

图像处理技术

TUXIANG CHULI JISHU

李介谷

施鹏飞

刘重庆

谢式绚

编著

○上海交通大学出版社

73.772
215

图 像 处 理 技 术

李介谷 施鹏飞 编 著
刘重庆 谢式绚

上 海 交 通 大 学 出 版 社

8910199

内 容 简 介

本书介绍了计算机图像处理技术的基本原理,从图像的基本模型、数字图像的特征着手,对图像变换、图像编码、图像增强技术、图像重构以及图像序列的研究都有详尽的阐述,并且介绍了遥感信息的预处理,图像的描述和理解等理论,最后还介绍了图像并行处理的计算机结构及其算法。本书可作为模式识别和机器智能、计算机应用、自动控制等专业研究生的教学参考书,内容经过挑选也可供大学本科有关专业选修之用。对有关生产、科研单位中从事计算机图像处理、模式识别工作的科技人员也具有参考价值。

D006/02

图 像 处 理 技 术

李介谷 施鹏飞 编著
刘重庆 谢式绚

上海交通大学出版社出版
(淮海中路 1984 弄 19 号)
新华书店上海发行所发行
常熟文化印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 17.75 字数 440,000

1988 年 6 月第 1 版 1988 年 7 月第 1 次印刷

印数: 1—3,700

ISBN 7-313-00182-7/TP 39

科目: 177—288

定价: 2.95 元

前 言

计算机图像处理是信息技术中的一门新兴学科,它是在信号处理、计算机科学、自控理论及其他应用领域基础上发展起来的边缘学科。本书也是《计算机模式识别技术》一书(上海交通大学出版社出版,1986年)的姐妹篇。

面临世界新技术革命的挑战,我国新技术研究发展计划纲要的实施,其中有许多方面牵涉计算机图像处理技术。

目前作为数字图像处理的教材、参考书在国外已为数众多,而在国内自编出版的数字图像处理的书籍还鲜为人知。

本书首先比较全面地阐述了图像的基本模型,数字图像的特征、品质及视觉问题;其次,从图像处理的基本理论和实践方面介绍了图像的空域和领域的增强处理,图像修复的教学模型及其算法,图像信息的编码和压缩,以及在遥感信息中预处理等;此外,还对颇有发展前景的图像重构,序列图像处理,图像的描述和理解,图像并行处理的计算机结构及其算法作了比较深入的探讨。

本书是在李介谷教授为上海交通大学讲授“计算机图像处理技术”课程的基础上分工编写的。全书共分十一章,由李介谷编写前言和第一、二、九章,谢式绚编写第五、六、十各章,施鹏飞编写第四、七章,刘重庆编写第三、八、十一各章。

在本书的编写过程中,得到上海交通大学图像研究所许多同事和研究生的支持和帮助,在此谨致深切的谢意。

由于编者的学识水平有限,经验不足,疏漏谬误之处在所难免,敬请读者指正。

编 者

1987年4月于上海

目 录

第一章 引言	1
1-1 图像处理技术的概况和发展	1
1-2 图像处理技术与“信息革命”	2
第二章 图像、数字图像与视觉	4
2-1 图像概述	4
2-2 图像的数学模型	7
2-3 数字图像与采样	18
2-4 数字图像的品质	25
2-5 视觉问题	31
第三章 图像变换	39
3-1 二维 Fourier 变换	39
3-2 Haar 变换.....	53
3-3 斜变换	55
3-4 数论变换	57
3-5 离散 K-L 变换.....	60
3-6 大矩阵转置的算法	66
第四章 图像编码	72
4-1 信源编码概述	73
4-2 脉冲编码调制	75
4-3 无误差编码	80
4-4 预测编码	82
4-5 变换编码	86
4-6 图形编码	94
4-7 自适应编码	96
第五章 图像增强技术	99
5-1 增强技术的分类	99
5-2 空域法.....	100
5-3 频域法.....	124
5-4 伪彩色处理.....	129
第六章 图像复原技术	131
6-1 复原技术的特点.....	131
6-2 图像退化的模型.....	132
6-3 复原技术的代数方法.....	135
第七章 遥感信息处理	152

7-1 遥感信息的获取	152
7-2 遥感信息处理	157
7-3 遥感影像解译	167
7-4 遥感技术的应用及其前景	171
第八章 图像重构技术	173
8-1 概述	173
8-2 Fourier 变换重构方法	174
8-3 卷积算法	176
8-4 代数公式方法	179
第九章 图像的分析理解	185
9-1 分块化技术	185
9-2 区域的描述	206
9-3 关系的描述和匹配	211
9-4 机器视觉系统	215
第十章 图像序列的研究	222
10-1 概述	222
10-2 运动估计	223
10-3 噪声图像中检测边缘的方法	234
第十一章 并行图像处理计算机	243
11-1 关联处理机	243
11-2 CYTO 流水线细胞计算机	250
11-3 博动型结构	255
11-4 CORDIC 的坐标旋转数字计算机	260
11-5 CLIP4 细胞逻辑图像处理机	263
11-6 PUMPS 多处理机系统	266

第一章 引言

1-1 图像处理技术的概况和发展

图像处理技术是随着计算机技术的发展而开拓出来的一个新的计算机应用领域,这就是把图像转换成一个数据矩阵存放在计算机对之进行处理。计算机图像处理技术是70年代初期在遥感图片和生物医学图片分析两项应用技术取得卓有成效的成果以后开始崭露头角的。从遥感图片分析来说,人们可以通过卫星遥感或航空遥感摄取地面资源的多光谱图片籍以完成各种任务,诸如:农作物面积和产量估计,水利资源勘探和管理,矿物和石油勘探,土地合理利用,城市设计,军事目标监视,环境保护等。历次送入太空的各型资源卫星向地球发送回大量的图像信息,资源卫星I、II、III每年送回的图像信息各达 1.3×10^{13} bit。图像信息量的数量概念,可以用这样一个例子来进行类比,一座电视台连续24小时广播,其输出的图像信息约为每年 8×10^{14} bit (每幅画面以 512×512 的分辨率来估计),这是一个很惊人的信息量。当然应该指出,由于气象条件的影响,资源卫星所传送回来的信息,其使用效率是很低的。同时高空摄影数字图像的低分辨率的限制(一个像素约相当于地面上数平方公里的面积)也常常影响了较高精度分析结果的获得。尽管如此,作为大面积普查性的资源分析,这仍然是一种有效的手段。

生物医学图片的分析开始取得实效大概也在70年代初期,有代表性意义的主要是两种专用的医疗仪器:自动血球计数器和计算机层析摄影仪。自动血球计数器是医院中使用的常规仪器,它的发展也可以用所处理图像信息的增加来说明,就美国的统计资料来看,整个70年代,由自动血球计数器所处理的图像信息量的变化如下:

1970年—— 10^8 像素/年;

1975年—— 10^{11} 像素/年;

1980年—— 5×10^{13} 像素/年。

也可以说,十年来仪器的台数可能有上千倍的增加。

计算机层析摄影所解决的是通常投影式X线摄影所无法解决的问题,它的发展更是非常迅猛的。自从1971年G. N. Hounsfield安装第一台脑层析摄影仪供临床应用起至1979年他由此而获得诺贝尔奖金止,由X线层析摄影仪所处理的图像信息量的发展如下:

1972年—— 5×10^9 像素/年;

1975年—— 3×10^{11} 像素/年;

1980年—— 5×10^{12} 像素/年。

1980年已有上千台X线层析摄影仪在美国工作。

目前图像处理技术已经在许多不同的应用领域受到重视并得到重大的开拓性的成就,属于这些领域的主要有:文件处理、考古、显微图像、放射图像、工业检测、机器人视觉、制导、高空侦察等。计算机图像处理和计算机图学的结合已成为计算机辅助设计的主要基础。可以预期,作为人的视觉的替代和扩大的计算机图像处理技术,它的发展在人-计算机-任务这个封闭锁

链中所能起到的重大作用。

一个图像处理的任务,一般来说,可分成三个阶段,它们是:图像的模型、数学方法和实现措施,对这三个阶段的考虑常是相互影响和贯串在一起的。图像的模型指的是对图像的数学和结构表达,一个以像素为单元的数据矩阵是图像表达的原型。原型是粗材料,带着大量的冗余信息,占据着大量的存储空间,而存储空间总是有限的,因此以数据矩阵的结构来表达的图像要设法进行结构压缩,这样就出现了以某种特殊的数据格式来表示的图像。例如,行长编码、四叉树结构等。应该指出,有的数据格式,如四叉树,有时完全是由处理方法的要求而建立起来的,它不一定带来数据压缩的效果,这正好说明了图像的模型和数学方法之间相互影响的关系。数学方法指的是数学推导与算法,就目前情况来说,对于计算机图像处理技术的发展也许不在于个别数学推导的出现,而在于实现的计算机算法和对于这些算法的选用。一定的数据格式应该由一定的算法来达到一定的处理目的,因此一个具体的算法是完全依据所设计的数据格式来制订的。通常,同一个任务是可以利用不同的计算方法来完成,这样就出现了对于一个具体任务存在着选择最优方法集的问题。应该指出,由于这种最优解难以得到,因此只能通过处理效果的观察来近似地作出判断,这样,不管采用什么样的数据格式,在处理的中间阶段,仍免不了要使它恢复原型以便于人眼的观察和判断。这种由于处理和观察要求不断地进行数据格式的转换是目前图像处理过程的一个非常显著的特点。

实现措施指的是计算机的结构,就目前图像处理的算法来说,基本上可分成并行性质和串行性质两大类。所谓串行性质的算法是指其后续一步的算法必须有待于前一步算法的结果,因此整个算法必然是一步一步递推地进行的。所谓并行性质的算法是指不必有待于前一步的先验知识而可以并发地进行的算法,对于由大量像素构成的图像来说,算法的并发性毫无疑问将是取得实时处理结果的重要途径。当前图像处理技术付诸实施的重要障碍是实时问题,很多复杂的图像处理问题,如果不考虑所付出的时间代价,都是可以在现行的计算机结构上得到解决的,但是这种与人工相比在时间上极端不利的局面,使图像处理技术不能在众多的领域立即得到有成效的采用。图像处理技术的发展有待于计算机结构的发展,同时图像处理技术的要求也在刺激着新一代计算机结构的发育和成长。

1.2 图像处理技术与“信息革命”

人类传递信息有三个主要的渠道,它们是语言、文字和图像。应该说,语言、文字都只是对客观实体的一种描述,客观实体的原型是图像,描述对原型来说是一种精化,同时也免不了受到由于描述者主观因素而带来的疏漏和歪曲。由于图像包含了巨大的信息量,使传播发生困难,因此长期以来图像只是作为一个辅助的表达手段而存在,用它来补充语言、文字所描述的不足。即使在这样的情况之下,人们早已看到图像所提供的直观作用,这不是语言和文字的描述所能达到的。

用各种手段来保证图像信息的传播是当前“信息革命”的特点,无线电通信技术,电视技术、大规模集成电路都属于这些手段的范畴,它们解决了传播的速度和容量问题,这使图像的传播成为可能。图像信息的传播不仅是一个“收”和“发”的问题,这里还存在着许多其他的问题,计算机的发展和推广应用为另外一些问题的圆满解决提供了条件。计算机图像处理技术解决了图像的变换、增强、重构、滤波、理解等问题,使图像信息的传递结果成为更易于为人所

接受和推广的形式,这样,信息传播的效果会更好,从而大大地发挥了图像信息的作用。

图像原来是人改造社会过程中接触到的一种重要的信息源,起初人们是以各种不同的生产工具与这种信息源打交道的;工程技术人员以直尺和圆规来描制各种图纸;成衣匠用粉线、皮尺来描绘衣片;木工用墨斗来划制加工的图案;美术家用画笔来复制客观世界。对待图像信息所采用的不同的生产工具形成了社会上不同的职业分工,职业的明确分工本来就是大工业社会的特点,因为不同的工具要求有不同的专家来操使,只有这样才能形成流水线生产的形式。

计算机的出现使以明细分工为特征的大工业社会的结构受到了冲击,由于计算机在处理信息方面的通用能力,使它可以成为许多行业的共同的生产工具,工具的统一,原来分工明细的专家的界限发生了混淆。同样的情况发生在以图像信息为主要加工对象的一个广大的生产领域内,工程师、木工、成衣匠、美术家等都可以以计算机为工具来加工他们感兴趣的图像。在这种情况下,原来极为不同的职业,其转化将成为轻而易举的事,这将为人类个性的发展提供极为广阔的天地。

从图像处理技术发展的远景来看,我们完全是充满着信心的,但是就我们目前的具体条件来说,它的发展不是没有困难的。使用图像处理技术的目的是为了替代和扩大人的视觉功能,而这种替代只有在消耗的劳力、时间远远地少于原来的消耗量,并且被替代下来的劳力又具有很广阔的置换空间时,这种替代才有可能取得社会效益。已经说过,目前的图像处理技术由于计算机的结构问题,对很多问题的处理非但是非实时的,并且还可能大大地超过用人力所需要的时间,因此图像处理技术本身还应该有一个很大的变化来适应这样的要求。再就替代下来的劳力的置换空间来说,我国是人力资源非常丰富的国家,因而这种置换很成问题;更进一步来说,这种置换空间应该建立在较高一级的智力劳动的基础上,这样才可以吸收大量的因体力劳动被替代而多余下来的劳动力,对于我国的现实情况来说,一般人员的文化素养都比较低,因而要经过长期的培训才有可能改变劳动力的性质。上述的两个困难情况,对我国来说,都不是短期内可以解决得了的。因而在我国的特定情况之下,如何使用图像处理技术在不断得到社会效益的条件下继续发展是一个必须加以注意的问题。在目前经济形势不断好转的情况下,我国的科学水平和人民的文化素养都在不断地提高,我们相信这些问题都是可以水到渠成地得到解决的。

作为一时的权宜之计,也许适当地采用人机交互的技术,是使用图像处理技术有可能绕过上述两个困难而取得一定的社会效果。从图像处理的技术来说,目前需要耗费很多时间的大抵是一些智能性很强的运算程序,因此把人的智能及具有重要运算功能的计算机组合起来充分发挥各自的优点以构成的系统就有可能取得胜于单纯人工的效果因而得到社会的承认。已经说过,这是目前计算机结构条件下的权宜之计,根本性的转变还有待于计算机结构的变化。

第二章 图像、数字图像与视觉

2-1 图像概述

图像是周围世界的一种映像,而周围世界是一能量场,它可表达为

$$E(x, y, z, \lambda, t) \left\{ \begin{array}{l} x \\ y \\ z \\ \lambda \\ t \end{array} \right.$$

式中 x, y, z 为坐标空间, λ 为能量波长, t 为时间。

设图像 I 是对 E 一次摄像的结果,则 I 为 E 的一个映像,

$$I(x, y, \lambda) = f \left\{ E(x, y, z, \lambda, t) \left\{ \begin{array}{l} x_1 < x < x_2 \\ y_1 < y < y_2 \\ z = f(x, y) \\ \lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \\ t_1 < t < t_2 \end{array} \right. \right\},$$

式中 x, y 为图像的宽度和广度, z 为图像的深度, λ 为电磁波波长, t 为摄像时限。如为一次摄像,则 t 决定于摄影机快门的时间;如为连续摄像,则所得 $I(x, y, \lambda)$ 为一序列的集合

$$I(x, y, \lambda) = \{I_1, I_2, \dots, I_i\},$$

或者也被称为序列图像。

对于每一张像片来说,在一定结构的摄像机的情况之下, x 和 y 受限于镜头的视角,标准镜头的视角在 50° 左右。为了在一个固定距离的情况下(指镜头对目标的距离)改变 x 和 y 的范围,人们可以采用具有不同特点的镜头,例如:广角镜(它可把视角扩展至 80° ,甚至更大)、远摄镜、变焦镜等。因此对于每一帧像片来说, x 和 y 总是处在一定范围以内,亦即 $x_1 < x < x_2$ 和 $y_1 < y < y_2$ 。

一幅图像是灰度或彩色在 x, y 平面上的组合,图像本身是二维的,但在二维平面上却包含着景深 z 的信息,它以 x 和 y 的某种函数的形式,即 $z = f(x, y)$, 隐含 x, y 在平面之中。这种隐含的形式是多种多样的,有时甚至是充满着智能性的。

一幅具有河流、树丛、喷水池、装满沙石的拖驳等景物的图像,往往可以看到好多种 $z = f(x, y)$ 的形式。其中河岸边的树丛、喷水池的水柱、拖驳上所堆的砂石都呈现出圆形剖面的立体形式,这是因为它们表面的灰度分布提供了这样的信息。在这种情况下,

$$z = f[g(x, y)],$$

式中 $g(x, y)$ 为灰度分布。这种灰度分布与形状的关系可推导如下。

设在观察体上取一块正切的单元表面 dA , N 为其法线, S 为光源位置,入射角 $\angle i = \angle NS$, O 为观察点,反射角 $\angle e = \angle NO$ 。由于单元表面的取向不同,即法线方向不同,最后在观察点上观察到不同的反射灰度。物体表面的灰度变化反映在由 g, x 和 y 组成的三维空间

关系上,这三维空间的法线为

$$\left(\frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, -1\right),$$

或者当

$$\frac{\partial g}{\partial x} = p, \quad \frac{\partial g}{\partial y} = q$$

时,这法线可表达为

$$(p, q, -1).$$

可见法线只有两个变化自由度: p 和 q 。我们把由 p 和 q 形成的空间称为梯度空间,梯度空间把物体表面的灰度变化与其表面的取向沟通了起来。

我们来看一个较为简单的情况,设反射平面具有漫射的特性,也就是说不管观察者处在什么位置上,他都能看到相同的强度,这样我们就可以在 $\angle e = \angle i$ 的情况下来讨论问题。在图 2-1 上,若入射光与 N 都取其单位向量,则入射角的余弦可表达成相应单位向量的点积,即

$$\begin{aligned} \cos(i) &= \frac{(p, q, -1) \cdot (0, 0, -1)}{|(p, q, -1)| |(0, 0, -1)|} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \end{aligned}$$

因为 $\angle e = \angle i$,

因此可以写出单位反射光强

$$E = \cos(e) = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}. \quad (2-1)$$

这种 p, q 与 E 的关系可表达成如图 2-2 所示的形式。

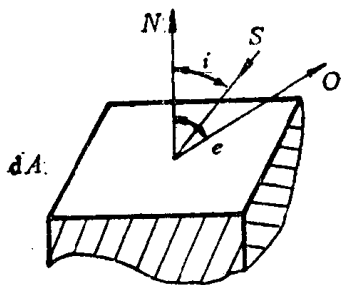


图 2-1 表面灰度分布的基本概念

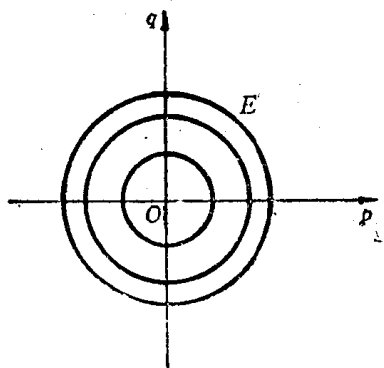


图 2-2 $E=f(p, q)$ 的一种形式

尽管图 2-2 所描述的是一种极简单的情况,输入光线也只有一条,但基本上已可用来说明物体表面上灰度分布的情况。图上指出了在梯度空间内光强度的变化规律。

一幅具有河流、栉比鳞次的高楼、天空等景物的图中。有一些景深信息不是用简单数学关系所能描述的,例如图中前景是水,后景是天空,其所以能形成这种“前后”的概念是因为图中的房屋“遮蔽”了天空。同理,房屋有前后排的区分是因为前排的房屋“遮蔽”了后排的房屋。此外,房屋的“影子”也提供了三维立体的信息。“遮蔽”、“阴影”都在 x, y 平面中提供了关于三维结构(或称之为景深)的信息。

现在来说明映像方程 $I = f(x, y, \lambda)$ 中, $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ 的含义。图像总是记录在一定的胶卷上的, 由于胶卷的感光特性, 因此被记录下来的光波频带受到一定的限制, 图 2-3 中示出彩色片、全色片和近红外片的记录波段。

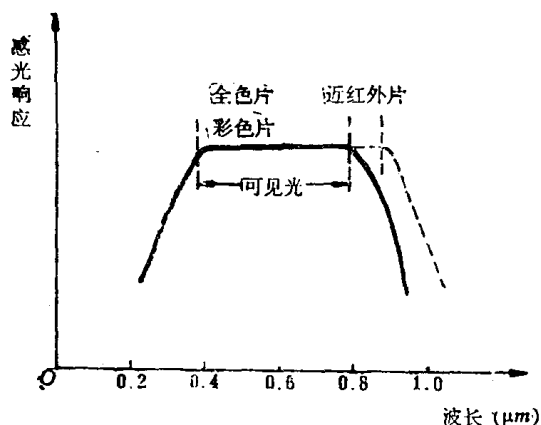


图 2-3 几种胶片的记录波段

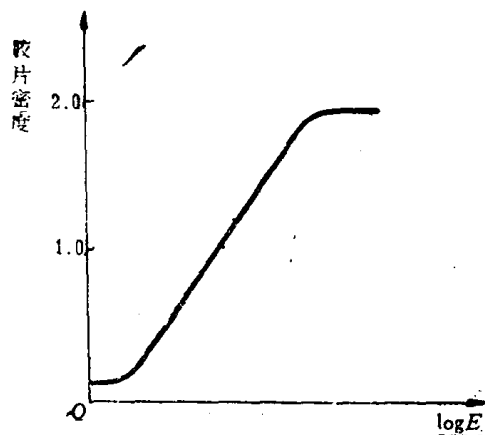


图 2-4 胶片密度与曝光量的关系

在胶片上形成图像的是胶片的密度, 因此最后的图像质量还受曝光量的影响, 这是一个非线性的关系, 它如图 2-4 所示。非线性的曝光关系使得到的图像灰度常偏离原来对象的分布状态, 特别是对序列图像来说, 带来了规范化的困难。

对于图像识别问题来说常常面临对色彩的识别问题, 这时常采用的手段是对色彩进行分解以提取特征。色彩的分解和合成是可逆的, 它可以表达为

$$[C] \triangle A_1(C) \triangle [P_1] \triangle A_2(C) \triangle [P_2] \triangle A_3(C) \triangle [P_3],$$

式中 $[C]$ 表示任意颜色;

$\triangle$ 表示可逆的分解和合成;

$[P_1]$ 、 $[P_2]$ 、 $[P_3]$ 表示红、绿、蓝三原色;

$A_1(C)$ 、 $A_2(C)$ 、 $A_3(C)$ 表示 $[C]$ 中所含三原色的单位值。上式是按三原色进行分解、合成时成立的, 当然这种分解和合成也可按其他基色来进行。为分解色彩, 在图像处理方面常用的技巧是采用滤色镜, 图 2-5 中示出红、绿、蓝三种滤色镜的分解特性。专门选取的滤色波段有时对图像识别问题可以起到极为有效的作用。目前采用的遥感手段对地面资源的识别、对染色后细胞的识别等方面都要用到这种色彩分解的技术。

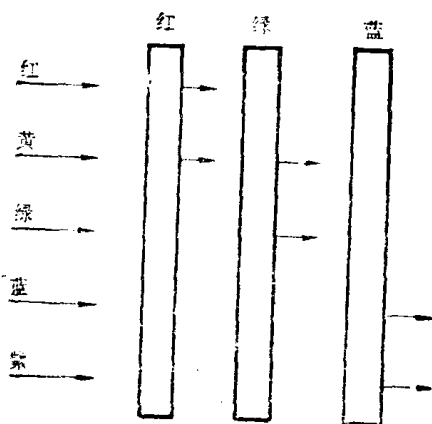


图 2-5 滤色镜特性

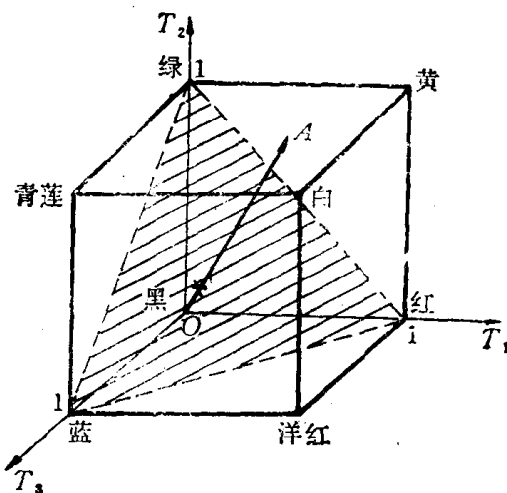


图 2-6 颜色立方空间

这种色彩的分解和合成有时用颜色空间来表达将更为直观, 图 2-6 示出一个颜色立方体构成的空间。

图 2-6 中构成此立方体的三个坐标为 T_1 、 T_2 和 T_3 , 这时

$$T_1(C) = \frac{A_1(C)}{A_1(W)}, \quad T_2(C) = \frac{A_2(C)}{A_2(W)}, \quad T_3(C) = \frac{A_3(C)}{A_3(W)},$$

式中 $A_1(W)$ 、 $A_2(W)$ 和 $A_3(W)$ 各为白色中三原色的成分。坐标的原点为黑色, 最远的对角点为白色。由坐标原点引出任意一根颜色向量, 其箭头(例如 A) 所在位置即表示某一种颜色。 T_1OT_2 、 T_2OT_3 、 T_3OT_1 三个平面上的三条对角线形成一个三角形, 称为 Maxwell 三角形, 任一根颜色向量穿过 Maxwell 三角形时形成一个交点, 该交点至黑(0, 0, 0) 的垂直距离为该颜色的亮度, 而至红(1, 0, 0)、绿(0, 1, 0)、蓝(0, 0, 1) 各点的距离即为色彩的各成分。

2-2 图像的数学模型

图像处理就是以各种形式的算符 Q 来对图像 G 进行处理, 也即图像处理可表达为 $Q(G)$ 。算符 Q 的形式决定于图像处理的目的是以及 G 的数学模型, 为此首先应该对图像的数学模型有所描述。最基本的, 一幅图像可表达成三种不同的数学模型, 它们是连续模型、离散模型和随机场模型。这些数学模型都建立在把图像看作像素点的集合的基础上, 对解决图像处理问题来说, 以像素点集合为基础的模型并不是唯一和往往不见得是最好的表达方式, 但从概念上来说却是一种最基本的表达方式。

连续模型是从一维的时间函数引伸出来的一种表达方式。对于一幅图像来说, 它以灰度 G 在 x, y 二维空间的连续变化来描述, 即

$$\text{图像} = G(x, y),$$

对于序列图像来说,

$$\text{图像序列} = \{G_1(x, y), G_2(x, y), \dots, G_t(x, y)\}$$

或

$$\text{图像序列} = G(x, y, t).$$

二维的图像函数 $G(x, y)$ 经过系统 S 变成另外一个二维图像函数 $f(x, y)$ 是图像处理的基本形式, 它如图 2-7 所示。

对图 2-7 来说, 可以有

$$f(x, y) = S[G(x, y)], \quad (2-2)$$

这里系统 S 可以是某种处理方法, 也可以是某种招致图像变质的原因。因此随着任务的不同, 式(2-2)也可能写为

$$G(x, y) = S^{-1}[f(x, y)], \quad (2-3)$$

以表示对图像的复原。对于连续数学模型来说, 无论是式(2-2)或(2-3) 的求解都建立在一维线性时不变系统的基础上, 因此有必要介绍一下由一维至二维的推广。

对于一维系统来说, 设 $y(t)$ 和 $u(t)$ 为输出和输入的时间序列, 则

$$y(t) = S[u(t)], \quad (2-4)$$

当输入为单个脉冲时, 即

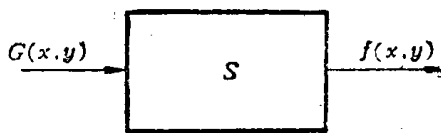


图 2-7 图像处理的基本框图

$$u(t) = \delta(t) = \begin{cases} 1, & t=0, \\ 0, & t \neq 0. \end{cases}$$

以系统对脉冲的响应称之为脉冲响应 $h(t)$, 设施加脉冲的瞬时为 τ , 并且该系统属于时间不变的性质, 则系统的脉冲响应可表达为

$$h(t-\tau) = S[\delta(t-\tau)]. \quad (2-5)$$

若认为系统具有定常性, 即输入序列

$$u(t) = 0, \quad \forall t < 0,$$

则 $u(t)$ 可表达成一串脉冲的总和

$$u(t) = \sum_{\tau=0}^t u(\tau) \delta(t-\tau). \quad (2-6)$$

这时输出序列为

$$y(t) = \sum_{\tau=0}^t u(\tau) h(t-\tau). \quad (2-7)$$

当输入序列和输出序列分别为

$$u(t) = u(0), u(1), u(2), \dots$$

$$y(t) = y(0), y(1), y(2), \dots$$

时, 式(2-7)又可表达成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & 0 & \dots \\ h(1) & h(0) & 0 & 0 & \dots \\ h(2) & h(1) & h(0) & 0 & \dots \\ h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ u(2) \\ u(3) \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (2-8)$$

或

$$y(k) = S \cdot u(k). \quad (2-9)$$

系统矩阵 S 为 -Töplitz 矩阵, 它是

$$S = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & 0 & \dots \\ h(1) & h(0) & 0 & 0 & \dots \\ h(2) & h(1) & h(0) & 0 & \dots \\ h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}. \quad (2-10)$$

式(2-7)式(2-9)又可写成卷积形式:

$$y(t) = u(t) * h(t). \quad (2-11)$$

也许用图解来表示将使卷积概念更为清楚, 作为更一般的表达形式, 可写出

$$u(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) h(t-\tau) d\tau. \quad (2-12)$$

一个完整的图解卷积过程如图 2-8 所示。

在图 2-8 中以比较容易图示的形式示出 $u(\tau)$ 和 $h(\tau)$ 的波形, 其幅度各为 1 和 1/2, 所占据的时间空间 $\tau=1$ (如图中实线所示)。图上也示出了 $h(-\tau)$ 和 $h(t-\tau)$ 的波形, 因为

$$\begin{cases} y(t) = 0, & t=0 \text{ 时}, \\ y(t) = \frac{1}{2}, & t=1 \text{ 时}, \\ y(t) = 0, & t=2 \text{ 时}, \end{cases}$$

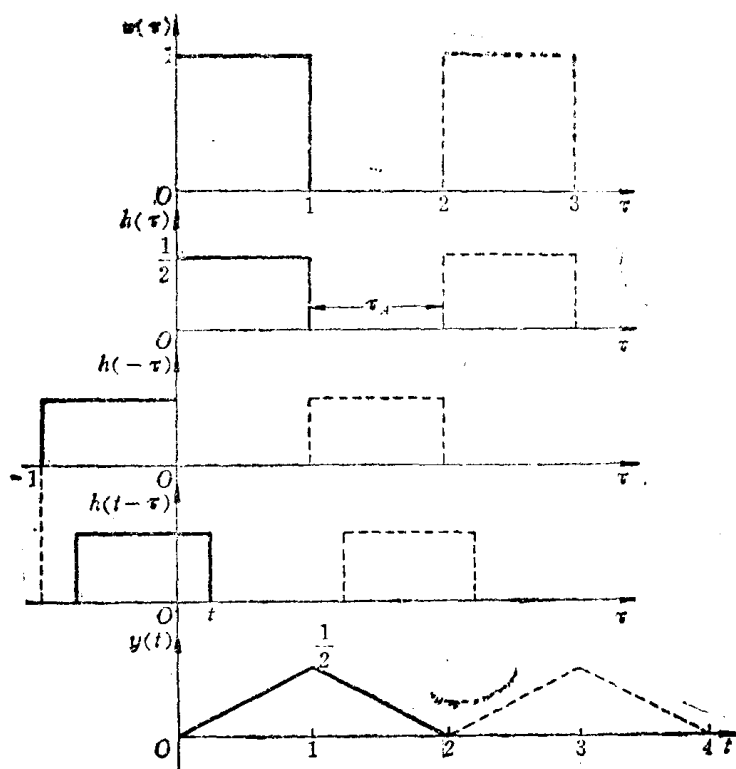


图 2-8 一维卷积的图解

因此可得卷积结果 $y(t)$, 如图所示它是一个三角波。若 $u(\tau)$ 和 $h(\tau)$ 各以相同的周期 $\tau=2$ 重复出现, 如图中虚线所示, 则可得连续波出现的卷积结果, 这也如图中 $y(t)$ 的虚线所示。在上述情况之下, 各周期的卷积结果只与 $u(\tau)$ 和 $h(\tau)$ 的各单独周期有关。设 $u(\tau)$ 或 $h(\tau)$ 的波形之间的间歇时间为 τ_A , 则只要

$$\tau_u < \tau_A$$

或

$$\tau_h < \tau_A,$$

卷积结果就将发生重叠, 这被称为交叠误差。

对于二维图像输入输出系统来说, 我们要回到式(2-2)的表达方程上来, 并在二维平面上讨论系统的行为, 这时输入的单脉冲为

$$u(x, y) = \delta(x, y) = \begin{cases} 1, & (x=0, y=0), \\ 0, & (x \neq 0, y \neq 0). \end{cases}$$

系统的脉冲响应为 $h(x, y)$, 相应于一维系统的时间不变性, 设系统具有位置不变性, 且脉冲施加的位置为 (a, b) , 则该脉冲响应可表达为

$$h(x-a, y-b) = S[\delta(x-a, y-b)]. \quad (2-13)$$

对于图像的情况来说, 这一脉冲响应有其独特的物理意义, $\delta(x-a, y-b)$ 表示在图像任意位置上的一个光点或暗点(从理论上来说, 它应是不占任何面积的一个点), 经过系统 S 的作用以后得到的图像 $h(x-a, y-b)$, 当然不再能保持一个光点或暗点, 这说明了系统对图像的最基本的作用, 因此这一脉冲响应被称为点扩展函数。在图像实践中, 一个系统的点扩展函数是可以利用实验方法来近似地求得的, 对系统输入一个接近理想的点图像, 其输出即为系统的近似点扩展函数, 式(2-13)说明了得到这种近似结果的原因。

对于二维输入信息 $G=(a, b)$ 来说,

$$G(x, y) = \sum_b \sum_a G(a, b) \delta(x-a, y-b). \quad (2-14)$$

这时输出为

$$f(x, y) = \sum_b \sum_a G(a, b) h(x-a, y-b). \quad (2-15)$$

这同样可以写成二维卷积的形式

$$f(x, y) = G(x, y) * h(x, y), \quad (2-16)$$

或其更为一般的形式

$$G(x, y) * h(x, y) = \int_a \int_b G(a, b) h(x-a, y-b) da db. \quad (2-17)$$

二维卷积的图解表达与一维相比要复杂得多, 为简单起见以二值化图像为例来说明这一卷积过程。

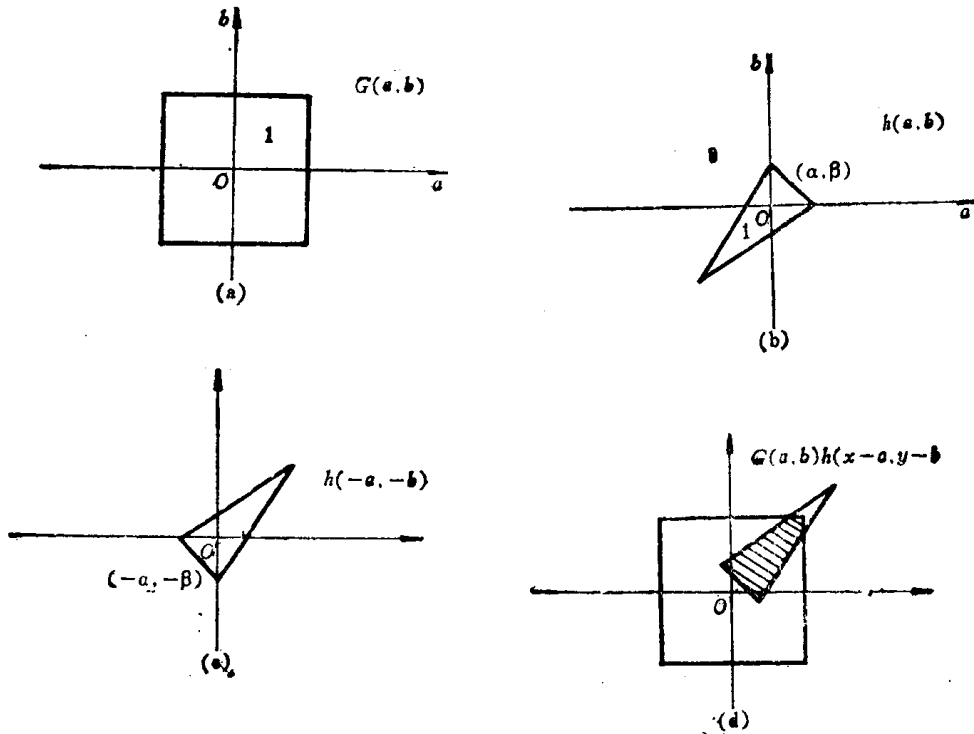


图 2-9 二维卷积的图解举例

在图 2-9 中 $G(a, b)$ 为由“1”布满的一个正方空间, $h(a, b)$ 为由“1”布满的一个三角形空间, (a, b) 为 $h(a, b)$ 上的某一点, 同时还示出 $h(x-a, y-b)$ 的三角形。 $G(a, b)$ 与 $h(x-a, y-b)$ 叠置在一起出现一个两者都为 1 的交叠部分, 在图上以阴影线区域来示出, 这一阴影线区域的面积即为相应于某一 (x, y) 值的卷积结果。

当 $G(a, b)$ 以及 $h(a, b)$ 均为分布在 $\pm\infty$ 空间的重复出现图案时, 在一定的重复出现规律下, 同样会出现交叠误差, 它如图 2-10 中的阴影线面积所示。

离散模式是数字图像的最一般形式, 尽管实际图像具有连续的形式, 但它经过采样和量化后输入计算机的总是它的离散形式。在前面, 式(2-8)已经给出过以向量表示的离散模式。经过采样以后的数字图像是一个矩阵

$$G = [G(n_x, n_y)], \quad (2-18)$$

式中 $1 \leq n_x \leq N_1$, $1 \leq n_y \leq N_2$ 。这是一 $N_1 \times N_2$ 矩阵, N_1 为采样的列数, N_2 为采样的行数。由

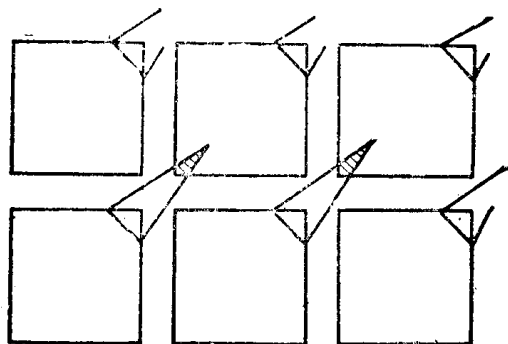


图 2-10 二维交叠误差

于计算机的二进制特点,通常 $N = 256, 512$ 或 1024 。矩阵的大小决定了采样的分辨率但也受限于计算机的内、外存容量,对于一幅 1024×1024 每一像素占用 8 bit 的图像来说(相应于 256 灰度级),要求的存储容量达 1MB。

在实际运算中有时把数字图像表达成一个向量

$$\mathbf{g} = [g(1)g(2)\cdots g(j)\cdots g(N)]^T, \quad (2-19)$$

式中 $g(j) = G(n_x, n_y)$, $g(N) = G(N_1, N_2)$ 。

式(2-19)中的向量 $\mathbf{g}$ 是把式(2-18)中的逐列(或行)串接起来形成的。

式(2-18)的 G 与式(2-19)的 $\mathbf{g}$ 可通过式(2-20)加以换算。

$$\mathbf{g} = \sum_{n=1}^{N_1} N_n G \mathbf{V}_n, \quad (2-20)$$

这是把各列串接起来进行的换算,式中 $\mathbf{V}_n$ 是一运算向量, N_n 是一运算矩阵,

$$\mathbf{V}_n = [V_1 V_2 \cdots V_{n-1} V_n V_{n+1} \cdots V_{N_1}]^T, \quad (2-21)$$

式中 $V_n = 1$, $V_j = 0$, $\forall j \neq n$ 。 N_n 是一 $N_1 N_2 \times N_1$ 矩阵,它由 N_2 个分块矩阵所构成,每一分块为一 $N_1 \times N_1$ 矩阵,

$$N_n = [N_1 N_2 \cdots N_{n-1} N_n N_{n+1} \cdots N_{N_1}]^T, \quad (2-22)$$

式中

$$N_n = [I],$$

和

$$N_j = [0], \forall j \neq n.$$

例如在 $N_1 = 3$ 和 $N_2 = 3$ 时,

$$G = \begin{bmatrix} G(11) & G(21) & G(31) \\ G(12) & G(22) & G(32) \\ G(13) & G(23) & G(33) \end{bmatrix}.$$

这时

$$\mathbf{V}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\mathbf{V}_2 = [0 \ 1 \ 0]^T,$$

$$\mathbf{V}_3 = [0 \ 0 \ 1]^T.$$

和

$$N_1 = [I \ : \ 0 \ : \ 0]^T,$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$