63
第29節	非圓形拱的稳定性	69
第30節	螺旋彈簧的穩定性	70
第四章	平面弯曲形式的稳定性	72
第31節	板条的穩定性	72
第32節	板条的純弯曲	72
第33節	集中力	73
第34節	均布荷重	74
第35節	力作用点提高的影响	74
第36節	高工字梁的穩定性	76
第37節	圓环平面弯曲形式的穩定性	80
第38節	圓拱	82
第39節	圓环的翻轉	84
第五章	平板的稳定性	86
第40節	問題的提出和符号	86
第41節	單向受压四边鉸支的長方形平板	86
第42節	長方形平板	90
第43節	在自身平面內受弯的長方形平板的穩定性	92
第44節	双向受压的長方形平板的穩定性	94
第45節	切力作用下長方形平板的穩定性	94
第46節	圓平板的穩定性	97
第47節	其他情况	99
第48節	集中力压縮下長方形平板的穩定性	100
第49節	关于有加勁肋的平板的穩定性	101
第六章	薄壳的稳定性	102
第50節	緒論	102
第51節	軸向压縮下圓筒形薄壳的稳定性	103
第52節	应力大于比例極限时圓管的縱向稳定性	104

第53節	外部靜水压力作用下圓管的穩定性	105
第54節	徑向及軸向均布受压的圓筒形薄壳 (圓管)的穩定性	110
第55節	薄壁圓筒在扭轉时的穩定性	111
第56節	薄壁圓管在弯曲时的穩定性	112
第57節	兩条母綫和兩個平行圓所截出的 圓筒形薄壳的穩定性	114
第58節	球形薄壳在均布外部压力作用下的穩定性	114
第59節	橢球形薄壳的穩定性	116
第七章	其他情况的穩定性	117
第60節	剛架的穩定性	117
第61節	曲綫形網格的穩定性	119
結 論		120

序 言

本書敘述彈性体系的穩定性問題。所謂彈性体系是指細長杆件或这些杆件的組合(例如桥梁桁架),薄壁管子,球形、圓筒的或其它形狀的薄壳等。这些体系是处在各种大小,各种特定方向的力的作用下的。例如:受橫向力弯曲的細杆、受縱向压力的細杆、在内部压力或外部压力作用下的薄壁圓筒(圓筒形壳体)等等。

这些体系在实际中經常会遇到,因此必須会計算它們,就是說,必須会选择合适的尺寸,使体系在給定外力的作用下既强固又稳定。

在研究体系的强度时,如果作用在体系上的力超过某一极限,体系就破坏。

例如,我們来研究受内部压力作用的圓筒形鍋爐。当压力增加到超过某一极限时,鍋爐就会因强度不够而爆裂。在这种情形下,确定鍋爐壁的厚度就是一个强度問題。如果我們研究在外部压力作用的圓筒形壳体(形狀与上述鍋爐相同),则当压力增加时,壳体失去它的圓形而变扁,就是說,壳体截面將不再是圓形而变成橢圓形或其它更复杂的形狀。这时筒壁并未裂开,还没有发生破坏,但圓筒形壳体这样一个体系已經失去了它原来的形狀,就是說,壳体的圓的形狀已丧失了稳定性。如果这壳体(譬如說)是除尘器的圓筒(見第六章例題),則这种变扁就会造成事故。

在研究稳定問題时,我們將會看到,体系仅在特定方向的力的作用下才会丧失稳定。例如,如將橫向力(与杆軸垂直的力)作用在細長杆上,則杆件发生弯曲,而这种杆件的稳定性問題就无需考虑。但如果把这根杆件沿軸向加压,則在某一压力下,它就会丧失直綫形的稳定性,发生弯曲,而弯曲后的杆件倒成为稳定的了。

細長杆由直綫平衡形式轉向曲綫形时的縱向力称为临界力。

在這本書里將以較通俗的形式來說明，怎樣求各種情況下的臨界力和什麼時候應該注意到喪失穩定性的問題。文中同時指出，在什麼情況下和在什麼時候不僅應該研究體系的強度，而且還應該研究它的穩定性。同時還用例子來說明所研究的理論。

因為在這本書里沒有研究彈性體系穩定性問題的嚴整的理論辦法，所以向希望補充這方面知識的人介紹下列專門教程：

С.П. 鉄木生可：“彈性體系的穩定性”，國家技術出版社（Гостехиздат），1946。

С.П. 鉄木生可：“板與壳學”，國家技術出版社，1948^①。

А.Н. 金尼克：“縱向彎曲”，國家科學技術出版社（ГОНТИ），1939。

А.Н. 金尼克：“拱的穩定性”，國家科學技術出版社，1946。

感謝我的同事 Н.П. 格里什柯娃和 Л.А. 丘丘尼克在編寫本書時對我的幫助。

А.Н. 金尼克院士

① 該書有中譯本，王俊奎譯，商務印書館1954年出版一譯者。

第一章 臨界力

第1节 三种平衡形式

物体的平衡可能是稳定的、不稳定的和随遇的。

当將物体稍稍偏离其平衡位置后，如物体仍然要回復其原来位置，則这种平衡状态称为稳定的；如物体在稍稍偏离后不再回到原来位置反而繼續偏离下去，則这种平衡状态称为不稳定的；如物体在偏离后的新位置上 仍然保持平衡，則这种平衡状态称为随遇的。

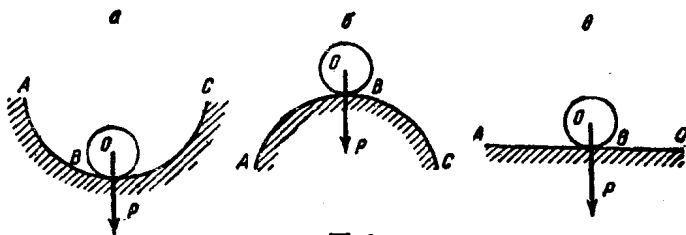


圖 1

位于杯形曲面中央的重球可作为稳定平衡的例子(图1)，位于凸面頂点的重球可作为不稳定平衡的例子，而放在水平面上的重球則是随遇平衡的例子。

对于自平衡位置的偏离的各个不同方向，平衡的性质也可能是不同的。例如，取一母綫为水平的筒形杯来代替普通的杯子，曲线ABC就是这圓筒用一垂直面切成的截面(图1a)。当小球沿母綫方向偏离其平衡位置时，平衡將是随遇的；而沿任何其它方向偏离时，則平衡將是稳定的。对于图16所示的情形，当沿水平的母綫方向偏离时，平衡也是随遇的，而当沿任何其它方向时，則是不稳定的。

取鞍形曲面(双曲抛物面)且將小球放在曲面的中央点上。在这里,对于偏离的各种不同方向平衡的性质也是不同的。对于某些方向,平衡是稳定的,而对于其它一些方向则是不稳定的。要补充说明的是,在工程結構中只有稳定平衡的情形是容許的,而且这种稳定性必須是对于任何方向的偏离都能保持的。随遇平衡的情形在工程問題中并不認為是平衡的。

第2节 稳定性的解析特徵

如所周知,按照在平衡状态下的虚位移原理,当物体自其平衡位置作无穷小的偏离时,所有作用在物体上的力所作的功等于零:

$$\delta A = \sum (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0. \quad (1)$$

試进而研究自平衡位置作有限小的偏离时的功 ΔA 。可以指出,如 ΔA 是負的,則平衡是稳定的;如 ΔA 正的,則平衡是不稳定的;而如果 ΔA 等于零,則平衡是随遇的。

取重球的三种平衡情形作为例子。在图1a上,当小球自其平衡位置作为有限小的偏离时,它的重心 O 升高,因此重力作的功是負的,即平衡是稳定的。在图1b上,当小球偏离其平衡位置时,重心降低,重力作的功是正的,因此平衡是不稳定的。最后,在图1c上(小球在水平面上),小球作偏离时其重心并不升高或降低,因此平衡是随遇的。

稳定性的另一特征由狄里赫列定理給出,按照这个定理,在平衡位置上时,位能 U 为极小或极大。当位能 U 为极小时,平衡是稳定的;而当它为极大时,平衡是不稳定的。上述重球仍可用来作为例子。对于图1a所研究的情形,在平衡位置上的,小球占最低的位置,它的位能为极小,因而平衡是稳定的。对于图1b所研究的情形,小球占最高位置,它的位能为极大,因而平衡是不稳定的。对于图1c的情形(小球在水平面上),当小球沿平面移动时,其位能并不改变,即在小球的平衡位置上沒有极大或极小的位能,因此平衡是随遇的。

狄里赫列定理給出了解决体系稳定性問題的又一方法。首先找出体系的位能，其次再求位能的极小和极大。对应于极小位能的平衡位置是稳定的，而对应于极大位能的是不稳定的。从数学观点上来看，問題归結为找函数极小值或极大值的微分运算問題。

第3节 臨界力

在大部分固体靜力学問題中，平衡的稳定性只是决定于物体的几何形态而与作用力的大小无关。例如，在第1节的例子中所研究过的重球（图1），当它放在凹面的中心时是处在稳定平衡状态，当它放在凸面的中心时是处在不稳定平衡状态，最后，当它放在水平面上时是处在随遇平衡状态，而这些均与其重量之大小无关。平衡的稳定性完全不决定于小球的重量。但是也有稳定性与作用力的大小有关的情形。当力較小时平衡是稳定的，而当力較大时則平衡是不稳定的。

有所謂临界力的存在。如果作用力小于临界力，平衡是稳定的，而如果大于临界力，則平衡是不稳定的。当力逐渐增加而經過其临界值时，平衡就会从稳定轉变为不稳定。平衡从稳定向不稳定轉变时的力的大小称为这个力的临界值，或簡称临界力。它是可以求到的，只需令当物体自平衡位置作有限小的偏离时作用力所作的功等于零，或者令在平衡位置时的位能的二阶导数等于零。

例。摆由杆 EA 和重为 Q 的球組成。繫有重物 P 的繩 $mBDGP$ 穿过置在点 E 上方的圓环 B 并繞过滑輪 D 和 C ； $mE = BE = EA = l$ 。繩和杆 EA 的重量忽略不計（图2）。

显然，如 P 較之 Q 为很小，則平衡位置 $\varphi = 0$ 是稳定的，而如果 P 很大，則是不稳定的。为了求出临界力，我們来看稳定性的解析特征。当摆自其平衡位置偏离一 φ 角时，球 Q 的重心上升下列高度：

$$H = l - l \cos \varphi,$$

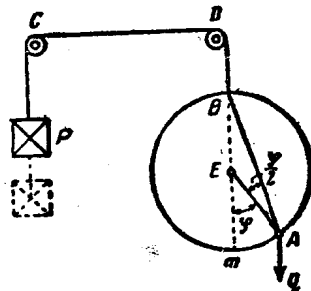


图 2

而重物 P 下降下列距离:

$$h = 2l - 2l \cos \frac{\varphi}{2}.$$

力 Q 和 P 所作的功等于:

$$A = Ql(1 - \cos \varphi) + P2l\left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right). \quad (2)$$

因为我們討論的是自平衡位置的微小偏离,所以可以用 $1 - \frac{\varphi^2}{2}$ 来代替($\cos \varphi$ 分解成幂級数时的前二項)。于是

$$A = (-2Q + P) \frac{l\varphi^2}{4}. \quad (3)$$

如果 $P < 2Q$,則功 A 为負而平衡是稳定的;如果 $P > 2Q$,則功 A 为正而平衡是不稳定的。令 A 等于零,即可求得力 P 的临界值。解所得方程式,得:

$$P_{\text{кп}} = 2Q. \quad (4)$$

因此,如果重量 $P < 2Q$,平衡是稳定的;而如果 $P > 2Q$,則平衡是不稳定的。

根据狄里赫列定理可得同样的結果。設在平衡位置 $\varphi = 0$ 时这个由摆 Q 及重物 P 所組成的体系的位能为 U_0 。当摆偏离 φ 角时,体系的位能将等于:

$$U = U_0 + Ql(1 - \cos \varphi) - 2Pl\left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right), \quad (5)$$

或者,当角度很小时,

$$U = U_0 + (2Q - P) \frac{l\varphi^2}{4}. \quad (6)$$

由此得:

$$\frac{dU}{d\varphi} = \frac{1}{2}(2Q - P)l\varphi, \quad (7)$$

$$\frac{d^2U}{d\varphi^2} = \frac{1}{2}(2Q - P)l. \quad (8)$$