

PT 高等院校选用教材

理工类

数学实验

重庆大学数学系 组编
傅鹍 龚劬 刘琼荪 何中市 编著

科学出版社

高等院校选用教材(理工类)

数 学 实 验

重庆大学数学系 组编

傅 鹏 龚 飏 编著
刘琼荪 何中市

科 学 出 版 社

2 0 0 0

内 容 简 介

本书是作者在长期教学实践和科学研究基础上写作而成,全书共分十四章,围绕数值计算、最优化方法、数理统计、图论网络等几个重要的应用数学分支,通过“引例—方法—软件—范例—实验”这种有效的教学模式,把各部分内容有机地组织起来,力求能够有效地引导读者充分感受、领悟和掌握“数学实验”中最本质的内涵,使读者在思维能力和创造性方面受到启迪.每章末附有丰富的实验内容供学生实践,书末还附有若干综合题目,进一步展示数学实验的奥秘.

本书可作为高等院校理工科各专业师生、研究生和博士生的教材或参考书使用.

图书在版编目(CIP)数据

数学实验/傅鹏等编著. -北京:科学出版社,2000

(高等院校选用教材(理工类))

ISBN 7-03-008621-X

I. 数… II. 傅… III. 高等数学—实验—高等学校—教材

IV. O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 63429 号

2/26/08

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2000 年 9 月 第 一 版 开本:787×960 1/16

2000 年 9 月 第一次印刷 印张:17 1/2

印数:1—5 000 字数:313 000

定价: 25.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前 言

你一定知道很多种实验:物理实验、化学实验、生物实验、医学实验、心理学实验等等.当你看到“数学实验”这几个字时,你会首先想到什么呢?也许你会提出诸如下面的一些问题:

“数学实验是什么?”

“数学实验有什么用处?”

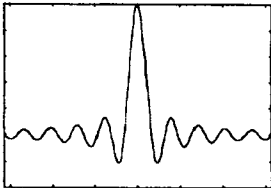
“数学实验怎么做?”

.....

对于这样的一些问题,若想在这里(前言)给出一个准确清晰的答案,确实超出了我们的能力.不过,只要不求那么严格、准确和清晰,还是可以找到一点办法的,暂时抛开抽象、演绎和内涵,代之以具体、归纳和外延.简言之,不清楚就看例子好了.

一个小例子:想知道 $y = \frac{\sin(x)}{x}$ 是什么样子吗?

特别是该函数在原点这个奇怪的地方是什么样子?好!上机,用 MATLAB 或类似的软件,或者自编一段小程序,画出图来(右边那个).印象清晰.这就做了一个最简单的数学实验.



一个大例子:核试验.真的核试验污染环境,成本又高;“假”的核试验怎么样?可以,在超级计算机上,超大规模计算,超大规模仿真,在屏幕上看一看核爆炸是什么样,它的威力有多大.这是非常复杂、非常庞大的数学实验.

不用多说,相信你已经敏锐地从这两个例子中体会到了我们一时间难以表述的东西.序幕揭开了,希望你会进入角色.

本书每位作者的一句话(我们期待,你将在书的末尾写下你的一句话):

何中市(第2、3、4章的作者):“数学的活力出自应用,实验的关键在于动手.”

刘琼荪(第5、6、7、8章及附录A.2的作者):“数学实验帮助我们开启科学之门.”

傅鹍(第9、10、11章和附录A.1的作者):“一个新纪元孕育两种新一代:理论的实践家和实践的理论家.”

龚勋(第1、12、13、14章及附录A.3的作者):“实验之舟在理论之舵的引导下,载着你,驶向神奇的未来岛,去发现,去创造……”

致谢:本书的写作得到了许多学者的热忱关注和大力支持,在此我们表示衷心感谢.特别感谢清华大学的萧树铁教授,重庆大学的杨万年教授、任善强教授等.

作 者

2000年3月

目 录

第一章 MATLAB 软件初步	1
§ 1.1 导言	1
§ 1.2 安装和启动	2
§ 1.3 MATLAB 环境	2
§ 1.4 数组和函数	10
§ 1.5 图形功能	18
§ 1.6 M 文件的编写	25
§ 1.7 实验	30
参考文献	32
第二章 方程求解	33
§ 2.1 导言	33
§ 2.2 引例:求方程 $3x - e^x = 0$ 的非负实根	33
§ 2.3 方程和方程组	34
§ 2.4 数值求解软件	43
§ 2.5 范例:波音公司飞机最佳定价策略	46
§ 2.6 实验	49
参考文献	49
第三章 微分方程	51
§ 3.1 导言	51
§ 3.2 引例:单摆运动	51
§ 3.3 微分方程模型	53
§ 3.4 微分方程求解方法	54
§ 3.5 MATLAB 软件求解	63
§ 3.6 范例:状态转移方程组模型	67
§ 3.7 实验	69
参考文献	71
第四章 插值方法	72
§ 4.1 导言	72
§ 4.2 引例	72

§ 4.3 插值方法	73
§ 4.4 利用 MATLAB 软件进行插值计算	76
§ 4.5 范例 1:估计水塔的水流量	79
§ 4.6 范例 2:船在该海域会搁浅吗?	85
§ 4.7 实验	88
参考文献	90
第五章 数据拟合	91
§ 5.1 导言	91
§ 5.2 引例:浓度变化规律	91
§ 5.3 最小二乘法	93
§ 5.4 曲线拟合的 MATLAB 实现	94
§ 5.5 范例:薄膜渗透率的测定	96
§ 5.6 实验	99
参考文献	101
第六章 回归分析	102
§ 6.1 导言	102
§ 6.2 引例:钢材消费量与国民收入的关系	102
§ 6.3 回归模型及回归分析	104
§ 6.4 MATLAB 实现及引例求解	108
§ 6.5 范例	110
§ 6.6 实验	118
参考文献	119
第七章 方差分析	120
§ 7.1 导言	120
§ 7.2 引例:广告宣传对某机械销量的影响分析	120
§ 7.3 单因素方差分析模型	122
§ 7.4 双因素方差分析	123
§ 7.5 MATLAB 实现	124
§ 7.6 实验	128
参考文献	129
第八章 计算机模拟	130
§ 8.1 导言	130
§ 8.2 引例:蒲丰投针问题	130
§ 8.3 随机变量的抽样	134

§ 8.4 连续系统的模拟	137
§ 8.5 离散系统的模拟	137
§ 8.6 范例	141
§ 8.7 实验	146
参考文献	148
第九章 线性规划	149
§ 9.1 导言	149
§ 9.2 引例:动物饲料配置	150
§ 9.3 线性规划模型	151
§ 9.4 线性规划算法和软件	154
§ 9.5 整数线性规划问题和算法简介	156
§ 9.6 灵敏度分析概要	157
§ 9.7 范例:化工公司产品生产计划	158
§ 9.8 实验	162
参考文献	163
第十章 非线性规划	164
§ 10.1 导言	164
§ 10.2 引例:圈地	164
§ 10.3 非线性规划模型	165
§ 10.4 非线性规划方法概要	167
§ 10.5 AEP 算法和软件	167
§ 10.6 MATLAB 非线性规划函数	169
§ 10.7 范例:还是圈地	170
§ 10.8 实验	173
参考文献	174
第十一章 状态空间模型与最优控制	175
§ 11.1 导言	175
§ 11.2 引例:新赛制车赛	176
§ 11.3 状态空间模型	177
§ 11.4 线性定常系统求解及 MATLAB 函数	180
§ 11.5 最优控制问题	183
§ 11.6 双积分系统最短时间控制	184
§ 11.7 范例:登月舱软着陆问题	187
§ 11.8 实验	191

参考文献	192
第十二章 图的模型及算法初步	193
§ 12.1 引言	193
§ 12.2 一种表示工具——图	193
§ 12.3 图的矩阵表示方法	199
§ 12.4 算法	202
§ 12.5 实验	208
参考文献	209
第十三章 树算法	210
§ 13.1 引言	210
§ 13.2 引例:计算机网络的线路设计	211
§ 13.3 最小生成树算法	212
§ 13.4 范例 1:分组技术	218
§ 13.5 范例 2:通讯网络的最佳 Steiner 树	220
§ 13.6 实验	227
参考文献	228
第十四章 路径算法	229
§ 14.1 引言	229
§ 14.2 引例	229
§ 14.3 最短路径问题和算法的类型	230
§ 14.4 最短路径算法	231
§ 14.5 一般型最短(或最长)路径问题	241
§ 14.6 范例:设备更新问题	243
§ 14.7 实验	246
参考文献	247
附录 A 数学建模综合范例	248
§ A.1 “节水洗衣机”问题	248
§ A.2 零件的参数设计	253
§ A.3 截断切割问题	260
参考文献	271

第一章 MATLAB 软件初步

§ 1.1 导 言

MATLAB 是 MATrix LABoratory 的缩写,是由美国 MathWorks 公司开发的工程计算软件,迄今 MATLAB 已推出了 5.3 版.当今数学类科技应用软件可分为两类,一类是数值计算型,如 MATLAB, Xmath, Gauss 等,这类软件擅长数值计算,对处理大批数据效率高;另一类是数学分析型软件,如 Mathematica, Maple 等,这类软件以符号计算见长,能给出解析解和任意精度解,其缺点是处理大量数据时效率低.

现在, MATLAB 已经发展成为适合多学科的功能强大的大型软件.在欧美等高校, MATLAB 已经成为线性代数、数理统计、数值分析、优化技术、自动控制、数字信号处理、图像处理、时间序列分析、动态系统仿真等高级课程的基本教学工具,成为大学生、研究生和博士生必须掌握的基本技能.同时, MATLAB 也被研究单位和工业部门广泛应用,使科学研究和解决各种具体问题的效率大大提高.

MATLAB 集成环境主要包括五个部分: MATLAB 语言、MATLAB 工作环境、句柄图形、MATLAB 数学函数库和 MATLAB API (application program interface). MATLAB 语言是以数组为基本数据单位,包括控制流程语句、函数、数据结构、输入输出及面向对象等特点的高级语言,具有以下主要特点:

- 1) 运算符和库函数极其丰富,语言简洁,编程效率高. MATLAB 除了提供 and C 语言一样的运算符外,还提供广泛的矩阵和向量运算符.利用其运算符和库函数可使其程序相当简短,两三行语句就可实现几十行甚至几百行 C 或 FORTRAN 编写的程序功能.

- 2) 既具有结构化的控制语句(如 for 循环、while 循环、break 语句、if 语句和 switch 语句),又有面向对象的编程特性.

- 3) 图形功能强大.它既包括对二维和三维数据可视化、图像处理、动画制作等高层次的绘图命令,也包括可以完全修改图形局部及编制完整图形界面的、低层次的绘图命令.

- 4) 功能强大的工具箱.工具箱可分为两类:功能性工具箱和学科性工具箱.功能性工具箱主要用来扩充其符号计算功能、图示建模仿真功能、文字处

理功能以及与硬件实时交互的功能.而学科性工具箱是专业性比较强的,如优化工具箱、统计工具箱、控制工具箱、小波工具箱、图像处理工具箱、通信工具箱等.

5)易于扩充.除内部函数外,所有 MATLAB 的核心文件和工具箱文件都是可读可改的源文件,用户可修改源文件和加入自己的文件,它们可以与库函数一样被调用.

§ 1.2 安装和启动

1.2.1 安装(Windows 操作平台)

- 1)将源光盘插入光驱;
- 2)在光盘的根目录下找到 MATLAB 的安装文件 setup.exe;
- 3)鼠标双击该安装文件,按提示逐步安装;
- 4)安装完成后,在程序栏里便有了 MATLAB 选项.

1.2.2 启动

在“开始→程序→Matlab”中单击 MATLAB,便出现 MATLAB Command Window (即命令窗口).

§ 1.3 MATLAB 环境

MATLAB 既是一种语言,又是一个编程环境.这一节将集中介绍 MATLAB 提供的编程环境.作为一个编程环境, MATLAB 提供了很多方便用户管理变量、输入输出数据以及生成和管理 M 文件的工具.所谓 M 文件,就是用 MATLAB 语言编写的、可在 MATLAB 中运行的程序.下面将分别介绍 MATLAB 的命令窗口、工作区、程序编辑/调试器和帮助系统.

1.3.1 命令窗口

命令窗口是用户与 MATLAB 进行交互的主要场所.

标题栏:在命令窗口的最上面显示“MATLAB Command Window”字样的一栏.

菜单栏:在标题栏下面,含“File(文件)”、“Edit(编辑)”、“Help(帮助)”三项.

工具栏:在菜单栏下面,显示了 9 个工具按钮.熟练使用工具按钮可使工

作更快捷、更方便。

命令编辑区:命令窗口的空白区域,用于输入和显示计算结果.可以在该区域键入各种 MATLAB 命令进行各种操作,键入数学表达式进行计算.例如,当键入变量赋值命令: $x = 4.5$ 并回车,将在命令行的下面显示:

$x =$

4.5

再输入求 πx 的三角正弦函数值的表达式 $Y = \sin(\pi * x)$ 并回车,将显示:

$Y =$

1



注意 若在表达式后面跟分号“;”,将不显示结果,这对有大量输出数据的程序特别有用,因为写屏将花费大量系统资源来进行十进制和二进制之间的转换,用分号关掉不必要的输出将会使程序运行速度成倍甚至成百倍的提高。

例如

键入:

$x = 6;$

$z = 9;$

$2 * x + y - 3 * z$

输出:

$ans =$

- 11



提示 1) 当不指定输出变量时, MATLAB 将计算值赋给缺省变量 ans (answer 的缩写)。

2) 在 MATLAB 里,有很多控制键和方向键可用于命令行的编辑。

例如,当漏敲命令 $ho = (1 + \sqrt{5})/2$ 的字符“r”时,将会给出错误信息:

Undefined function or variable 'sqrt'.

这时你不用重新键入整行命令,而只需按“↑”键,就会再显示刚才键入的命令,在相应的位置键入“r”,接着按回车即可正常运行。

反复使用“↑”键,可以回调以前键入的所有命令行.表 1.1 给出了 MAT-

LAB 的控制键及其作用。

表 1.1 命令窗口的控制键功能

键	相应快捷键	功能
↑	ctrl - p	重调前一行
↓	ctrl - n	重调下一行
←	ctrl - b	向左移一个字符
→	ctrl - f	向右移一个字符
ctrl →	ctrl - r	向右移一个字
ctrl ←	ctrl - l	向左移一个字
Home 键	ctrl - a	移动到行首
End 键	ctrl - e	移动到行尾
Esc 键	ctrl - u	清除一行



提示

若一个表达式在一行写不下,可换行,但必须在行尾加上三个英文句号。

例如,可键入:

```
s = (1/2 + 1/3 + 1/4 + sin(3 * x + y)) * cos(x) ...
    - 1/8 + 1/10 + 1/20
```

运算符 =、+、- 前后的空格不影响计算结果。

变量名命名规则:

- 1) 以字母开头,后面可跟字母,数字和下短线;
- 2) 大小写字母有区别;
- 3) 不超过 31 个字符。

例如, xie23_1, a, A 和 Arui32r 这四个都是变量。

特殊变量名:

ans	用于结果的缺省变量名
pi	圆周率
eps	计算机的最小数, 当和 1 相加就产生比 1 大的数
inf	无穷大, 如 1/0
NaN	不定量, 如 0/0
i 或 j	i = j = -1 的开方

realmin 最小可用正实数
realmax 最大可用正实数

1.3.2 MATLAB 工作区

工作区(workplace):接受 MATLAB 命令的内存区域,存储着命令窗口输入的命令和创建的所有变量值.

每打开一次 MATLAB,都会自动建立一个工作区,刚打开的 MATLAB 工作区中只有 MATLAB 提供的几个常量,如 $\pi(3.1415926\cdots)$ 、虚数单位 i 等.运行 MATLAB 的程序或命令时,产生的所有变量被加入到工作区.除非用特殊的命令删除某变量,否则该变量在关闭 MATLAB 之前一直保存在工作区.工作区在 MATLAB 运行期间一直存在,关闭 MATLAB 后,工作区自动消除.

可以随时查看工作区中的变量名及变量的值.

who 或 whos 显示当前工作区中的所有变量
clear 清除工作区中的所有变量
clear (变量名) 清除指定的工作区变量

工作区中的所有变量可以保存到一个文件中,便于以后使用.

save (文件名) 将当前工作区的变量储存在一个 MAT-文件中
load (文件名) 调出一个 MAT-文件
quit ↵ 或单击右上角的“×”按钮,退出工作区

1.3.3 MATLAB 的程序编辑器

MATLAB 提供了一个内置的具有编辑和调试功能的程序编辑器,编辑器窗口也有菜单栏和工具栏,使编辑和调试程序非常方便.当你要解决一个具体的问题,要求执行的命令数比较多,或要改变变量的值后,重新执行一系列的命令时,在 MATLAB 命令编辑区键入命令,逐行执行,就非常麻烦.此时可进入程序编辑器编写 MATLAB 程序即 M 文件.M 文件包含两类:命令文件和函数文件,都可被别的 M 文件调用.

1. M 文件的建立

1) 进入程序编辑器(MATLAB Editor/Debug):从“File”菜单中选择“New”及“M-file”项或单击“New M-file”按钮;

2) 输入程序:在“MATLAB Editor/Debug”窗口输入 MATLAB 程序;

3) 保存程序:单击“save”按钮,出现一个对话框,在文件名一框中键入一个文件名,单击“保存”按钮.

一个 M 文件便保存在磁盘上了,便于修改、调用、运行和今后访问.

2. 命令 M 文件及其运行

命令文件没有输入参数,也不返回输出参数,只是一些命令行的组合.命令 M 文件中的命令可以访问 MATLAB 工作区中的所有变量,而且其中的所有变量也成为工作区的一部分.命令文件运行结束,命令文件产生的变量保留在工作区,直至关闭 MATLAB 或用命令删除.下面是一个命令文件的例子.程序:

```
% 文件名 example.m
x = 4; y = 6; z = 2;
items = x + y + z
cost = x * 25 + y * 22 + z * 99
average _ cost = cost/items
```

当这个文件在程序编辑窗口输入并以名为 example.m 的 M 文件存磁盘后,只需简单地在 MATLAB 命令编辑窗口键入 example 即可运行,并显示同命令窗口输入命令一样的结果.



在 M 文件中对程序的注释是以符号“%”开始直到该行结束的部分,程序执行时会自动忽略.

上例运行结果如下

```
example
items =
    12
cost =
    430
average _ cost =
    35.8333
```

用户可以重复打开 example.m 文件,改变 x, y, z 的值,保存文件并让 MATLAB 重新执行文件中的命令.若你把 example.m 文件放在自己的工作目录下,那么在运行 example.m 之前,应该先使该目录处于 MATLAB 的搜索路径上.可以选择“File”菜单下的“Set Path”项,打开路径浏览器把该目录永久地保存在 MATLAB 的搜索路径上,也可在运行该程序前临时让 MATLAB 搜索该目录,键入 path(path, 'c:\mypath') (假定 example.m 保存在 c 盘 mypath 目录下).

3. 函数 M 文件及其调用

在 MATLAB 编辑窗口还可建立函数 M 文件,我们可以根据需求建立自己的函数文件,它们能够像库函数一样方便地调用,从而可扩展 MATLAB 的功

能. 如果对于一类特殊的问题, 建立起许多函数 M 文件, 就能形成工具箱. 函数 M 文件的第一行有特殊的要求, 其形式必须为

```
function [输出变量列表] = 函数名(输入变量列表)
函数体语句;
```

 **注意** 函数 M 文件的文件名必须与其函数名相同.

例如, 一个只有两行的函数 M 文件:

```
function f = fun(x)
f = 100 * (x(2) - x(1)^2)^2 - (1 - x(1))^2;
```

一旦该函数文件建立, 在 MATLAB 的命令窗口或别的 M 文件里, 就可用下列命令调用:

```
x = [23];
f = fun(x)
```

结果为

```
f =
    99
```

又如:

```
function [F,G] = fun2(x)
F = 2 * x(1)^2 + 2 * x(2)^2 - 2 * x(1) * x(2) - 4 * x(1) - 6 * x(2);
G = [x(1) + 5 * x(2) - 5 2 * x(1)^2 - x(2); -x(1) - x(2)];
```

可用下列命令调用,

```
x1 = [4 5];
[F1,G1] = fun2(x1)
```

结果为

```
F1 =
    -4
G1 = 24    27
    -4    -5
```



1) 输出变量如果多于 1 个, 则应该用方括号括起来; 输入变量应该用逗号隔开; 当函数无输出参数时, 输出参数项空缺或者用空的中括号表示. 如:

```
function printresults(x) 或  
function [] = printresults(x)
```

2) 函数 M 文件不能访问工作区中的变量, 它的所有变量均为局部变量, 只有输入、输出变量才保留在工作区.



提示

在编辑器窗口的“View”菜单里有两个很有用的命令: “Evaluate Selection”和“Auto Indent Selection”. 当选定编辑器里的文件的一部分后, 再选择“Evaluate Selection”项, MATLAB 会计算所选部分的值, 并在命令窗口里显示结果. 当选定文件的一部分后, 再选择“Auto Indent Selection”项, 程序编辑器会根据程序的逻辑关系自动编排格式, 这样程序看起来就更清楚了.

4. 文件管理

what	返回当前目录下 M, MAT, MEX 文件的列表
dir	列出当前目录下的所有文件
cd	显示当前的工作目录
type test	在命令窗口下显示 test.m 的内容
delete test	删除 M 文件 test.m
which test	显示 M 文件 test.m 所在的目录

1.3.4 MATLAB 的帮助系统

MATLAB 5.0 里有以下几种方法获得帮助: 帮助命令、帮助窗口、MATLAB 帮助台、在线帮助页或直接链接到 MathWorks 公司(对于已联网的用户).

1. 帮助命令

帮助命令是查询函数语法的最基本方法, 查询信息直接显示在命令窗口.

help 函数名 ↵ 可寻求关于某函数的帮助.

例如, 键入:

```
help sqrt ↵
```

显示:

```
SQRT square root. ...
```