



TSINGHUA UNIVERSITY

钢筋混凝土 有限元与板壳极限分析

沈聚敏 王传志 江见鲸

清华大学出版社

76.3/5.01
S 77

钢筋混凝土有限元 与板壳极限分析

沈聚敏 王传志 江见鲸 编著

清华大学出版社

内 容 提 要

本书系统论述了建立在弹塑性理论和有限元技术基础上的钢筋混凝土结构非线性分析理论和方法,反映了近年来国内外在钢筋混凝土结构分析方面的最新进展,其中包括本书作者所取得的研究成果。全书共分四篇十八章,主要内容为:混凝土塑性分析基础;单轴和多轴下混凝土强度和变形,混凝土强度准则和本构模型;各类有限单元模型,混凝土裂缝的处理方式,钢筋与混凝土的粘结及其单元,钢筋混凝土板的非线性分析,非线性方程组的解法;极限分析理论的基本原理,各类钢筋混凝土板壳结构极限荷载的分析以及板壳结构的塑性动力分析等。

本书可供高等院校有关专业师生以及从事结构工程设计和科研工作的技术人员使用。

(京)新登字 158 号

0726/15

钢筋混凝土有限元与板壳极限分析

沈聚敏 王传志 江见鲸 编著

责任编辑 姚美瑞

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本: 787×1092 1/16 印张: 32.5 字数: 768 千字

1993 年 11 月第 1 版 1993 年 11 月第 1 次印刷

印数: 0001—3000

ISBN7-302-01239-3/TU·78

定价: 16.00 元

前 言

本书以清华大学土木工程系近年来为结构工程、地震及防护工程专业的研究生开设的钢筋混凝土结构理论课程的教材为基础,经过数年的教学实践,作了较大的修改和补充而写成。本书既突出理论概念的阐述,也注意理论的实际应用,给出了各类实际问题的解答或解法;对理论的实验基础给予足够的重视,引用了国内外许多有价值的实验结果,以便使读者对钢筋混凝土有限元和极限分析的理论与方法有深入、全面的了解;在取材上,力图反映近年来国内外在该领域的最新进展。本书可供初步掌握了一般的钢筋混凝土结构理论、弹塑性力学和有限元分析等方面知识的大专院校师生以及土木工程技术人員使用。

全书共四篇十八章。第一章为绪论,综述钢筋混凝土有限元和结构极限分析的发展和现状。第一篇为弹塑性分析的基础知识,共分两章,内容为应力和应变分析,是为方便读者阅读本书而提供的有关弹塑性力学分析方面必需的基本知识。第二篇为混凝土强度和变形理论,共分五章,内容为单轴和多轴下混凝土强度和变形、混凝土强度准则和本构关系模型,以及钢筋与混凝土的粘结等,是为钢筋混凝土结构的弹塑性分析提供的物理模型,也是钢筋混凝土结构分析理论的基础。第三篇为钢筋混凝土结构的有限元分析,共分六章,系统叙述了钢筋混凝土结构有限元分析中的有关问题,如有限元模型、混凝土本构关系的程序编制,混凝土裂缝的处理方式,钢筋与混凝土间的粘结单元,板的非线性分析和非线性方程组的解法等。第四篇为钢筋混凝土板壳结构的极限分析,共分四章,分别叙述了极限分析的基本原理、板壳结构的极限荷载以及板壳结构的塑性动力反应等。其中,对塑性铰线理论中的机动法和平衡法以及求下限解的条带法都作了较详细的介绍。本书中每一篇都相当详细地叙述了必要的概念、理论和计算方法,并引用了大量参考文献作为补充。因而,除第一篇外,其他三篇几乎都可看成是相对独立的专论。

本书的第一章由沈聚敏和江见鲸编写,第一篇和第三篇由江见鲸编写,第二篇由王传志编写,第四篇由沈聚敏编写。全书由沈聚敏修改定稿。由于作者水平所限,书中难免有不足之处,恳请读者批评指正。

沈聚敏 王传志 江见鲸

1991年6月于清华园

目 录

前言	I
第一章 绪论	1
1-1 引言	1
1-2 钢筋混凝土有限元分析	1
1-3 钢筋混凝土结构的极限分析	4

第一篇 弹塑性分析的基础知识

第二章 应力分析	8
2-1 外力、内力与应力	8
2-2 一点应力状态表示法	8
2-3 任意斜截面上的应力	10
2-4 主应力与应力张量不变量	12
2-5 求解主应力的数值方法	16
2-6 应力圆和罗特参数	18
2-7 应力空间与应力张量不变量的几何意义	20
2-8 八面体正应力与剪应力	22
第三章 应变分析	25
3-1 一点的应变状态	25
3-2 小应变张量各分量的几何意义	27
3-3 坐标转换时应变分量的变化	28
3-4 应变张量不变量	30
3-5 可加应变介绍	32
参考文献	33

第二篇 混凝土强度和变形

第四章 单轴混凝土强度和变形	36
4-1 混凝土的破坏机理	36
4-2 混凝土的断裂强度	40
4-3 混凝土应力应变全曲线	47
4-3-1 轴心受压混凝土应力应变全曲线	47
4-3-2 轴心受拉混凝土应力应变全曲线	49
4-3-3 偏心受压混凝土应力应变全曲线	52
4-3-4 偏心受拉混凝土应力应变全曲线	53
4-4 关于混凝土软化段问题	55
第五章 多轴混凝土强度和变形	57
5-1 概述	57

• III •

5-2	多轴混凝土强度	63
5-2-1	二轴混凝土强度	63
5-2-2	三轴混凝土强度	68
5-3	多轴混凝土变形	76
5-3-1	二轴混凝土变形	76
5-3-2	三轴混凝土变形	81
第六章	混凝土强度准则	85
6-1	混凝土破坏面的描述	85
6-2	一参数至五参数混凝土强度准则模型	87
6-2-1	一参数混凝土强度准则模型	87
6-2-2	两参数混凝土强度准则模型	89
6-2-3	三参数混凝土强度准则模型	93
6-2-4	四参数混凝土强度准则模型	97
6-2-5	五参数混凝土强度准则模型	101
6-2-6	破坏强度准则模型的比较	110
第七章	混凝土本构关系模型	115
7-1	概述	115
7-2	线弹性匀质的本构模型	115
7-3	非线性弹性本构模型	117
7-3-1	两种类型的非线性弹性本构模型	117
7-3-2	Cauchy 模型和 Green 模型的基本概念	118
7-3-3	全量式应力应变关系采用 K_s, G_s 的模型	119
7-3-4	Kotsovos、Newman 全量式应力应变本构模型	122
7-3-5	Ottosen 本构模型	125
7-3-6	Gerstle, Stankowski 增量式本构模型	128
7-3-7	增量式正交本构模型	131
7-4	以经典塑性理论为基础的混凝土塑性本构模型	135
7-4-1	增量塑性理论的几个基本假定	135
7-4-2	弹全塑性混凝土断裂本构模型	139
7-4-3	弹塑性混凝土硬化断裂本构模型	141
7-5	塑性断裂理论	147
7-5-1	概述	147
7-5-2	应变空间塑性方程	147
7-5-3	理想断裂模型	149
7-5-4	塑性断裂理论	150
7-6	内时理论	152
7-7	连续损伤理论	153
第八章	钢筋与混凝土的粘结	157
8-1	概述	157
8-2	粘结机理	158
8-3	粘结应力的计算模式	159
8-3-1	粘结强度的计算	159

8-3-2 局部粘结应力与局部滑移计算	161
8-4 反复荷载下的粘结和滑移	162
8-4-1 反复荷载下粘结滑移的特性	162
8-4-2 局部粘结与滑移的计算	162
参考文献	165

第三篇 钢筋混凝土结构有限元分析

第九章 钢筋混凝土结构有限元模型	171
9-1 分离式模型	171
9-2 组合式模型	188
9-3 整体式模型	196
9-4 计算例题	197
第十章 混凝土本构关系的程序编制	200
10-1 概述	200
10-2 全量型非线性弹性本构关系	200
10-3 弹塑性本构关系——形变理论	213
10-4 弹塑性本构关系——增量理论	216
第十一章 混凝土裂缝的处理方式	227
11-1 处理裂缝的几种方式	227
11-2 开裂后混凝土单元的应力应变关系矩阵	228
11-3 混凝土开裂后释放应力的计算	232
11-4 关于混凝土的非脆性开裂	233
11-5 断裂裂缝与奇异等参单元	234
第十二章 钢筋与混凝土之间的粘结单元	240
12-1 常用粘结单元的种类	240
12-2 粘结单元中的非线性刚度系数	244
第十三章 钢筋混凝土板的非线性分析	247
13-1 弹性板的基本方程	247
13-2 有限元数值方法	252
13-3 钢筋混凝土板的有限元分析	276
第十四章 非线性方程组的解法	281
14-1 结构分析的非线性问题	281
14-2 求解非线性方程组的逐步增量法	283
14-3 求解非线性方程组的三种迭代法	284
14-4 收敛标准	286
14-5 材料非线性问题计算例题	287
14-6 考虑负刚度的一些算法	294
参考文献	300

第四篇 钢筋混凝土板壳结构的极限分析

第十五章 极限分析的基本原理	306
----------------------	-----

15-1	概述	306
15-2	基本假设和极值定理	308
15-3	塑性流动法则	311
15-4	极值定理的证明	312
15-5	极限状态下应力场的唯一性问题	314
15-6	间断问题	315
第十六章	钢筋混凝土板的极限荷载	317
16-1	塑性铰线理论	317
16-1-1	概述	317
16-1-2	确定板破坏机构的基本原则	317
16-1-3	几何可变体系的判别	318
16-1-4	板的转角速率图	319
16-2	机动法	320
16-2-1	内功	320
16-2-2	外功	323
16-2-3	虚功方程	323
16-2-4	方板	323
16-2-5	圆形板和环形板	325
16-2-6	均布荷载作用下的矩形板	329
16-2-7	均布荷载作用下的异形板	337
16-2-8	均布荷载作用下的无梁板	341
16-2-9	在线性分布荷载下的矩形板	346
16-3	平衡法	352
16-3-1	概述	352
16-3-2	节点力	353
16-3-3	平衡法的解法	360
16-4	条带法	366
16-4-1	概述	366
16-4-2	薄板弯曲的基本平衡方程	367
16-4-3	条带法的基本原理	370
16-4-4	条带法应用要点	373
16-4-5	开孔板	378
16-4-6	三角形分布荷载作用下的矩形板	382
16-4-7	连续板	386
16-4-8	线荷载作用下的解法	388
16-4-9	集中荷载作用下的解法	391
16-5	板内钢筋配置的优化	395
16-6	薄膜效应	396
16-6-1	概述	396
16-6-2	考虑薄膜效应的刚塑性解	400
第十七章	钢筋混凝土壳体的极限荷载	411
17-1	概述	411

17-2	具有矩形底面的双曲扁壳	411
17-2-1	两相邻周边具有等矢高的双曲扁壳	411
17-2-2	两相邻周边具有不等矢高的双曲扁壳	416
17-2-3	壳曲面形状对极限荷载的影响	419
17-3	穹顶	420
17-3-1	n 次抛物面旋转壳和锥壳	420
17-3-2	带天窗的 n 次抛物面旋转壳	424
17-3-3	圆球壳	426
17-3-4	旋转壳环向截面延性的校核	427
17-4	圆形储液池	428
17-4-1	池壁自由支承于基础上的储液池	429
17-4-2	池壁与基础整体连接的储液池	431
17-5	组合旋转壳	434
17-5-1	带旋转壳顶盖的储液池	434
17-5-2	带旋转壳罐底的储液罐	437
17-6	圆柱壳	440
17-6-1	长壳	441
17-6-2	中长壳	445
17-7	旋转壳体内钢筋的优化配置	456
第十八章	钢筋混凝土板壳结构的刚塑性动力分析	459
18-1	概述	459
18-2	刚塑性动力学的极值原理	460
18-2-1	引言	460
18-2-2	屈服条件与流动法则	461
18-2-3	机动可能场与动力可能场	462
18-2-4	虚功方程	463
18-2-5	加速度极限原理	463
18-3	梁式板	464
18-3-1	在均布荷载作用下的两端简支板	465
18-3-2	单向连续板	469
18-4	矩形板	474
18-4-1	四边简支	474
18-4-2	四边固结	481
18-5	圆形板	481
18-5-1	周边简支	481
18-5-2	周边固结	486
18-6	圆柱壳	486
18-7	球壳	491
18-8	双曲扁壳	494
	参考文献	497
	附录 向量与张量	502

第一章 绪 论

1-1 引 言

钢筋混凝土结构是土建工程中应用最为广泛的一种结构。但是,对钢筋混凝土的力学性能还不能说已经掌握得很全面了,特别是混凝土。因为混凝土由水泥、水、砂子、石子及各种掺合料或外加剂混合硬化而成,是成分复杂、性能多样的建筑材料。长期以来,人们用线弹性理论来分析钢筋混凝土结构的应力或内力,而以极限状态的设计方法确定构件的承载能力、刚度和抗裂性,显然二者是互不协调的。这种钢筋混凝土构件的设计方法往往采用基于大量试验数据上的经验公式,虽然这些经验公式能够反映钢筋混凝土构件的非弹性性能,对常规设计来说也是行之有效且简便易行的,但是在使用上毕竟有局限性,也缺乏系统的理论性。这种设计方法的不足之处,主要有:

(1) 规范提供的设计公式主要是针对杆件结构的构件,如梁、柱和墙板等,对于复杂的结构,并未提供计算公式。在这种情况下,设计者往往采用模型试验,或弹性力学分析方法来确定内力和变形,并据此进行配筋设计。

(2) 规范提供的设计方法,不能清晰地给出结构在受到各种外荷载作用下的各受力阶段的性状及其发展规律,不能揭示结构内力和变形重分布的过程,从而也不能较准确地评估整个结构的可靠性。

(3) 规范计算公式只是保证安全的一种算法,并不能计算出结构在正常使用荷载下,构件内部任一点的应力或应变状态。

为了克服上述不足,人们曾做了大量的研究工作,探索考虑塑性变形的结构非线性分析方法,以便能正确反映钢筋混凝土结构的实际性状。考虑塑性变形的结构非线性分析通常可以采用两类方法。一类方法是假设材料为刚塑性,按塑性变形规律研究结构达到塑性极限状态时的行为,在分析中忽略弹性变形的影响。这类方法通常称之为极限分析理论,它只能给出结构的极限荷载及其破坏图形。另一类方法是研究随着荷载的不断增加,结构如何由弹性状态过渡到弹塑性状态,最后达到塑性极限状态从而丧失承载能力的。这类方法是以弹塑性变形理论为基础的,研究结构内力和变形发展的全过程,通常称之为弹塑性分析方法。近期发展起来的钢筋混凝土有限元分析就是一种很有效的弹塑性分析方法。

1-2 钢筋混凝土有限元分析

随着有限元数值方法的发展和电子计算机应用技术的进步,人们已经可以对钢筋混凝土结构作比较精确的弹塑性分析了。钢筋混凝土有限元分析就是结合钢筋混凝土特点而新发展起来的一种弹塑性分析方法。

钢筋混凝土有限元分析方法能够给出结构内力和变形发展的全过程;能够描述裂缝

的形成和扩展,以及结构的破坏过程及其形态;能够对结构的极限承载能力和可靠度作出评估;能够揭示出结构的薄弱部位和环节,以利于优化结构设计。同时,它能广泛地适应于各种结构类型和不同的受力条件与环境。但是,和一般连续均匀介质力学中的有限元方法相比,对钢筋混凝土结构进行有限元分析还存在不少困难,这些困难主要有:

(1) 钢筋和混凝土是由两种力学性质很不相同的材料组成的,而且尺度相差很大。

(2) 混凝土材料性质复杂。它不仅成分多样,硬化后留有孔隙和自由水分,甚至还有未水化的水泥颗粒,而且形成很多微观裂缝。因此,混凝土的应力应变关系是高度非线性的,且受其组成、成型工艺和使用环境的严重影响。特别是在复杂的应力状态和加载历史下,混凝土的本构关系还有许多问题有待研究。

(3) 在荷载作用下,一般钢筋混凝土结构是带裂缝工作的,而且这些裂缝随着荷载的增减和时间的推移而发生变化。

(4) 混凝土的变形与时间有关,如收缩和徐变,其规律还有待于深入研究。

(5) 钢筋和混凝土之所以能组合起来共同工作,主要是两者之间存在有粘结作用。但粘结力与其相对变形的关系很复杂,影响因素很多。由于量测技术等方面的限制,粘结滑移的本构关系仍然是目前重要的研究课题。

尽管存在上述各种复杂的因素,各国学者的研究还是取得了很大的进展。最早把有限元分析方法用于钢筋混凝土结构的是美国学者 D. Ngo 和 A. C. Scordelies。在他们的研究中(1967年),沿用已有的有限元方法,将钢筋和混凝土均划分为三角形单元,用线弹性理论分析混凝土和钢筋的应力;但针对混凝土结构的特点,在钢筋与混凝土之间附加了一种粘结弹簧,从而可以分析粘结应力的变化;对于裂缝,他们根据实验总结,预先设置了一条剪切斜裂缝,裂缝间也附加了特殊的连结弹簧,以模拟混凝土裂缝间的骨料咬合力和钢筋的销栓作用。这篇研究论文的发表引起了很大的反响。在以后的二十多年中,混凝土有限元分析的研究有了很大的发展,无论从分析方法、理论基础和实验研究上均取得了明显的进展,目前可以说已经到了相当实用的阶段。欧洲混凝土委员会 1990 年的混凝土模式规范(CEB-90)已经将混凝土有限元分析方法纳入其有关条文中。我国水工钢筋混凝土结构规范也在附录中列入了有关有限元分析的条文。以下就钢筋混凝土有限元分析的发展和应用中的有关问题作一简要的回顾。

首先是关于混凝土的破坏准则。在早期的有限元分析中,比较多的是采用莫尔破坏准则。这一准则有两个材料常数,它在应力空间可以表示为一个多角锥体。而近代混凝土三轴破坏试验表明,多角锥体不能精确地反映混凝土破坏曲面。于是,三参数、四参数和五参数破坏准则相继被提出来。已有的实验结果证明,某些四参数和五参数公式已能较好地反映出混凝土在三轴应力状态下的破坏特征,在实际分析中得到应用,并且有足够的精度。

在混凝土的本构关系上,各国学者提出了多种多样的模式,如:线弹性理论、非线性弹性理论、弹塑性理论、内时理论、粘弹性和粘塑性理论等,但彼此之间还差异较大。近年来,利用断裂力学和损伤力学的方法进行混凝土构件和结构分析,也取得了进展。可以说,凡是在固体力学或结构分析中应用过的理论,在混凝土的本构关系建立过程中均被采用过,并用来分析不同类型的实际结构。可是,由于缺乏足够的实验基础,至今还没有一种公认的理论或本构模型,可以广泛用于各种条件下的混凝土结构分析。为解决这一问题还有许

多研究工作要做,特别是在实验研究方面。

在钢筋与混凝土间的粘结单元模型方面,已提出了多种不同的粘结单元模型,如:双弹簧连结单元、粘结斜杆单元、无厚度四结点或六结点粘结单元、斜弹簧单元等。而在粘结-滑移关系(τ - S 曲线)方面,在分析中初期采用的是线性关系,随后发展为非线性的关系,提出了多种 τ - S 曲线的数学表达式。由于影响因素较多,问题复杂,目前尚无完善的计算模式。

裂缝处理始终是混凝土有限元分析的关键问题。初期的混凝土有限元分析采用分离式裂缝,即裂缝置于单元之间,一旦裂缝发展,则需要重新划分网格,这是很费工时的,限制了它的进一步扩大应用。H. A. Franklin 于 1970 年提出了“弥散裂缝”的概念和处理方法,可以自动追踪裂缝的发展,这为有限元分析混凝土结构提供了有力的手段,得到了广泛的应用。八十年代,人们又将断裂力学和损伤力学用于混凝土的裂缝分析,取得了可喜的进展。

在混凝土有限元分析中,单元划分方法也有了较大的发展。早期是与单一或几种连续介质材料组成的有限元划分方法一样,将钢筋和混凝土均划分为微小单元,这对大型钢筋混凝土结构的分析是难以实现的。后来提出了分层组合式单元,用于受弯构件的分析,可以计算出随荷载增加而裂缝沿高度截面逐步开展的情况。另一种单元划分是由 O. C. Zienkiewicz 建议的带膜组合式,用于核电站三维结构的分析,取得了许多有价值的结果。稍后,美国的 W. C. Schnobrich 提出了一种“弥散”钢筋的方法,即把钢筋化为等效的混凝土,然后统一计算刚度矩阵。这种方法,计算简便,特别适用于大体积钢筋混凝土结构,因而应用很广。上述有限元组合划分方式的研究,对有限元技术的发展起了重要的促进作用。

此外,在求解非线性有限元方程方面,已发展了多种有效的数值解法,最常用的是增量法和迭代法。但是,由于混凝土的应力-应变全曲线具有下降段,结构在达到极限承载能力后产生“软化”现象。目前,对处理这种软化现象虽然已经发表了不少论文,但大多还只是针对一些特定的情况,至今还没有完善的处理方法;特别是在考虑结构软化现象后,数值解法的稳定性和收敛性问题更缺乏理论上的论证。

钢筋混凝土结构的有限元分析离开计算机是不可能实现的,因而程序编制特别重要。目前,世界各国都编制了众多的用于混凝土有限元分析的专用程序,用来分析梁、柱单个构件,以及杆系结构和板、壳等不同类型的结构,并已推广应用于海岸工程、核电站工程、大坝工程等大型结构的分析中,取得了良好的实际效果;除静力分析外,对温度作用、地震反应以及撞击和爆炸波作用下的动力分析等领域也进行了广泛的研究。

由于实际钢筋混凝土分析需要大容量、高速度的计算机,计算费用较高,因而对量大面广的常规钢筋混凝土结构,主要还是根据规范的传统方法进行设计计算。目前,钢筋混凝土有限元分析主要用于以下三种情况:

(1) 用于重大结构,如核电站的安全壳、压力壳、海上采油平台、大型水利工程结构等。这些结构投资巨大,一旦失效不但经济损失惨重,而且对社会、政治也会产生不良影响。因而,对具有重大经济价值和社会效益的结构,一般都需用有限元方法分析,并对其在使用及极端状态下的可靠性作出科学的评价。

(2) 用于结构或构件的全过程分析。如混凝土坝、地下结构等,施工时间长,而交付使用后由于混凝土徐变,其内部应力及变形分布还会发生变化。在这种情况下,要得到随时间推移和随条件变化而发生的应力和应变分布情况,必须借助于非线性有限元分析。此外,对钢筋混凝土构件与结构进行从加载到破坏的全过程分析,可对构件和结构的性能及其实际的极限荷载有更深入、正确的了解,能揭示出结构的薄弱部位,能对其可靠性作出正确的评价,并有利于改进原有的设计。

(3) 辅助实验进行参数分析。为了研究各种参数,诸如混凝土等级、钢筋强度、配筋数量和型式对结构性能的影响,往往要按照参数变化分组做出试件进行实验。这种实验数量多,周期长,劳动投入大。如果采用有限元分析,则可用少量试验确定基本参数,然后在分析中调整参数,辅助分析参数变化的影响,同样可以达到目的。这对减轻劳动、提高效率有很大的意义。

作为一门新的结构分析技术,钢筋混凝土有限元分析具有广泛的应用前景,但它还在不断地发展和完善之中;不仅有许多理论问题尚待深入研究,而且在实际应用方面,针对不同的作用环境和不同类型的结构物,还需要不断扩大研究领域。

1-3 钢筋混凝土结构的极限分析

极限分析理论是钢筋混凝土结构非线性分析的另一类重要方法,在 50 和 60 年代曾得到了很好的发展和完善。在极限分析理论中,不考虑材料的弹性性质和强化效应,视结构为理想刚塑性。按这个理论求解钢筋混凝土结构的极限荷载或极限荷载的界限,十分明了而简单,能得到与试验相符的结果,从而可对钢筋混凝土结构的实际承载能力及其可靠性作出正确评价。因而,这种方法在实际工程中得到了广泛的应用。但是,极限分析理论不能象钢筋混凝土有限元分析方法那样,得到结构从加载到破坏全过程的应力和应变状态及其发展规律、裂缝分布与发展,从而揭示结构的薄弱部位和环节,改进结构设计。它只能得出结构的极限荷载、应力分布区及结构在塑性极限状态下满足塑性流动法则和机动条件的破坏机构。

钢筋混凝土结构分析中采用极限分析理论必须满足下列条件:

(1) 结构达到塑性极限状态时的塑性区应具有足够的变形能力,结构应发生延性破坏。

(2) 丧失承载能力前结构的变形要足够小,因此在建立平衡方程时可以忽略结构几何尺寸的改变。

(3) 达到塑性极限状态前,结构不会发生失稳破坏,也不会发生剪切破坏、钢筋锚固失效的粘结破坏以及混凝土受压破坏。

(4) 所有外荷载都按同一比例增加,即满足简单加载的条件。

本世纪初塑性理论虽已受到重视,但由于塑性理论中本构关系的复杂性和缺乏坚实的实验基础,塑性理论未能得到迅速的发展,作为塑性理论一个重要分支——极限分析理论的完整建立也就受到影响。1936 年,苏联学者 A. A. Гвоздев 提出了极限分析的完整理论,当时在苏联引起了广泛的重视,此后该理论又得到较大的发展。然而,西方世界在 50

年代以前尚未知晓这项理论研究。直到 50 年代初期,美国布朗大学 W. Prager 和 D. C. Drucker 等教授提出了类似的极限分析理论之后,这一理论才在世界范围内引起重视。于是,极限分析的理论和方法得到迅速地发展和完善。

在极限分析理论的发展过程中,最重要的进展之一无疑是上、下限定理的建立。A. A. Гвоздев、D. C. Drucker、W. Prager、H. J. Greenberg 和 R. Hill 都对此作过严谨的证明,提出了完整的表述,对这一分析理论的发展做出了重要的贡献。

钢筋混凝土连续梁和刚架的极限分析研究得比较完整和成熟,并已发展了许多方法,如不等式法、机构迭加法和弯矩调幅法等。求解这一类问题的数学计算比较简便,极限条件也较简单,对钢筋混凝土连续梁和刚架进行极限分析却十分有效,能够得出与实际情况比较符合的极限荷载。

钢筋混凝土板的极限分析最常用的是塑性铰线理论。早在 20 年代初丹麦学者 A. Ingerslev 就提出了塑性铰线的概念,随后 K. W. Johansen 建立了用塑性铰线求解钢筋混凝土板极限荷载的理论。基本上与此同时,A. A. Гвоздев 也独立地提出了钢筋混凝土板的极限分析理论。长期以来,各国学者在钢筋混凝土板的极限分析方面进行了系统而广泛的研究,发展了不同的实用分析方法,解决了大量的实际工程设计问题,取得了很大的进展。目前,基于极限分析理论基础上的钢筋混凝土板的极限设计方法正日臻完善,并已反映在一些国家钢筋混凝土结构设计规范的有关条文中。例如,1950 年苏联颁布了“钢筋混凝土楼盖板及次梁考虑塑性变形的计算规程(И-132-50)”,在国际上首次将极限分析理论以技术规范的形式实际应用于钢筋混凝土楼盖的设计中。

薄膜效应是钢筋混凝土板极限分析的一个重要研究课题。本世纪初期,德国学者 C. Bach 和 O. Graf 在钢筋混凝土板的试验中已观察到了这个现象,它显著地提高了钢筋混凝土板的承载能力。随后,A. A. Гвоздев 于 30 年代末论证了在钢筋混凝土板的设计中应如何考虑薄膜效应的影响问题,并将此建议具体反映在 1950 年颁布的钢筋混凝土楼盖板的计算规程中。1955 年 A. J. Ockleston 发表了南非一幢三层钢筋混凝土原型结构的破坏性试验结果,指出由于薄膜效应的存在,实测破坏荷载比按塑性铰线理论求得的值高 3~4 倍。此后,各国学者对薄膜效应从试验和理论上都进行了深入的研究。由于在极限分析理论中忽略了弹性变形,而薄膜效应恰与板的弹变形密切相关,因而用极限分析(刚塑性分析)法从理论上难以得出满意的结果,往往不得不根据试验来加以修正。

根据塑性铰线理论的机动法或平衡法求得的板的极限荷载为上限解。对于具有复杂形状、荷载和配筋的板,塑性铰线位置不易准确地判断和确定下来,因而也就给极限荷载上限解的确定带来困难。并且,按塑性铰线理论也不能确定除塑性铰线处以外板中各点的内力,这就给钢筋混凝土板的配筋带来不便。寻求钢筋混凝土板极限荷载的下限解乃是极限分析理论发展与应用的另一个重要研究课题。A. Hillerborg 根据下限定理提出了条带法,按条带法进行板的配筋设计无疑是偏于安全的,而且特别适用于异形板和开孔板。但是,条带法只能解决已知荷载下钢筋混凝土板的设计问题,却不能在已知板的截面强度时,确定板的极限荷载。

虽然 A. A. Гвоздев 在建立塑性理论时考虑了混凝土材料,但 W. Prager 等学者所建立的塑性理论却主要是针对金属材料的,因而对于混凝土这种脆性材料,一般说来极限分

析理论不是很适用的,对于素混凝土和由混凝土对承载能力起控制作用的钢筋混凝土,求解时就会遇到较大的困难。钢筋混凝土壳体基本属于这类问题,其极限分析要比板困难得多,目前还只能求解比较简单的问题。50年代初期,A. M. Овечкин 和 Н. В. Ахвледиани 曾对钢筋混凝土球壳和双曲扁壳的承载能力进行过试验和理论研究,探讨了这类壳体的可能破坏图形及其极限分析方法。苏联1961年颁布的钢筋混凝土薄壁空间楼盖与屋盖的设计规程已建议采用极限分析方法计算球壳的极限荷载。

除此以外,在70年代 M. P. Nielsen 曾试图用极限分析理论求解混凝土和钢筋混凝土的抗剪问题,这是扩大极限分析理论在混凝土和钢筋混凝土结构中应用范围的有益工作。由于求解这类问题在理论上还不够完善,所得理论结果还须用经验方法加以修正,才能与试验结果取得一致,因此这种分析方法还未能为人们所普遍接受。即便如此,这仍是项有意义的研究,有助于更深入地了解钢筋混凝土剪切破坏的性状,并有助于在理论上建立起新的抗剪设计方法,以期比传统的设计方法较少地依赖于经验公式。

当钢筋混凝土结构承受短时持续荷载作用时,惯性力是不能忽视的。这类荷载的性质往往是偶然发生且具有很大的输入能量,因而在设计中一般都容许产生塑性变形。如果在分析中可以忽略弹性变形,则可使这类动力问题的求解大为简化。这种动力极限分析理论或称之为刚塑性动力分析方法与静力极限分析不同:在动力极限分析中,要考虑结构运动过程中塑性铰或塑性铰线的位置随时间而改变的状况,且还应计及应变速率对材料强度的影响,这样就增加了问题的难度和复杂性。在50和60年代期间曾对这类动力问题进行过深入的研究,取得过较大的进展。

如前所述,在静力极限分析中一般都假设荷载作用为简单加载情况,若荷载作用为复杂加载的情况,即荷载按某种规律反复变化,则结构可能出现两种不同类型的塑性破坏:一种为低周疲劳破坏,另一种为塑性应变积累破坏。对于这类问题至今尚未能获得很好的解决,是需要做进一步研究的重要课题。



第 一 篇

弹塑性分析的基础知识



第二章 应力分析

为了使读者更方便地阅读以后各章的内容,特别是有关混凝土的多轴强度准则和本构关系等章节,在第二和第三章中分别对弹塑性理论中的应力状态分析和应变分析作一简要的介绍,作为下面各章的导引。

2-1 外力、内力与应力

力是物体间的相互作用。当取某一物体(或由几个物体组成的系统)作为研究对象时,我们可以把力分为外力与内力。外力是指其它物体作用于该物体上的力;内力是指该物体内部各部分之间相互作用的力。应该注意,内力和外力在一定条件下是可以互相转化的。例如,为了研究物体内部相互作用的内力,我们常用假想的截面将物体切开,取出一部分为研究对象,这一部分通常称为隔离体。这时,另一部分对隔离体的作用力对隔离体来讲是外力,而对整个物体来讲则是内力。

用假想截面将物体切开后,截面上各点之间的相互作用力一般是不相同的。我们在截面上取包含点 P 在内的一微面积 ΔA ,如图 2-1。设作用在 ΔA 上的内力为 ΔF ,则作用在 ΔA 上力的集度的平均值为 $\bar{\sigma} = \Delta F / \Delta A$ 。当 ΔA 无限缩小而聚于 P 点时,取

$$\sigma_P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2-1)$$

称为 P 点的应力。因为面积 ΔA 是标量,所以 σ_P 的方向就是 ΔF 的极限方向,是一个向量。 σ_P 是截面上的总应力,为便于公式推导和数值计算,可以用它在坐标轴方向

上的 3 个分量来表示,如 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 等。另一方面,在分析物体的形变和强度问题时,我们又常将总应力分解为正应力和剪应力。正应力是应力在截面法线方向的分量,剪应力是在截面切线方向的分量。工程上,正应力常用 σ 表示,剪应力常用 τ 表示,如图 2-1。

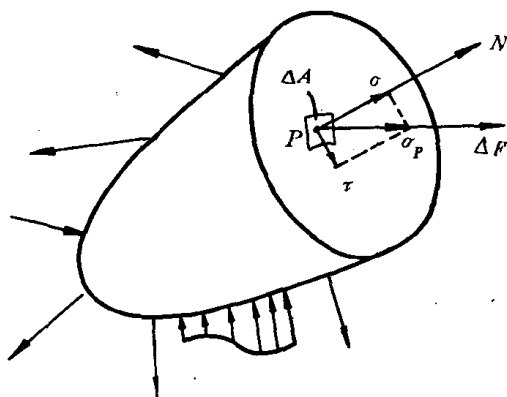


图 2-1

2-2 一点应力状态表示法

一般情况下,截面上各点的应力不一定相同。此外,即使对于同一点,其截面方向不同时,应力的大小和方向也会不同。为了分析物体内一点的应力状态,即分析同一点而截面