

现代外国统计学优秀著作译丛

随机过程

STOCHASTIC PROCESSES

[美] S.M. 劳斯 著

何声武

谢盛荣 译

程依明

史定华 校

中国统计出版社

020.6

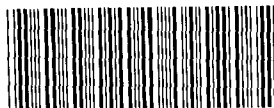
463245

现代外国统计学优秀著作译丛

随 机 过 程

[美] S. M. 劳 斯 著

何声武 谢盛荣 程依明 译
史定华 校



00463245

中国统计出版社

(京) 新登字 041 号

图书在版编目 (CIP) 数据

随机过程/ (美) 劳斯 (Ross, S. M.) 著; 何声武等译.

—北京: 中国统计出版社, 1997. 7

(现代外国统计学优秀著作译丛)

书名原文: Stochastic Processes

ISBN 7-5037-2295-9

I. 随…

II. ①劳… ②何…

III. 随机过程

IV. O211. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 19453 号

著作权合同登记: 图字: 01—97—0386 号

中国统计出版社出版

(北京三里河月坛南街 75 号 100826)

新华书店经销

科伦克三莱印务(北京)有限公司印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 12 印张 29.5 万字

1997 年 7 月第 1 版 1997 年 7 月北京第 1 次印刷

印数: 1 — 3 000 册

*

定价: 26.60 元

(版权所有 不得翻印)

版权公告:

Copyright notice:

随 机 过 程
STOCHASTIC PROCESSES

[美] Sheldon M. Ross

Copyright ©1983, by John Wiley & Sons, Inc.

All Rights Reserved

Authorized translation from English language edition published
by John Wiley & Sons, Inc.

本书中文版翻译、出版专有权归国家统计局
统计教育中心和中国统计出版社

现代外国统计学优秀著作译丛 专家委员会

主 任:

翟立功 国家统计局副局长

副主任:

贺 铿 国家统计局副局长

王吉利 国家统计局统计教育中心主任

委 员:

刁锦寰 美国芝加哥大学商学院 教授

吴建福 美国密西根大学统计系 教授

孟晓犁 美国芝加哥大学统计系 博士

张尧庭 上海财经大学数量经济研究所 教授

茆诗松 华东师范大学数理统计系 教授

陈家鼎 北京大学概率统计系 教授

郑祖康 复旦大学统计与运筹系 教授

吴喜之 南开大学数学系 教授

袁 卫 中国人民大学统计系 教授

邱 东 东北财经大学统计系 教授

郝国印 国家统计局统计教育中心副主任

谢鸿光 中国统计出版社副总编

办公室:

刘启荣 国家统计局统计教育中心教材处处长

严建辉 中国统计出版社第二书籍编辑部主任

李 毅 国家统计局统计教育中心教材处副处长

出 版 说 明

为了加强对国外统计理论与实践的研究和了解，全面反映国外统计科研和教学的发展，促进我国统计教学改革和教材内容更新，在国家统计局领导的大力支持下，全国统计教材编审委员会组织翻译出版了这套“现代外国统计学优秀著作译丛”。

随着我国社会主义市场经济体系的逐步建立，统计教育正面临着十分严峻的挑战。一方面，在社会主义市场经济条件下，不论国家的宏观经济调控还是企业的生产经营管理，都要求准确地把握市场运行的态势，科学地分析经济中各种错综复杂的关系，因而，对统计信息的需求越来越大，对统计人才的业务素质提出了更高的要求；另一方面，我国过去的统计教育模式是按为高度集中的计划经济管理体制服务的要求建立的，培养的统计人才的知识结构比较单一，难以适应经济体制、统计体制改革的需要。为使统计人才的培养适应建立社会主义市场经济体制的需要，满足二十一世纪现代化建设的要求，缩小与国际先进水平的差距，基础在教育，关键在教材。在继续组织有关专家、学者编写一批反映国内统计科学和统计实践发展的新教材的同时，必须尽快引进并翻译出版一批外国先进统计教材。这是学习外国先进统计知识的一

种直接而且十分有效的方式，对于推动国内统计教材内容更新和教学改革，造就一大批具有渊博知识和多方面业务技能的复合型人才，具有十分重要的意义。

为了做好这套丛书的翻译出版工作，全国统计教材编审委员会成立了现代外国统计学优秀著作译丛专家委员会，对国外统计著作的出版和使用情况进行了调查研究，分析了国内对外国统计教材的需求，在此基础上制定了翻译著作选题规划。在这套丛书的翻译出版过程中，我们得到了国内外有关专家、有关院校统计系和国外有关出版公司的大力帮助和支持，在此表示衷心的感谢。

全国统计教材编审委员会

1995年7月

译者序

S. M. 劳斯著的《随机过程》是一本值得引进与借鉴的应用随机过程的优秀教材。劳斯是著名的美国应用概率专家，加利福尼亚大学伯克莱分校工业工程与运筹学系教授，《Probability in the Engineering and Informational Sciences》杂志的主编，著有大量的应用概率论文与研究报告以及一系列概率论与随机过程的教材。《随机过程》一书于1983年由John Wiley父子公司出版，列入Wiley概率论与数理统计丛书。

《随机过程》一书包括了应用随机过程的主要内容，只是很少涉及平稳过程，在应用中后者往往被归之于时间序列分析，通常属于随机过程统计的范围。然而，使本书富有特色的是它的处理、叙述与论证方法。正如作者在序言中所说，本书竭力以概率的观点来讲述随机过程的理论，而不是过份依赖于分析方法，沉溺于大量的计算之中，真正显示出概率分析的特点，这正是近代成熟的概率论的标志。但是本书也没有因此而期求测度论及其它的高级数学工具，而是始终一贯地使用富有启发性，又是非常有趣的直观推导的方法，这是十分难能可贵的。即使专门从事理论研究的概率统计学家也是少不了这种方法的。书中有意安排并反复使用一些对解决应用概率问题十分有用的数学技巧，便于读者学会使用。由于作者有十分丰富广泛的应用背景，使书中的大量例子引人入胜，特别，其中一些需要创造性地运用随机过程知识、系统地解决的实际问题给我们提供了应用概率研究的实例。总之，对于只掌握初等概率论及工科高等数学的读者，本书是学习应用随机过程的优秀入门书，既能了解基本内容，又能学到解决问题的

方法、思路与技巧；特别，如能在教师精心讲授或指导下学习，定能获益匪浅。鉴于我国的应用概率研究尚在初创阶段，缺乏自己的应用背景，引进这样的教材更显得必要。

本书第1至第5章由谢盛荣译，第6与第7章由何声武译，第8章由程依明译，全部译稿由何声武修订定稿，原书中较明显的印刷错误及个别不当之处已作订正。限于译者的水平，译稿中错误或可商榷之处在所难免，敬请读者批评指正。

译者诚挚地感谢史定华教授为审订译稿及国家统计局统计教育中心教材处诸多同志为出版本书付出的辛勤努力。

译 者

1997年5月

序 言

本书是随机过程的入门教材，没有用到测度论，仅以微积分及初等概率论知识为前提。在本书中我们要介绍随机过程理论的若干内容，并指出其各种应用领域，同时提供给学生一些思考问题的概率直观想法及思路。只要有可能，我们都试着从概率的观点而不是分析的观点去考察随机过程。例如，这样的意图使我们从样本路径的观点去研究大多数的随机过程。

我要感谢 Mark Brown, Cyrus Derman, Shun-Chen Niu, Michael Pinedo, Zvi Schechner 的甚有裨益的评论意见。

S. M. 劳 斯

目 录

序言

1 基础知识	(1)
1.1 概 率	(1)
1.2 随机变量	(5)
1.3 期 望	(7)
1.4 矩母函数、特征函数及拉普拉斯变换	(12)
1.5 条件期望	(14)
1.6 指数分布、无记忆性及失效率函数	(24)
1.7 极限定理	(28)
1.8 随机过程	(28)
习 题	(29)
参考文献	(33)
2 泊松过程	(34)
2.1 泊松过程	(34)
2.2 来到间隔与等待时间的分布	(38)
2.3 来到时刻的条件分布	(40)
2.3.1 $M/G/1$ 忙期	(46)
2.4 非齐次泊松过程	(51)
2.5 复合泊松过程	(54)
2.6 条件泊松过程	(55)
习 题	(56)
参考文献	(61)

3 更新理论	(62)
3.1 引言与基本定义	(62)
3.2 $N(t)$ 的分布	(63)
3.3 若干极限定理	(65)
3.3.1 瓦尔德等式	(66)
3.3.2 回到更新理论	(68)
3.4 关键更新定理及其应用	(71)
3.4.1 交错更新过程	(75)
3.4.2 极限平均剩余寿命与 $m(t)$ 的展开式	(80)
3.4.3 年龄相依的分支过程	(82)
3.5 延迟更新过程	(84)
3.6 更新酬劳过程	(89)
3.6.1 排队论应用一例	(93)
3.7 再生过程	(96)
3.7.1 对称随机游动与反正弦律	(97)
3.8 平稳点过程	(103)
习题	(107)
参考文献	(112)
 4 马尔可夫链	 (114)
4.1 引言与例子	(114)
4.2 切普曼—柯尔莫哥洛夫方程及状态分类	(118)
4.3 极限定理	(123)
4.4 类之间的转移与赌徒输光问题	(130)
4.5 分支过程	(132)
4.6 马尔可夫链的应用	(135)
4.6.1 算法有效性的马尔可夫链模型	(135)
4.6.2 应用于游程——一个连续状态空间的马尔可夫链	(136)
4.6.3 名册排序规则——移前一位规则的最优性	(140)
4.7 时间可逆的马尔可夫链	(143)

4.8	半马尔可夫过程	(148)
	习题	(153)
	参考文献	(160)
5	连续时间马尔可夫链	(162)
5.1	引言	(162)
5.2	连续时间马尔可夫链	(163)
5.3	生灭过程	(165)
5.4	柯尔莫哥洛夫微分方程	(170)
5.5	极限概率	(175)
5.6	时间可逆性	(179)
5.6.1	串联排队	(182)
5.6.2	一个随机群体模型	(184)
5.7	逆向链对排队论的应用	(190)
5.7.1	排队网络	(191)
5.7.2	爱尔朗消失公式	(194)
5.7.3	$M/G/1$ 共用加工系统	(198)
5.8	一致化	(202)
	习题	(206)
	参考文献	(211)
6	布朗运动与其它的马尔可夫过程	(213)
6.1	引言及基本定义	(213)
6.2	击中时、最大值变量及反正弦律	(220)
6.3	布朗运动的各种变化	(222)
6.3.1	在一个值处被吸收的布朗运动	(222)
6.3.2	在原点反射的布朗运动	(224)
6.3.3	几何布朗运动	(224)
6.3.4	积分布朗运动	(225)
6.4	有漂移的布朗运动	(228)
6.5	向后与向前扩散方程	(236)
6.6	利用柯尔莫哥洛夫方程求极限分布	(238)

6.6.1 半马尔可夫过程	(238)
6.6.2 $M/G/1$ 排队系统	(240)
6.6.3 保险理论中的破产问题	(245)
6.7 一个马尔可夫发射噪声过程	(246)
6.8 平稳过程	(249)
习题	(252)
参考文献	(254)

7 随机游动与鞅 (256)

引言	(256)
7.1 随机游动中的对偶	(257)
7.1.1 关于可交换随机变量的一些注记	(263)
7.2 鞅	(265)
7.3 回到随机游动	(271)
7.4 应用于 $G/G/1$ 排队系统与破产问题	(274)
7.4.1 $G/G/1$ 排队系统	(274)
7.4.2 一个破产问题	(276)
7.5 直线上的布莱克威尔定理	(278)
7.6 再论鞅	(281)
习题	(286)
参考文献	(289)

8 随机序关系 (291)

引言	(291)
8.1 随机大于	(292)
8.2 耦合	(296)
8.2.1 生灭过程的随机单调性	(298)
8.2.2 马尔可夫链的指数收敛性	(300)
8.3 失效率序及其对计数过程的应用	(302)
8.4 似然比序	(309)
8.5 随机更多变	(314)
8.6 变动性序的应用	(317)

8.6.1 比较 $G/G/1$ 排队系统	(319)
8.6.2 对更新过程的一个应用	(320)
8.6.3 对分支过程的一个应用	(323)
习题	(326)
参考文献	(330)
习题选解与部分答案	(332)
名词索引	(355)

1

基础知识

1.1 概率

概率论的一个基本概念是随机试验：其结果在事先不能确定的试验。所有可能的试验结果的集合称为试验的样本空间，我们以 S 表示。

一个事件是样本空间的一个子集，如果试验的结果是该子集中的元素，则称该事件发生。假设对样本空间 S 的每一个事件 E 定义了一个数 $P(E)$ ，满足以下三条公理^{*)}：

公理(1) $0 \leq P(E) \leq 1$ 。

公理(2) $P(S) = 1$ 。

公理(3) 对任何一系列互不相容的事件 $E_1, E_2, \dots$ ，即 $E_i E_j = \phi$, $i \neq j$ (ϕ 是空集)，有 $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i)$ 。我们称 $P(E)$ 为事件 E 的概率。

公理(1)、(2)及(3)的一些简单推论如下：

1.1.1 如果 $E \subset F$ ，则 $P(E) \leq P(F)$ 。

^{*)} 事实上 $P(E)$ 只对 S 的所谓可测事件有定义，但我们不涉及这一限制。

1.1.2 $P(E^c) = 1 - P(E)$, 其中 E^c 是 E 的余集。

1.1.3 $P(\bigcup_{i=1}^n E_i) = \sum_{i=1}^n P(E_i)$, 当 E_i 互不相容时。

1.1.4 $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i) \leq \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i)$ 。

不等式(1.1.4)称为布尔不等式。

概率函数 P 的一个重要性质是连续性。为了更精确地阐明这一性质, 需要引进极限事件的概念, 其定义如下: 若 $E_n \subset E_{n+1}$, $n \geq 1$, 称事件序列 $\{E_n, n \geq 1\}$ 为递增的; 而当 $E_n \supset E_{n+1}$, $n \geq 1$, 时则称为递减的。如果 $\{E_n, n \geq 1\}$ 是一递增的事件序列, 那么我们定义一个新的事件, 记为 $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = \bigcup_{i=1}^{\infty} E_i, \text{ 当 } E_n \subset E_{n+1}, n \geq 1$$

类似地, 如果 $\{E_n, n \geq 1\}$ 是一递减序列, 那么定义 $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n$ 为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = \bigcap_{i=1}^{\infty} E_i, \text{ 当 } E_n \supset E_{n+1}, n \geq 1$$

现在我们可以叙述下面的命题:

命题 1.1.1

如果 $\{E_n, n \geq 1\}$ 是递增的或递减的事件序列, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = P(\lim_{n \rightarrow \infty} E_n)$$

证明 首先假设 $\{E_n, n \geq 1\}$ 是递增序列, 并定义事件 $F_n, n \geq 1$, 为

$$F_1 = E_1,$$

$$F_n = E_n \left(\bigcup_{i=1}^{n-1} E_i \right)^c = E_n E_{n-1}^c, \quad n > 1$$

即 F_n 由包含在 E_n 中但不在任何前面的 E_i ($i < n$) 中的点组成。容易验证 F_n 是互不相交的事件, 满足

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} F_i = \bigcup_{i=1}^{\infty} E_i \text{ 和 } \bigcup_{i=1}^n F_i = \bigcup_{i=1}^n E_i, \quad \text{对一切 } n \geq 1$$

于是

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} F_i\right)$$