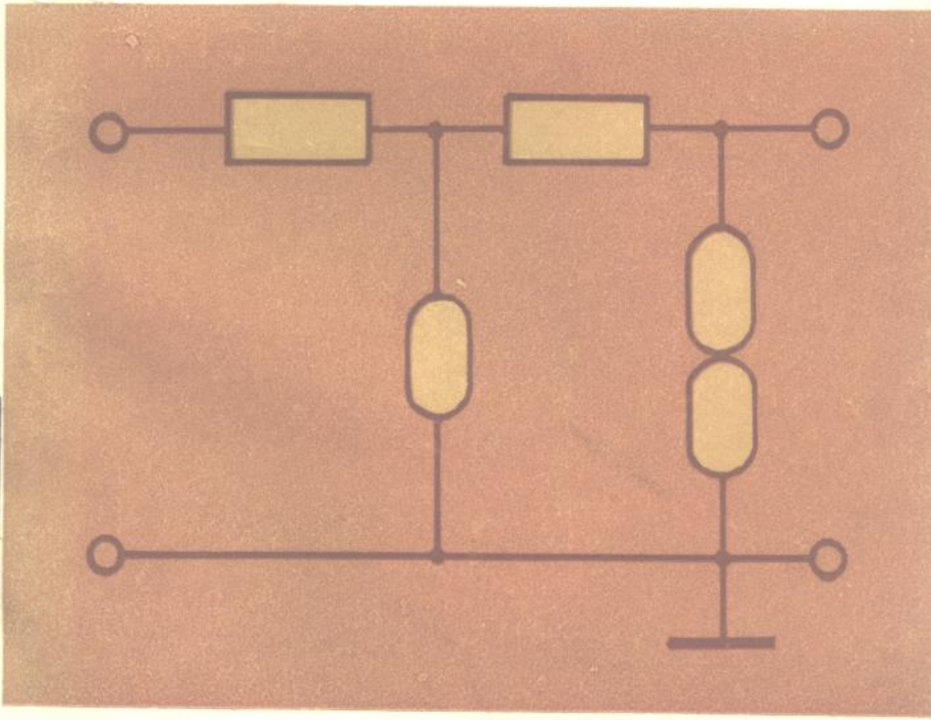
零泛器电路分析

王定中 编

高等教育出版社



零泛器电路分析

王定中　编

高 等 教 育 出 版 社

零泛器电路分析
王定中 编著
*
高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
北京印刷一厂印装
*
开本787×1092 1/32 印张3.375 字数70 000
1987年8月第1版 1987年8月第1次印刷
印数 00001—2 110
书号 15010·0785 定价 0.60元

前　言

自 1961 年 H. J. Carlin 首先提出零值器 (Nullator) 和泛值器(Norator)以来，已有不少文章和书籍论述。但因材料零散，对初学者来说，归纳并系统地掌握零泛器(Nullor)电路的分析方法，还是有一定的困难。这本小册子的目的，就是试图把有关零泛器电路分析的内容集中起来，作一系统的介绍。

本书重点是讨论含零泛器电路的稳态分析方法。全书共分八节。第一节先引出零值器和泛值器的定义。第二节论述零泛器与无源元件串、并联电路的化简，引出简单电路的等效变换关系。第三节介绍适用性较广的节点分析法和网孔分析法。为了使零泛器电路的分析方法用于晶体管和运算放大器电路，在第四节讨论了受控源与零泛器电路的等效关系；第五、六节分别叙述了用零泛器构成的理想晶体管的和理想运算放大器的电路模型。特别是零泛器构成的理想运算放大器电路模型，用来分析运算放大器电路，比电子电路中常用的"虚地"方法更为简便。在第七、八节，以阻抗变换器和回转器作实例分析，进一步说明零泛器电路的分析方法。

本书经肖达川老师仔细审阅，并提出许多宝贵的修改意见。在编写过程中，得到王显荣教授，陈国荣、马维桢、唐汉忠、莫铨梅等老师的热情支持，阅读了初稿，提出了不少意见和建议。在此对以上各位老师的支持和帮助，表示衷心的感谢。

限于水平，书中难免有错误或不妥之处，敬请读者赐教指正。

编　者　　1983 年 12 月于华南工学院

目　录

第一节　定　　义

模型的概念在电路理论中是很重要的概念。一个实际的电路或系统是由许多实际的元器件组成的，而在电路理论中，则是用适当的元器件的模型来代替真实的元器件，以便于分析。所谓模型，是系统物理特性的数学抽象，也是系统物理特性的一种近似，它以数学表达式及电路符号来表征。为了构造元器件的模型，在电路理论中，明确地定义了一批理想网络元件(简称元件)。如大家所熟知的一端口元件有电阻元件、电感元件、电容元件、独立电压源和独立电流源等；二端口元件有受控电源、理想变压器等。真实元器件的模型，可以用一些理想网络元件构成；或者说，用一些理想网络元件的适当联接来模拟真实的元器件。例如一个实在的电阻器，在使用频率不高时，可以用电阻元件作它的模型。一个晶体管，在低频应用时，可以按照 h 参数网络方程(晶体管特性的数学抽象)，用电阻元件和受控源来构成模型。当然，一个元器件的模型不是唯一的，实际上所选用的模型与要求达到的准确性及分析方法有关。

本书所要讨论的元件——零值器（Nullator）和泛值器(Norator)是理想网络元件，与其他网络元件一样，可以用来构成某些实际元器件的模型。

定义 1　零值器是一端口元件，其端口电压和电流同时为零，即

$$V(s)=I(s)=0$$

或

$$v(t)=i(t)=0$$

电路符号如图 1-1 所示。

定义 2 泛值器是一端口元件，其端口电压和电流都是任意值,元件本身不加约束,而由与之相联的外电路决定,即

$$V(s)=k_1, \quad I(s)=k_2$$

式中 k_1，k_2为任意常数。

泛值器的电路符号如图 1-2 所示。

零值器和泛值器在电路中,通常成对出现,统称为零泛器(Nullor)。以后将会说明，任何实际的或可实现的网络所含有的零值器和泛值器必定数目相同。

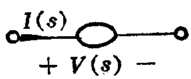


图 1-1 零值器电路符号

图 1-2 泛值器电路符号

第二节　零泛器电路的等效变换

我们已经定义了零泛器，含零泛器电路应如何分析计算呢？在“电路”课程中，习惯上把元件的联接方式是串联、并联和混联的电路称为简单电路。本节就叙述零泛器与无源元件串、并联电路的化简，引出这些简单电路的等效变换关系，讨论简单电路的分析方法。

零值器、泛值器、短路元件和开路元件都是一端口元件，现将它们的端电压$V(s)$和电流$I(s)$的关系列于表 2-1。

表 2-1

	$V(s)$	$I(s)$
零值器	0	0
泛值器	由外电路确定	由外电路确定
短路元件	0	由外电路确定
开路元件	由外电路确定	0

对照表 2-1 列出的电压、电流关系，讨论如下的等效变换关系：

1. 无源元件和零值器串联，可等效于一个零值器（图 2-1）。

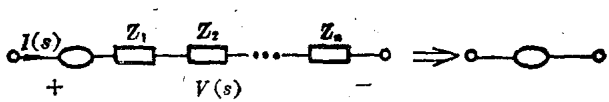


图 2-1　无源元件与零值器串联的等效电路

证 因为$V(s)=0+I(s)(Z_1+Z_2+\cdots+Z_n)$①
串联支路中含有零值器，流过该支路的电流$I(s)=0$。
所以

$$V(s)=0, \qquad I(s)=0$$

等效于一个零值器。

2. 无源元件和泛值器串联，等效于一个泛值器（图2-2）。

证 由于 $V(s)=V_N(s)+I(s)(Z_1+Z_2+\cdots+Z_n)$
而串联支路中含有泛值器，泛值器的端电压$V_N(s)$和电流$I(s)$都是由与之联接的外电路来决定的，因而串联支路的总电压$V(s)$和电流$I(s)$也是由与之相联的外电路来决定的。因此，该串联支路等效于一个泛值器。

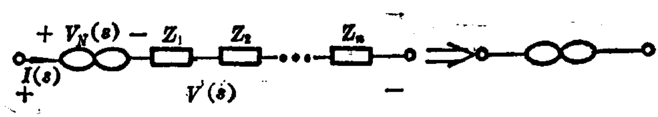


图 2-2 无源元件与泛值器串联的等效电路

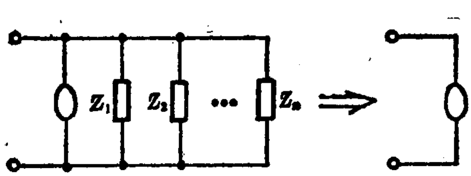


图 2-3 无源元件与零值器并联的等效电路

3. 无源元件与零值器并联，等效于一个零值器(图2-3)。

4. 无源元件与泛值器并联，等效于一个泛值器(图2-4)。

---

① 这里假定储能元件的初始值为零，下同。

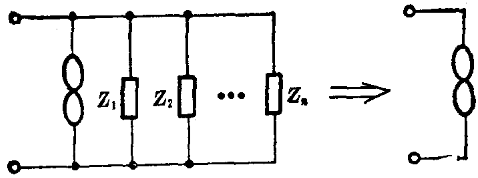


图 2-4 无源元件与泛值器并联的等效电路

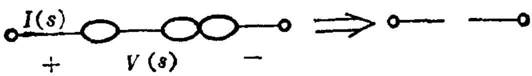


图 2-5 零值器与泛值器串联的等效电路

5. 零值器与泛值器串联,等效于一个开路元件(图2-5)。

证 由于串联支路含有零值器,因而该支路电流 $I(s)=0$。而串联支路又含有泛值器,因而该支路电压由与之相联的外电路来决定,按表 2-1,该串联支路等效于开路元件。

6. 零值器与泛值器并联,等效于一个短路元件(图2-6)。

证 由于零值器端电压$V(s)=0$,并联后电压仍为 0。而泛值器支路电流由与之相联的外电路来确定,与零值器并联后的总电流仍然是由与之相联的外电路来决定,按表 2-1,并联后等效于一个短路元件。

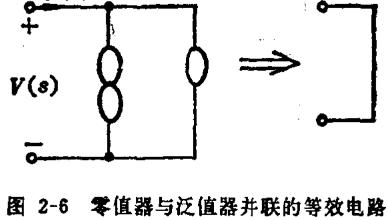


图 2-6 零值器与泛值器并联的等效电路

7. 两对零泛器接成星形网络[图 2-7 (a)]，等效于一个二端口零泛器[图 2-7(c)]。

证 由图可见，图 2-7(b)与(a)等效，而在图 2-7(b)中，有$I_0(s)=0$，这条线可以移去，于是可得图 2-7(c)。

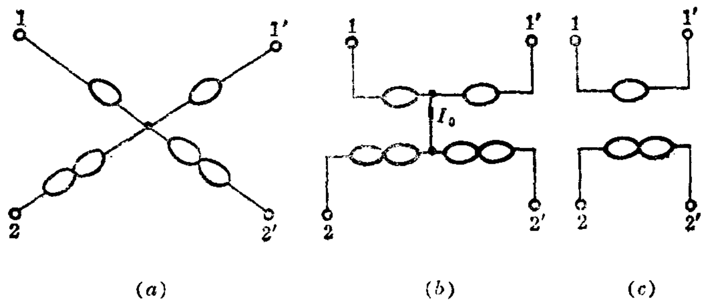


图 2-7 两对零泛器接成星形网络的等效电路

例 2-1 应用上述等效关系，化简图 2-8(a) 所示的二端口网络。

解 图 2-8 (a) 中，支路 5 由零值器n_5、无源元件(R_5、C_5)、泛值器N_5串联组成，可等效于一个开路元件。也就是说，支路 5 可移去。支路 3 是零值器n_3与电阻 R_3串联，等效于零值器n_3。支路 4 是 R_4、C_4与零值器串联，也等效于零值器n_4。支路 7 是电阻 R_7与泛值器N_7串联，等效于泛值器 N_7。于是图 2-8(a)可化简为图 2-8(b)。在图 2-8(b)中，零值器 n_4与泛值器 N_6 并联，可等效于短路元件。最后，可化简为图 2-8 (c)。

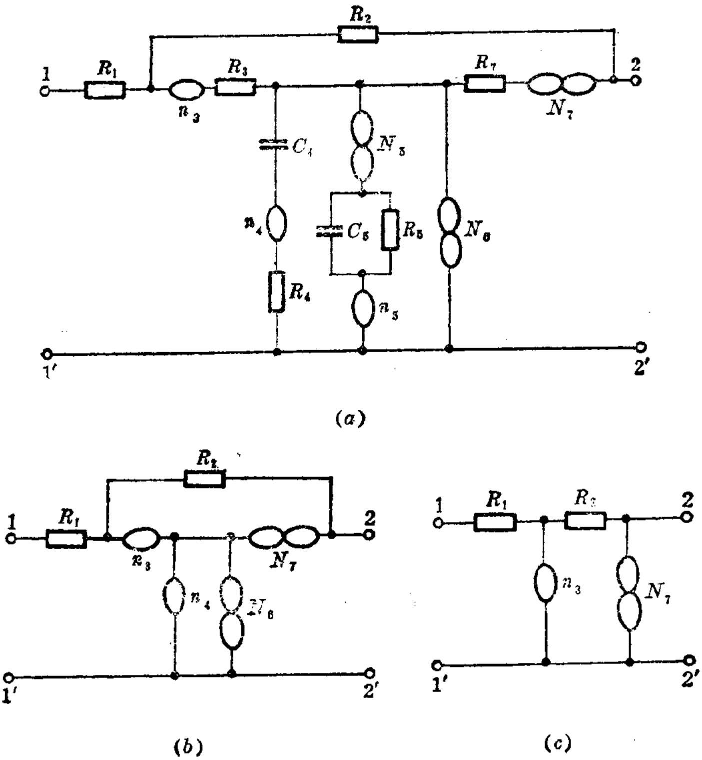


图 2-8　例 2-1 图

第三节 节点分析法与网孔分析法

上节讲的分析方法只适用于串联、并联和混联电路。在实际上遇到的电路，往往比串、并联电路更复杂。为此，本节将介绍适用性较广的分析方法：节点分析法和网孔分析法。它们是 Davies 首先提出的[1][2]。Davies 方法是无源网络①分析方法的简单推广，现分述如下：

（一）节点分析法

设网络除零值器和泛值器外，只含R、L、C元件和独立电压源（含受控源的电路将在第四节讨论）。并设网络有$(N+1)$个节点，其中一个节点指定为参考节点，编号为0；其余节点按顺序从1到N连续编号。节点分析法的计算步骤如下：

第1步 将零值器和泛值器全部移去，即用开路元件来代替零值器和泛值器，取代后网络的节点数不变。应用传统的节点分析法可列出节点电压方程为

$$\sum_{r=1}^{N} Y_{kr} V_r = J_k \qquad k=1,2,\cdots,N \tag{3-1}$$

或

$$\mathbf{YV}=\mathbf{J} \tag{3-2}$$

式中

$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \tag{3-3}$$

① 本节所说的无源网络是指由无源元件R、L、C及独立电源所构成的网络。

是节点导纳矩阵。$\mathbf{V}=[V_1\ V_2\ \cdots\ V_N]^T$是节点电压列向量；$\mathbf{J}=[J_1\ J_2\ \cdots\ J_N]^T$是注入相应节点的电流源电流列向量。

第2步　恢复零值器支路。

(i) 设零值器原接于节点p和q，由于零值器两端点间电压恒为零，必有$V_{p,q}\overset{\text{def}}{=}V_p=V_q$，使未知变量减少了一个，它意味着应将$V_p$和$V_q$的系数相加，于是式(3-2)变为

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & (Y_{1p}+Y_{1q}) & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & (Y_{2p}+Y_{2q}) & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & (Y_{Np}+Y_{Nq}) & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{p,q} \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_N \end{bmatrix}$$

上式表明，当p,q节点之间接有零值器时，应将节点导纳矩阵$\mathbf{Y}$的第q列中各元素加到第p列中对应元素上，再删去第q列，使$\mathbf{Y}$变为$N\times(N-1)$维。同时，由于$V_{p,q}\overset{\text{def}}{=}V_p=V_q$，以$V_{p,q}$代替$V_p$，删去$V_q$元素，使$\mathbf{V}$变为$(N-1)\times 1$维。以此类推，每恢复一个零值器，就将$\mathbf{Y}$中删去的一列(如第$q$列)加到保留的一列(如第$p$列)，若网络共有$K$个零值器，就删去$K$列；同时，$\mathbf{V}$删去$K$个元素。

(ii) 设零值器原接于q节点与参考节点0之间，则$V_q=$

0。因而在 $\mathbf{Y}$ 中删去第 q 列，在 $\mathbf{V}$ 中删去元素 V_q。

第 3 步　恢复泛值器支路。

(i) 设泛值器原接于节点 l 和 m 之间(图 3-1)，并设流过泛值器的电流为 I_{ml}，则方程(3-1)的第 l 行和第 m 行等式右边应分别增加 I_{ml} 项和 $-I_{ml}$ 项，即

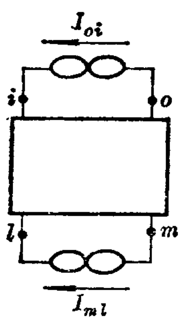


图 3-1　泛值器与节点关联情况的示意图

$$\sum_{r=1}^{N} Y_{lr} V_r = J_l + I_{ml}$$

$$\sum_{r=1}^{N} Y_{mr} V_r = J_m - I_{ml}$$

由于未知数 I_{ml} 对求解节点电压是不必要的，可以把它消去。将两式相加，得

$$\sum_{r=1}^{N} (Y_{lr} + Y_{mr}) V_r = J_l + J_m$$

可见，在节点 l 和 m 之间恢复泛值器，相当于将节点导纳矩阵 $\mathbf{Y}$ 的第 m 行中各元素加到第 l 行中对应元素上，删去第 m 行。相应地列向量 $\mathbf{J}$ 中原来的第 l 行元素 J_l 变为 $(J_l + J_m)$，删去第 m 行元素 J_m，使 $\mathbf{Y}$ 变成 $(N-1)\times N$ 维，$\mathbf{J}$ 变成 $(N-1)\times 1$ 维。以此类推，每恢复一个泛值器，就照此办理一次。如原网络接有 K 个泛值器，$\mathbf{Y}$ 变为 $(N-K)\times N$ 维，$\mathbf{J}$ 变为 $(N-K)\times 1$ 维。

(ii) 设泛值器原接于节点 i 和参考节点 0 之间(图3-1)，则方程(3-1)的第 i 行是

$$\sum_{r=1}^{N} Y_{ir} V_r = J_i + I_{0i} \tag{3-4}$$

方程中多了一个未知变量 I_{0i}，但在节点方程中无须求出 I_{0i} 的值，若将式(3-4)删去，I_{0i} 也随之删去。这对求解未知变量 V 没有影响。

前已说过，零值器和泛值器在电路中通常是成对出现。在此情况下，因零值器而删去的列数与因泛值器而删去的行数是相等的，若有K对零泛器，则 Y 变为$(N-K)$阶方阵。待求的节点电压，也变为$(N-K)$个。

例 3-1 用节点分析法计算图 3-2 电路的节点电压。

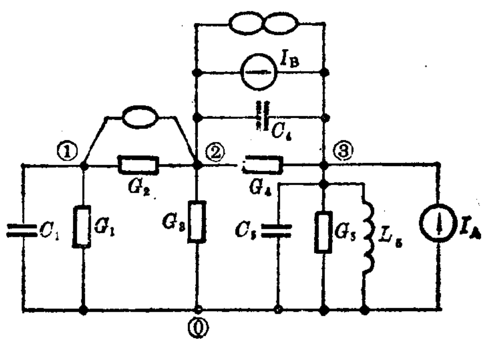


图 3-2 例 3-1 图

解 按步骤 1，用开路元件代替零值器和泛值器，可列出节点方程为

$$
\begin{bmatrix}
G_1+G_2+sC_1 & -G_2 & 0 \\
-G_2 & G_2+G_3+G_4+sC_4 & -(G_4+sC_4) \\
0 & -(G_4+sC_4) & G_4+sC_4+G_5+sC_5+\dfrac{1}{sL_5}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ I_B \\ I_A-I_B \end{bmatrix}
$$

按步骤 2，恢复零值器。节点 1 和 2 之间原接有零值器，$V_{1,2} \stackrel{\text{def}}{=} V_1 = V_2$，将 Y 中的第 2 列各元素加到第 1 列对应的元素上，删去第 2 列，得

$$\begin{bmatrix} G_1+sC_1 & 0 \\ G_3+G_4+sC_4 & -(G_4+sC_4) \\ -(G_4+sC_4) & G_4+sC_4+G_5+sC_5+\dfrac{1}{sL_5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{1,2} \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_B \\ I_A - I_B \end{bmatrix}$$

按步骤 3，恢复泛值器。节点 2 与 3 之间原接有泛值器，将 Y 和 J 的第 3 行各元素加到第 2 行对应的元素上，再删去第 3 行，得

$$\begin{bmatrix} G_1+sC_1 & 0 \\ G_3 & G_5+sC_5+\dfrac{1}{sL_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,2} \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_A \end{bmatrix}$$

解之得

$$V_1 = V_2 = V_{1,2} = 0$$

$$V_3 = \frac{I_A}{G_5+sC_5+\dfrac{1}{sL_5}}$$

本例也可以用上节的等效变换进行化简。零值器与 G_2 并联等效于一个零值器，可将 G_2 移去；G_2 移去后，零值器与 (C_1, G_1) 并联支路串联，仍等效于一个零值器，可将 G_1、C_1 短接。变换后的零值器又与 G_3 并联，可将 G_3 移去。泛值器与 G_4、C_4 并联，可将 G_4、C_4 移去。经化简后的电路如图 3-3 所示，不难看出，有