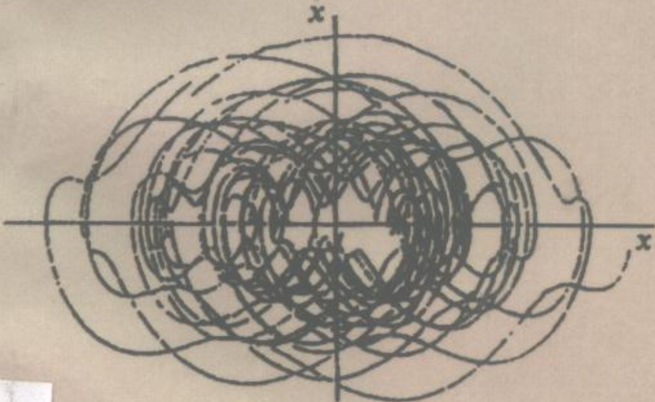
近代工程动力学

——随机·混沌

龙运佳　梁以德　编著



22
8

科学出版社

近代工程动力学

——随机·混沌

龙运佳 梁以德 编著

科学出版社

1998

内 容 简 介

近代动力学经历了一个从传统动力学到随机动力学再到混沌动力学的发展过程，本书从工程角度，用科技人员能理解的简明语言，全面地介绍其基本概念、理论与方法，书中包括最新的实践及应用．全书内容丰富，有大量图，分为三部分（十二章）：第一部分，以确定论为基础的传统工程动力学，第二部分，以概率论为基础的随机工程动力学；第三部分，以混沌论为基础的工程混沌动力学．

本书可供力学科研人员及相关专业工程技术人员阅读，也可作为高等院校有关课程的参考书．

图书在版编目（CIP）数据

近代工程动力学：随机·混沌/龙运佳，梁以德编著．北京：科学出版社，1998．6

ISBN 7-03-006387-2

Ⅰ．近… Ⅱ．①龙… ②梁… Ⅲ．①工程力学：动力学 ②随机-动力学③混沌学：动力学 Ⅳ．TB122

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 25288 号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

科地亚印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1998 年 6 月第 一 版	开本：850×1168 1/32
1998 年 6 月第一次印刷	印张：4 3/4
印数：1－1700	字数：119 000

定 价：9.50 元

序

近代工程动力学经历了一个从传统工程动力学到随机工程动力学再到工程混沌动力学的发展过程.

传统工程动力学渗透着确定论的世界观,所有运动量(位移、速度、加速度),无论输入或输出,都视为完全确定,确定的输入,一定产生确定的输出.并在线性系统和少量非线性系统中,找出了输出与输入的关系.对工程中实际存在的不确定性,用经验来近似处理.对危险工况用安全系数加以估算.

在工程界,这种状况一直持续到本世纪50年代末,由于航天工程的推动,工程动力学引进了概率理论,发展了随机工程动力学,它渗透着概率论的观点.所有运动量(位移、速度、加速度),无论输入或输出都视为随机变量,并在线性系统和少量非线性系统中找到了输入与输出的关系(不确定的输入,一定产生不确定的输出).随机工程动力学描述了实际存在的不确定性.在风、浪、地震、地面不平等条件下的工程动力学中,得到广泛的应用.

长久以来,传统工程动力学与随机工程动力学之间,没有太多的联系,直到本世纪70年代末,由于计算机数值仿真技术的推动,发现在非线性工程系统中(即使是单自由度系统),当参数满足一定条件时,输入确定性激励后,却输出类似随机的不确定响应.因此在工程动力学中,产生了一个新的分支——工程混沌动力学.它渗透着混沌论的观点.

工程混沌动力学沟通了传统工程动力学与随机工程动力学之间的联系,是人类认识世界的新飞跃,也是改造世界的新科学.

现在,随机工程动力学与混沌工程动力学的研究已遍及各工程领域,本书旨在用科技人员能够理解的语言,结合工程力学系统来叙述近代工程动力学的概念与方法,应用与新例.本书可供大学

各有关专业师生与相关科技人员阅读.

龙运佳　　　　梁以德
（中国农业大学）　（曼彻斯特大学）
1997年1月于香港大学

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

目　　录

第三部分 混沌论的工程混沌动力学
——确定性系统的内秉随机性

第一部分　确定论的传统工程动力学

第一章　分析动力学

§1.1　虚功原理

§1.1.1　虚位移

虚位移原理（虚功原理）是分析动力学的基础，它借助虚位移将静力学问题用动力学方法作假想处理.例如，在图 1.1.1 中，机

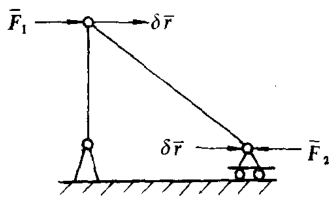


图 1.1.1

构上作用有两个力 F_1，F_2，若假想给以虚位移 δr，当机构平衡时，虚功之和应为零，即

$$F_1\delta r - F_2\delta r = 0$$

解出上式为

$$F_1 = F_2$$

用虚位移与虚功的概念解静力学问题，比用静力平衡方程式解要简单得多.

虚位移是假想（无时间过程）的、约束许可的无限小位移（或角

位移),它与实位移有本质区别,虚位移的求法同求速度的方法相一致.

§1.1.2 虚功原理及其证明

虚功原理 对具有理想约束(约束反力虚功之和为零)的质点系统,其平衡条件为,主动力(有功力)在任意一组虚位移中所作虚功之和为零.

$$\sum \vec{F} \cdot \delta \vec{r} = 0 \tag{1.1.1}$$

证 系统中某个质点平衡,则其上作用的主动力 F 与约束反力 N 平衡,即

$$\vec{F} + \vec{N} = 0$$

或

$$(\vec{F} + \vec{N}) \cdot \delta \vec{r} = 0 \tag{1.1.2}$$

系统中所有质点平衡,将(1.1.2)相加得

$$\sum \vec{F} \cdot \delta \vec{r} + \sum \vec{N} \cdot \delta \vec{r} = 0$$

因对理想约束有

$$\sum \vec{N} \cdot \delta \vec{r} = 0$$

故有

$$\sum \vec{F} \cdot \delta \vec{r} = 0$$

§1.1.3 举例

例 1 在图 1.1.2 中,已知 $OA = e$,其上作用有力矩 M,求机构平衡所需之力.

解 (1) 画有功力 P,M

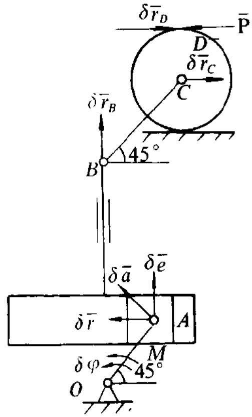


图 1.1.2

(2) 计算有功力作用处的虚位移

A 点:因 $\delta\vec{a}=\delta\vec{e}+\delta\vec{r}$

故

$$\delta e=\delta a\cdot\cos45°=0.5\sqrt{2}\,e\delta\phi$$

BC 件:因 $\delta r_B\cos45°=\delta r_C\cos45°$

故

$$\delta r_C=\delta r_B=\delta e=0.5\sqrt{2}\,e\delta\phi$$

C 轮:$\delta r_D=2\delta r_C=\sqrt{2}\,e\delta\phi$

(3) 代入 $\sum\vec{F}\cdot\delta\vec{r}=0$

因

$$M\delta\phi-P\sqrt{2}\,e\delta\phi=0$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

故

$$P=0.5\sqrt{2}\,M/e$$

例 2 在图 1.1.3 机构中，已知 P，求平衡所需的力 S(当转角 $\phi=45°$时).

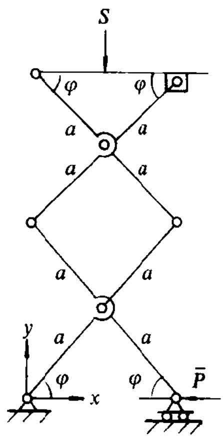


图 1.1.3

解

(1) 画有功力 P,S

(2) 求有功力处虚位移(又叫变分)

对 P 力的 x 坐标 X_P,由几何关系知

$$X_P=2a\cos\phi$$

变分得

$$\delta X_P=-2a\sin\phi\delta\phi \tag{1.1.3}$$

对 S 力的 y 坐标 Y_S,由几何关系知

$$Y_S=4a\sin\phi$$

变分得

$$\delta Y_S = 4a\cos\phi\delta\phi \tag{1.1.4}$$

(3) 代入 $\sum \vec{F} \cdot \delta \vec{r} = 0$

因

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\delta \vec{r} = \delta x \vec{i} + \delta y \vec{j} + \delta z \vec{k}$$

故

$$\sum \vec{F} \cdot \delta \vec{r} = \sum (F_x \delta x + F_y \delta y + F_z \delta z) = 0 \tag{1.1.5}$$

上式称为虚功原理解析式,将(1.1.3),(1.1.4)代入(1.1.5)得

$$-P(-2a\sin\phi)\delta\phi + (-S)4a\cos\phi\delta\phi = 0$$

将 $\phi = 45°$ 代入上式,得

$$S = P/2$$

§1.1.4 广义坐标

广义坐标为系统的定位参数,而且在非动力学状态时彼此独立.

例如,图 1.1.4 两自由度双摆有两个广义坐标 q_1 与 q_2. 图 1.1.5 单自由度系统仅有一个广义坐标 q,一般,对完整约束系统,广义坐标数目等于系统自由度的数目 N.

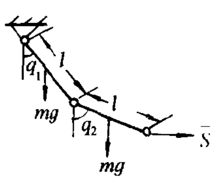


图 1.1.4

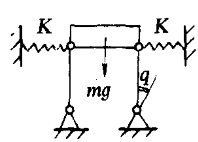


图 1.1.5

§1.1.5 完整约束

约束就是限制系统运动的条件，限位的叫几何约束，限速的叫运动约束（如纯滚动时，轮子角速度受到地面的约束）。

约束方程即约束的数学表达式，如$\dot{S}=R\dot{\phi}$为纯滚动轮子的运动约束方程（其中R为轮子半径，$\dot{S}$为轮心速度，$\dot{\phi}$为轮子角速度）。当约束方程中微分项可积分时，称为完整约束（例如，$\dot{S}=R\dot{\phi}$可积分为$S=R\phi$）。

§1.1.6 广义力

广义力Q_j是按虚功折算到广义坐标上的力，即

$$Q_j=\frac{1}{\delta q_j}\left[\sum\vec{F}\cdot\delta\vec{r}\right]\quad(\delta q_j\neq0,\delta q_i=0,i\neq j)\tag{1.1.6}$$

因

$$\delta\vec{r}=\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_1}\delta q_1+\ldots.+\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\delta q_j+\ldots.$$

故

$$Q_j=\sum\vec{F}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\tag{1.1.7}$$

§1.1.7 势力场中的广义力

因

$$\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}\tag{1.1.8}$$

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\tag{1.1.9}$$

将(1.1.8)，(1.1.9)代入(1.1.7)得

$$Q_j=\sum\left(F_x\frac{\partial x}{\partial q_j}+F_y\frac{\partial y}{\partial q_j}+F_z\frac{\partial z}{\partial q_j}\right)\tag{1.1.10}$$

因对有势力下式成立（若势函数为V），

$$
\begin{aligned}
F_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\
F_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\
F_z &= -\frac{\partial V}{\partial z}
\end{aligned}
\tag{1.1.11}
$$

将(1.1.11)代入(1.1.10)得

$$Q_j = -\sum\left[\frac{\partial V}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial q_j}+\frac{\partial V}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial q_j}+\frac{\partial V}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial q_j}\right]$$

故

$$Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j} \tag{1.1.12}$$

§1.1.8 广义坐标形式的虚功原理

将(1.1.1)代入(1.1.6)得

$$Q_j = 0 \quad (j=1,2,\cdots,N) \tag{1.1.13}$$

N 为系统自由度.

例 3 在图 1.1.4 中,已知 $S=mg$,求平衡时的 q_1,q_2.

解 (1) 画有功力 S,mg

(2) 建广义坐标 q_1,q_2

(3) 用(1.1.6)式算 Q_1,Q_2

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= \frac{1}{\delta q_1}\left(\sum\vec{F}\cdot\delta\vec{r}\right) \quad (\delta q_1\neq 0,\delta q_2=0) \\
&= \frac{1}{\delta q_1}\Big[-\frac{1}{2}mg\cdot\sin q_1\cdot\delta q_1 - lmg\cdot\sin q_1\cdot\delta q_1 \\
&\qquad + Sl\cos q_1\cdot\delta q_1\Big] \\
&= Sl\cos q_1 - 1.5lmg\cdot\sin q_1
\end{aligned}
\tag{1.1.14}
$$

$$
\begin{aligned}
Q_2 &= \frac{1}{\delta q_2}\left(\sum\vec{F}\cdot\delta\vec{r}\right) \quad (\delta q_2\neq 0,\delta q_1=0) \\
&= \frac{1}{\delta q_2}\left[Sl\cos q_2\cdot\delta q_2 - 0.5lmg\cdot\sin q_2\cdot\delta q_2\right]
\end{aligned}
$$

$$=Sl\cos q_2-0.5lmg\cdot\sin q_2 \tag{1.1.15}$$

(4) 代入 $Q_1=0,Q_2=0$，解出

$$q_1=\operatorname{arctg}(2/3)$$

$$q_2=\operatorname{arctg}2$$

§1.2 Lagrange 方程

若广义力不为零，则引起完整理想约束系统动能产生变化，广义力 Q_j 与总动能 T 变化的关系称为 Lagrange 方程．

$$Q_j=\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}-\frac{\partial T}{\partial q_j} \tag{1.2.1}$$

因为

$$\begin{aligned}Q_j&=\frac{1}{\delta q_j}\left[\sum\vec{F}\cdot\delta\vec{r}\right]\quad(\delta q_j\neq0,\delta q_i=0,i\neq j)\\&=\frac{1}{\delta q_j}\left[\sum(\vec{F}+\vec{N})\cdot\delta\vec{r}\right]\quad(\delta q_j\neq0,\delta q_i=0,i\neq j)\\&=\frac{1}{\delta q_j}\left[\sum m\vec{a}\cdot\delta\vec{r}\right]\quad(\delta q_j\neq0,\delta q_i=0,i\neq j)\end{aligned} \tag{1.2.2}$$

又

$$\delta\vec{r}=\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_1}\delta q_1+\cdots+\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\delta q_j+\cdots \tag{1.2.3}$$

将式(1.2.3)代入(1.2.2)得

$$\begin{aligned}Q_j&=\sum m\left(\vec{a}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\right)\\&=\sum m\left[\frac{d}{dt}\left(\vec{V}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\right)\right]-\sum m\left[\vec{V}\cdot\frac{d}{dt}\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\right]\\&=\frac{d}{dt}\left[\sum m\vec{V}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_j}\right]-\sum m\vec{V}\cdot\frac{\partial\vec{V}}{\partial q_j}\end{aligned} \tag{1.2.4}$$

又因

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial \dot{q}_j}=\frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial \dot{q}_j}=\frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_1}\dot{q}_1+\cdots+\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_j}\dot{q}_j+\cdots\right]=\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_j} \tag{1.2.5}$$

将式(1.2.5)代入(1.2.4)得

$$\begin{aligned} Q_j &= \frac{d}{dt}\left[\sum m\vec{V}\cdot\frac{\partial \vec{V}}{\partial \dot{q}_j}\right]-\frac{\partial}{\partial q_j}\left[\sum \frac{1}{2}m\vec{V}\cdot\vec{V}\right] \\ &= \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\sum \frac{1}{2}m\vec{V}\cdot\vec{V}\right)-\frac{\partial}{\partial q_j}\left[\sum \frac{1}{2}m\vec{V}\cdot\vec{V}\right] \\ &= \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}-\frac{\partial T}{\partial q_j} \qquad (j=1,2,\cdots,N) \end{aligned}$$

将式(1.1.12)代入(1.2.1)可得势力场中的 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}-\frac{\partial L}{\partial q_j}=0 \tag{1.2.6}$$

$$(j=1,2,\cdots,N)$$

式中 L 为 Lagrange 函数

$$L=T-V \tag{1.2.7}$$

例 1 在图 1.2.1 中,均质轮作纯滚动,均质杆作摆动,两者质量均为 m,已知 m,r,l,试建立振动微分方程.

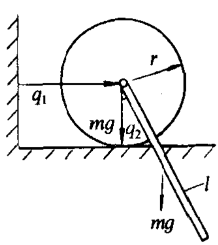


图 1.2.1

解 (1) 建立广义坐标 q_1,q_2

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com