通信原理問題詳解

R. E. 齊默　原著
李　杰　　譯著

曉園出版社
世界圖书出版公司

通信原理问题详解

R. E. 齐默　原著
李　杰　译著

*

晓园出版社出版
世界图书出版公司北京公司重印
北京朝阳门内大街 137 号
北京中西印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1994 年 8 月第　一　版　　开本：850×1168 1/32
1994 年 8 月第一次印刷　　印张：10.75
印数：0001－500　　字数：25.6 万字
ISBN: 7－5062－1915－8/TN・27
定价：14.80 元（W_B9402/16）

73 4.8
768
1

前　　言

DG 6/0/13

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精徹的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

目　　錄

第　二　章

訊號和線性系統分析

2.1節

2.1　證明式(2.4)所示之相量訊號是週期性的。

解　由(2.4)知　$\tilde{x}(t)=Ae^{j(\omega_0 t+\theta)}$，$-\infty<t<\infty$

$\because e^{jx}=e^{j(x+2n\pi)}$　，$n\in Z$

$\therefore \tilde{x}(t)=Ae^{j(\omega_0 t+\theta)}=Ae^{j(\omega_0(t+\frac{2\pi k}{\omega_0})+\theta)}$　，　$k\in Z$

∴知 $\tilde{x}(t)$ 是以 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 爲 fundamental period 之週期性訊號。

2.2　畫出 $x(t)=5\cos\left(2\pi t+\dfrac{\pi}{4}\right)+4\sin 6\pi t$ 之單邊及雙邊頻譜。

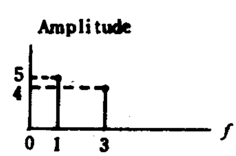
解

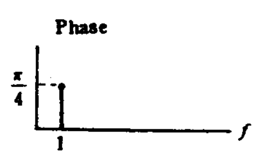
$$x(t)\xrightarrow{\mathscr{F}}\frac{5}{2}\delta(f-1)\exp\left(j\frac{\pi}{4}\right)+\frac{5}{2}\delta(f+1)\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)$$

$$+2\delta(f-3)-2\delta(f+3)$$

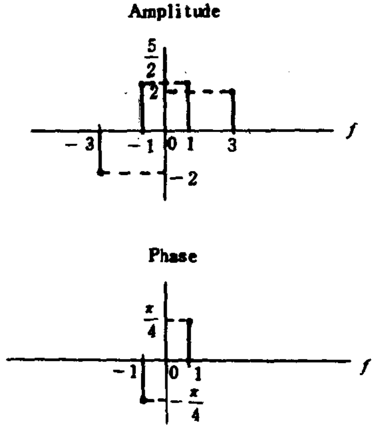
∴頻譜如下：

single-sided :





double-sided :



2.3 一訊號有如圖 2.34 之雙邊頻譜，寫出它在時域中的式子。

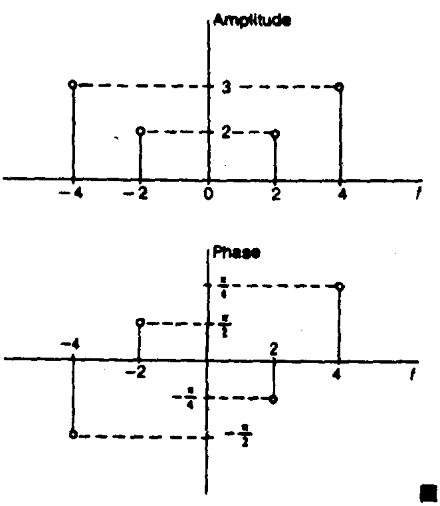


圖 2.34

解 如(2.2)之推導過程可知：

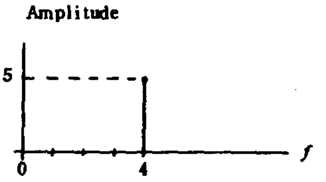
$$6\cos\left(8\pi t+\frac{\pi}{2}\right)+4\cos\left(4\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$$

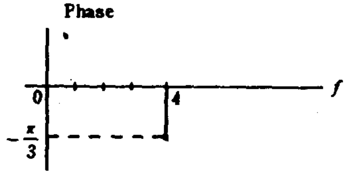
2.4 畫出 $x(t)=5\cos\left(8\pi t-\frac{1}{3}\pi\right)$ 之雙邊及單邊頻譜。

解 $x(t)\xrightarrow{\mathscr{F}}\frac{5}{2}\delta(f-4)\exp\left(-j\frac{1}{3}\pi\right)+\frac{5}{2}\delta(f+4)\exp\left(j\frac{1}{3}\pi\right)$

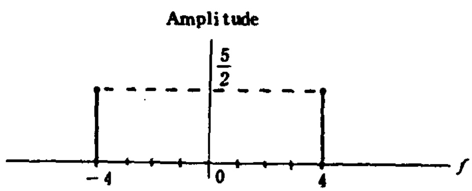
∴頻譜如下：

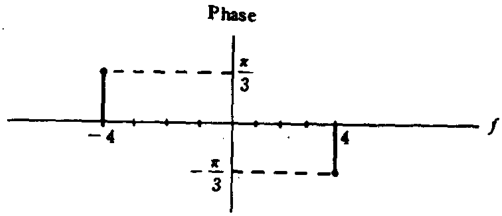
single-sided.





double-sided:





2.5 (a)證明畫於圖 2.4 (b)的函數 $\delta_\epsilon(t)$ 有等於一的面積。

(b)證明 $\delta_\epsilon(t)=\frac{1}{\epsilon}e^{-t/\epsilon}u(t)$ 有等於一之面積。並畫出 $\epsilon=1$，$\frac{1}{2}$，和 $\frac{1}{4}$ 之圖形。

解 (a) $\delta_\epsilon(t)=\epsilon\left(\frac{1}{\pi t}\ \sin\frac{\pi t}{\epsilon}\right)^2$

以下分為二步驟：

①轉換至頻域再作積分

$$\delta_\epsilon(t)=\frac{1}{\epsilon}\left(\text{sinc}\ \frac{t}{\epsilon}\right)^2$$

$$\downarrow\mathscr{F}$$

$$\epsilon\,\Lambda(f\epsilon)$$

② Parseval's 定理：

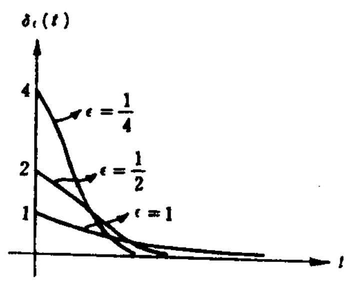
$\therefore$積分面積 $=\epsilon\times\frac{2}{\epsilon}\times\frac{1}{2}=1$，得證。

(b) $\delta_\epsilon(t)=\frac{1}{\epsilon}e^{-\frac{t}{\epsilon}}u(t)$

$$\therefore\int_{-\infty}^{\infty}\delta_\epsilon(t)dt=\frac{1}{\epsilon}\int_0^{\infty}e^{-\frac{t}{\epsilon}}dt$$

$$=-\left[e^{-\frac{t}{\epsilon}}\right]_0^{\infty}=-(0-1)=1$$

得證。



2.6　證明在 $\epsilon \to 0$ 時 $\delta_\epsilon(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\epsilon}\left(1-\dfrac{|t|}{\epsilon}\right), & |t| \le \epsilon \\ 0 & ,\text{其他} \end{cases}$

是unit impulse之合適的近似。

解　$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \delta_\epsilon(t)dt = \frac{1}{\epsilon}\int_{-\epsilon}^{\epsilon}\left(1-\frac{|t|}{\epsilon}\right)dt$

$$= \frac{1}{\epsilon} \times \frac{2\epsilon}{2} = 1$$

且在 $t=0$ 時，$\delta_\epsilon(t) \to \infty$

所以得證。

2.7　計算下列積分：

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} (x^2+1)\,\delta(2x+4)\,dx$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x^2[\delta(2x-1)+\delta(2x+1)]\,dx$

解　(a)原式 $= \dfrac{1}{2} \times ((-2)^2+1) = \dfrac{5}{2}$

(b)原式 $= \dfrac{1}{2}\left(\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$

$= \dfrac{1}{4}$

2.8　計算下列積分：

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} (x^3+2x)\,\delta(x-4)\,dx$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\delta\left(x+\frac{1}{2}\right)dx$

(c) $\displaystyle\int_{-1}^{10} (x^2+1)\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(x-3n)\right]dx$

解 (a)原式$=4^3+2\times4=72$

(b)原式$=\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(c)原式$=\sum_{x=0,3,6,9}(x^2+1)$

$=1+10+37+82$

$=130$

2.9 將 eq.(2.7) 做一適當代換以求得 eq.(2.8)。

解 令 $x'(t-t_0)=x(t)$

$$\therefore \text{eq}(2.8)=\int_{-\infty}^{\infty}x'(t-t_0)\delta(t-t_0)dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}x'(t-t_0)\delta(t-t_0)d(t-t_0)$$

由 eq(2.7) 知，上式$=x'(0)$

又因 $x'(t-t_0)=x(t)$

$\therefore x'(0)=x(t_0)$

∴得證。

2.10 下列各訊號那些是週期性的，那些是非週期性的。畫出所有訊號並找出週期性訊號的週期。

(a) $\cos 5\pi t+\sin 6\pi t$

(b) $e^{-10t}\,u(t)$

(c) $\sin 2t+\cos\pi t$

(d) $\Pi\left(\frac{t+3}{7}\right)$

(e) $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Pi(t-5n)$

(f) $4e^{-4|t|}+5\cos 6\pi t$

解 (a) $\cos 5\pi t$ 之週期爲$\frac{2}{5}$，$\sin 6\pi t$ 之週期爲$\frac{1}{3}$。

所以其和爲週期性的，週期爲 2 。

圖略。

(b) $e^{-10t}u(t)$ 爲非週期性的。

圖略。

(c) $\sin 2t+\cos \pi t$

$\sin 2t$ 之週期爲 π ，$\cos \pi t$ 之週期爲 2 。

$\because \pi$ 爲無理數。

$\therefore$ 爲非週期性的。

圖略。

(d) $\Pi\left(\dfrac{t+3}{7}\right)$ 爲非週期性的。

圖略。

(e) $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \Pi(t-5n)$ 爲週期性的，週期爲 5 。

圖略。

(f) 爲非週期性的，圖略。

2.11 以下列各方法表示訊號 $x(t)=5\cos 12\pi t+6\sin 20\pi t$ 。

(a) 相量和之實部。

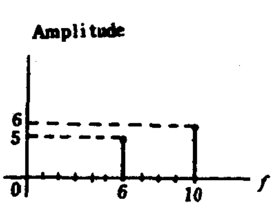
(b) 相量和其共軛複數的和。

(c) 從(a)和(b)的結果中，畫出 $x(t)$ 的單邊及雙邊頻譜。

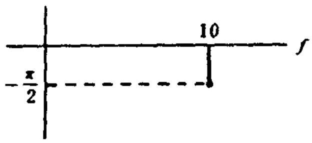
解 (a) $x(t)=Re\left[5e^{j12\pi t}+6e^{j20\pi t}\cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}\right]$

(b) $x(t)=\dfrac{5}{2}\left[e^{j12\pi t}+e^{-j12\pi t}\right]+3\left[e^{j\left(20\pi t-\frac{\pi}{2}\right)}+e^{-j\left(20\pi t-\frac{\pi}{2}\right)}\right]$

(c) single-sided

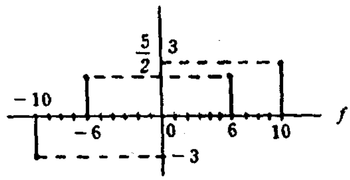


Phase

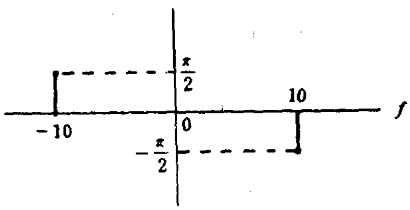


double-sided

Amplitude



Phase



2.2節

2.12 下列訊號，若爲功率訊號則找出其標準化之功率，若爲能量訊號則找出其標準化之能量訊號。如果二者皆非則指出。

(a) $2\cos 6\pi t$ ，$-\infty < t < \infty$

(b) $e^{-\alpha t}u(t)$ ，$\alpha > 0$

(c) $e^{\alpha t}u(t)$ ，$\alpha > 0$

(d) $e^{-\alpha |t|}$ ，$-\infty < t < \infty$，$\alpha > 0$

(e) $\dfrac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}}$ ，$-\infty < t < \infty$

(f) $e^{-\alpha^2 t^2}$，$-\infty < t < \infty$

解 (a) $\cos^2 6\pi t = \frac{1}{2}(1+\cos 12\pi t)$

求其 power signal

$$\therefore P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} (1+\cos 12\pi t)\,dt \times 2$$

$$= 2\times 1 + 0 = 2\times 1 = 2$$

(b) $E = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\alpha t} u(t)\,dt = \int_{0}^{\infty} e^{-2\alpha t}\,dt$

$$= -\frac{1}{2\alpha}\left[e^{-2\alpha t}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{2\alpha}$$

(c)對於 signal $e^{\alpha t}u(t)$，$\alpha > 0$ 而言

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{0}^{\infty} e^{2\alpha t}\,dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{4\alpha T}\left[e^{2\alpha t}\right]_0^{\infty} = \infty$$

所以它不是 energy signal 也不是 power signal 。

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\alpha|t|}\,dt = \int_{-\infty}^{0} e^{2\alpha t}\,dt + \int_{0}^{\infty} e^{-2\alpha t}\,dt$

$$= \frac{1}{2\alpha}\left[e^{2\alpha t}\right]_{-\infty}^{0} + \frac{1}{-2\alpha}\left[e^{-2\alpha t}\right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{\alpha}$$

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2+t^2}\,dt = \frac{1}{\alpha}\left[\tan^{-1}\frac{x}{\alpha}\right]_{-\infty}^{\infty} = \frac{\pi}{\alpha}$

(f) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 t^2}\,dt = \frac{\sqrt{2\pi/4\alpha^2}}{\sqrt{2\pi/4\alpha^2}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2/4\alpha^2}}\,dt$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha^2}}$$

2.13 計算下列訊號之能量和功率以判別其爲何種訊號。

(a) $A|\cos\omega t|$

(b) $Ate^{-t/\tau}u(t)$, $\tau>0$

(c) $A\tau/(\tau+jt)$

解 (a) $P=\lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{1}{2T}\displaystyle\int_{-T}^{T}A^2\cos^2\omega t\,dt$

$$=\frac{A^2}{2}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}(1+\cos 2\omega t)dt$$

$$=\frac{A^2}{2}$$

所以為 power signal

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}A^2t^2e^{-2t/\tau}u(t)dt$ 爲 finite 。

所以爲 energy signal 。

(c) $\left|\dfrac{A\tau}{\tau+jt}\right|^2=\dfrac{A^2\tau^2}{\tau^2+t^2}$

和 2.12(e)比較，知其亦爲 energy signal 。

2.14 將圖2.35之 $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ 和 $x_5(t)$ 之方程式寫出。計算這五個週期下 T_0 之週期波形的平均功率。

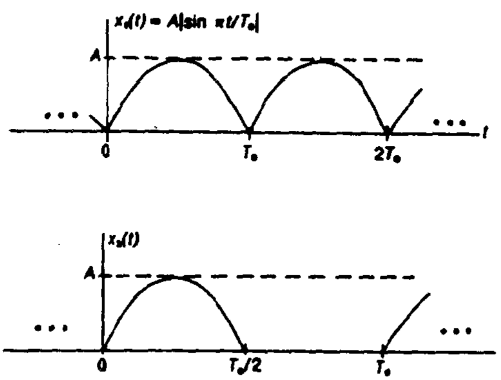


圖 2.35

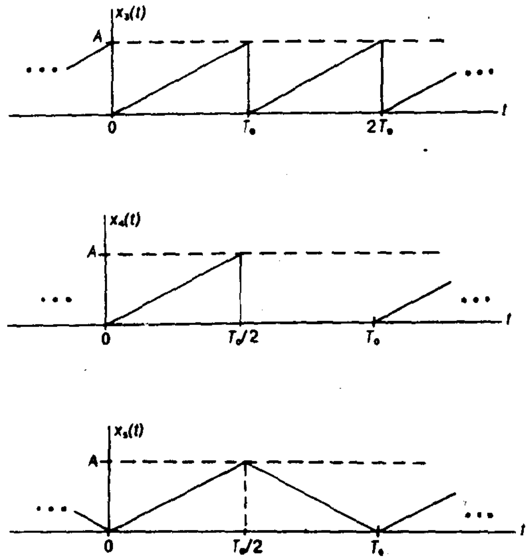


圖 2.35

解 $x_2(t)=\dfrac{A}{2}(\,|\sin\pi t/T_0|+\sin\pi t/T_0)$

平均功率爲 $\dfrac{1}{T_0}\displaystyle\int_0^{T_0}|x_2(t)|^2dt$

$$=\frac{1}{2T_0}\int_0^{T_0}A^2(\sin\pi t/T_0)^2dt$$

$$=\frac{A^2}{4T_0}\left[1-\cos\frac{2\pi t}{T_0}\right]_0^{T_0}$$

$$=\frac{A^2}{4T_0}\times T_0=\frac{A^2}{4}$$

$x_3(t)=\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{A}{T_0}(t+nT_0)$ ， $0\leq t\leq T_0$

平均功率爲 $\dfrac{1}{T_0}\displaystyle\int_0^{T_0}\frac{A^2}{T_0^2}\,t^2dt$

$$=\frac{A^2}{3\cdot T_0^3}\left[t^3\right]_0^{T_0}=\frac{A^2}{3}$$

$$x_4(t)=\begin{cases}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{2A}{T_0}t+nT_0\right), & 0\le t\le\frac{T_0}{2}\\ 0, & \frac{T_0}{2}<t<T_0\end{cases}$$

平均功率爲 $\frac{1}{T_0}\int_0^{\frac{T_0}{2}}\frac{4A^2}{T_0^2}t^2dt$

$$=\frac{4A^2}{3T_0^3}\frac{T_0^3}{8}=\frac{A^2}{6}$$

$$x_5(t)=\begin{cases}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{2A}{T_0}t+nT_0\right), & 0\le t\le\frac{T_0}{2}\\ \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{2A}{T_0}(T_0-t)+nT_0\right), & \frac{T_0}{2}<t<T_0\end{cases}$$

平均功率爲 $\frac{A^2}{6}+\frac{1}{T_0}\int_{\frac{T_0}{2}}^{T_0}\frac{4A^2}{T_0^2}(T_0-t)^2dt$

$$=\frac{A^2}{6}+\frac{4A^2}{T_0^3}\int_{\frac{T_0}{2}}^{0}(T_0-t)^2d(T_0-t)$$

$$=\frac{A^2}{6}+\frac{4A^2}{3T_0^3}\Big[(T_0-t)^3\Big]_{\frac{T_0}{2}}^{0}$$

$$=\frac{A^2}{6}+\frac{4A^2}{3T_0^3}\times\frac{7}{8}T_0^3$$

$$=\frac{A^2}{6}+\frac{7}{6}A^2$$

$$=\frac{4}{3}A^2$$

2.15 下列各訊號，決定其標準化之能量和功率：

(a) $x_1(t)=4\Pi\left(\frac{t-6}{3}\right)$

(b) $x_2(t)=12e^{j8\pi t}$

(c) $x_3(t)=12e^{j8\pi t}u(t)$

(d) $x_4(t)=3+6\cos 8\pi t$

解 (a) $E=4^2\int_{4.5}^{7.5}dt=48$

$P=0$

(b) $|e^{j8\pi t}|=1$

$$\therefore P=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_{-T_0}^{T_0}12dt=12$$

$E=\infty$

(c) $P=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_0^{T_0}12dt=6$

(d) $$P=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_{-T_0}^{T_0}(3+6\cos 8\pi t)^2dt$$

$$=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_{-T_0}^{T_0}(9+36\cos 8\pi t+36\cos^2 8\pi t)dt$$

$=9+18$

$=27$

2.16 證明訊號

$$x(t)=\begin{cases}t^{-1/4}, & t\geq 1\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$$

既非能量訊號也不是功率訊號。

解 $$\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_{-T_0}^{T_0}|x(t)|^2dt=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\int_1^{T_0}t^{-1/2}dt$$

$$=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{2T_0}\times 2\times\left[t^{1/2}\right]_1^{T_0}=\infty$$

∴知其既非 energy signal ，亦非 power signal 。

2.17 證明式 (2.13) 。