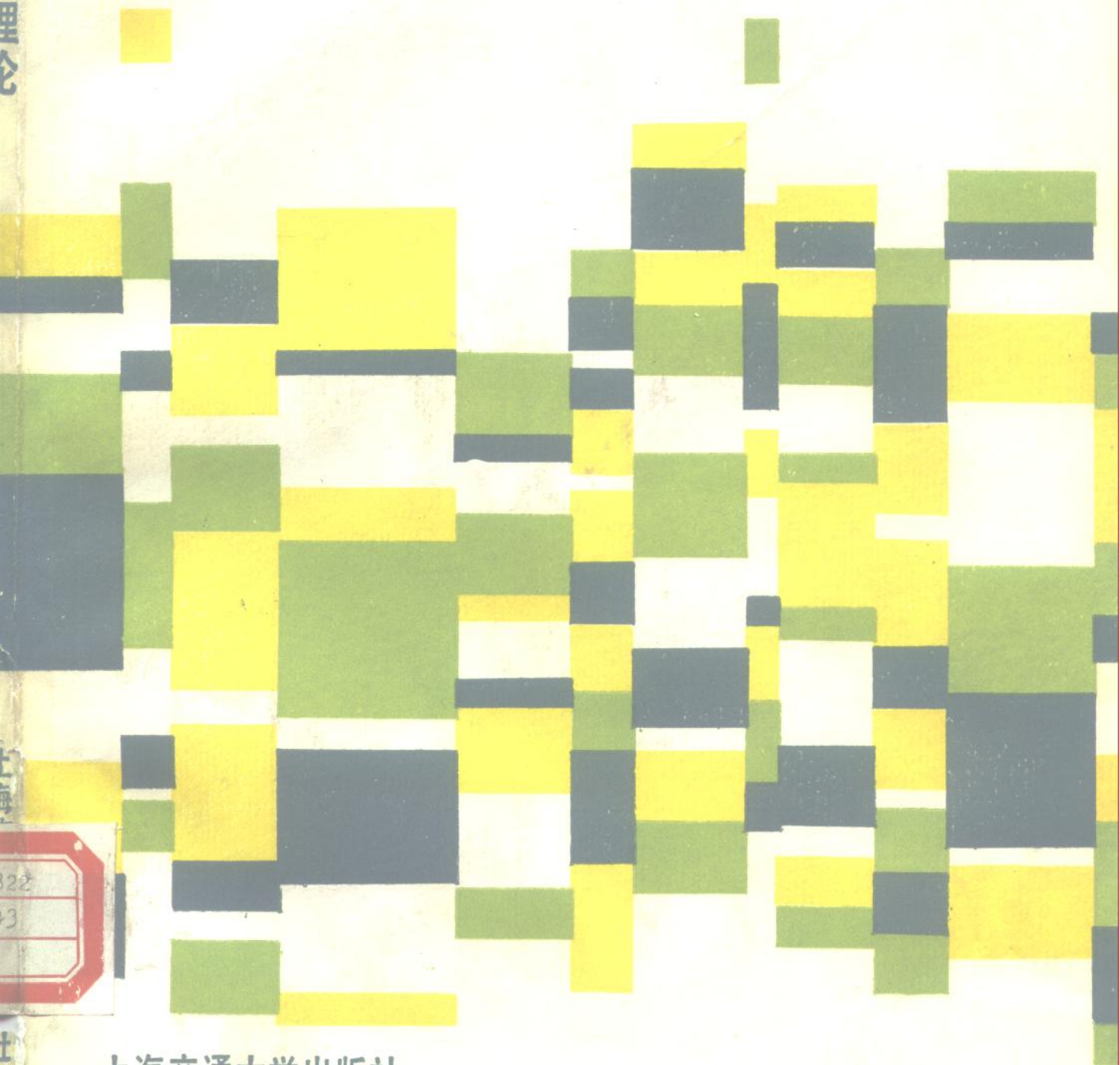


随机控制理论

蔡尚峰 编著

随机控制理论



上海交通大学出版社

73.822
843

随 机 控 制 理 论

蔡 尚 峰 编著

上 海 交 通 大 学 出 版 社

8710451

随机控制理论

上海交通大学出版社出版

(淮海中路 1984 弄 19 号)

新华书店上海发行所发行

常熟文化印刷厂印装

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 13.75 字数 335,000

1987 年 1 月第 1 版 1987 年 2 月第 1 次印刷

印数: 1—4,700

统一书号: 13324·109 科技书目: 139—259

定价 2.30 元

DT10/34;
内 容 简 介

随机控制理论是研究具有随机信号、随机噪声和随机特性时的系统控制理论。在国内,系统地论述这方面内容的书籍尚不多见。

本书较系统地阐述了随机控制理论的有关基本问题,并力求联系确定性控制理论和一些工程实际。全书分为六章:一、绪论;二、随机过程;三、随机控制系统数学模型及其分析;四、随机信号是平稳过程时线性控制系统的综合;五、状态估计和卡尔曼滤波;六、随机最优控制。每章后均附有习题。

本书可作为高等院校自动控制及各类自动化专业高年级学生和研究生的教学用书,也可供科技人员参考。

163-0172

前 言

随机控制理论是研究具有随机信号、随机噪声和随机特性时的系统控制理论。随着系统分析方法的广泛应用和工程实践的需要,它正在迅速地发展。

本书较系统地阐述了随机控制理论所包含的四个基本问题:1. 随机控制系统的数学模型;2. 随机控制系统分析;3. 随机控制系统状态估计;4. 随机控制策略的确定——随机最优控制。此外对平稳条件下系统的综合问题作了一定的介绍;在论述各种随机因素的产生和数学描述之后,对随机过程的有关理论也作了适当的回顾和简述。

全书共分六章,各章均有一定数量的习题。书末附有参考文献。本书内容既涉及线性系统,也涉及非线性系统;既包含连续时间的,也包含离散时间的。至于随机自适应控制问题,本书作了简单介绍,为进一步了解和学习随机自适应控制问题奠定必要的基础。由于随机控制理论是确定性控制理论的发展,故在撰写本书时,力求联系确定性控制理论和一些工程实际。

本书可作为高等院校自动控制或各类自动化专业高年级学生和研究生学习“随机控制”或“随机控制理论”时的教学用书或参考书,也可供有关科技人员参考。

由于作者水平的限制,本书的缺点和错误在所难免,希望批评指正。

1986年3月于杭州

目 录

第一章 绪 论

§ 1-1 确定系统与不确定系统	(1)
一、确定系统	(1)
二、不确定系统	(1)
三、运动规律和数据的两大类型	(1)
四、判断确定性与不确定性的一个实验依据	(2)
§ 1-2 系统中不确定因素的产生	(2)
一、随机输入信号	(2)
二、随机扰动	(2)
三、随机的系统特性	(3)
§ 1-3 不确定噪声的数学描述	(3)
一、概率统计模型	(3)
二、集论模型	(4)
§ 1-4 随机控制问题与随机控制理论	(4)
一、随机控制问题	(4)
二、随机控制理论	(4)
三、随机控制理论的发展	(5)
四、本书内容概貌	(5)

第二章 随机过程

§ 2-1 随机过程	(7)
一、随机过程的概念	(7)
二、平稳过程和非平稳过程(各态历经性)	(8)
三、平稳过程的遍历性(各态历经性)	(9)
§ 2-2 二阶矩过程	(11)
一、二阶矩过程	(11)
二、均方极限意义下二阶矩过程的随机分析——均方微积分	(11)
三、随机常微分方程均方解的存在性和唯一性定理	(15)
§ 2-3 高斯(正态)过程	(16)
一、定义	(16)
二、高斯过程的一些重要性质	(17)
§ 2-4 马尔可夫过程	(17)
一、定义	(17)
二、联合概率密度函数与转移概率密度函数	(17)
三、高阶马尔可夫过程	(18)

四、马尔可夫过程的两个重要性质	(18)
§ 2-5 独立增量过程	(18)
一、定义	(18)
二、正交增量过程	(19)
三、协方差函数	(19)
§ 2-6 维纳过程(布朗运动)	(20)
一、维纳过程	(20)
二、维纳过程的统计特性	(20)
§ 2-7 白噪声过程	(21)
一、频域上的定义	(21)
二、时域上的定义	(22)
三、在均方意义下研究高斯白噪声与维纳过程的关系	(22)
习题	(23)

第三章 随机控制系统数学模型及其分析

§ 3-1 概述	(25)
§ 3-2 随机控制系统的数学模型	(26)
一、连续时间随机控制系统的数学模型	(26)
二、离散时间随机控制系统的数学模型	(27)
§ 3-3 连续时间随机线性控制系统常用的数学模型及其分析	(28)
一、连续时间随机线性控制系统一般状态方程分析	(28)
二、连续时间随机线性控制系统常用的状态变量表达式及其分析	(30)
三、连续时间随机线性定常控制系统中的平稳过程	(35)
§ 3-4 附加噪声为有色噪声时连续时间随机线性控制系统的分析	(39)
一、具有有色噪声时连续时间随机线性系统的增广数学模型及其分析	(40)
二、连续时间随机过程的谱分解	(41)
§ 3-5 离散时间随机线性控制系统常用数学模型及其分析	(42)
一、一般分析	(42)
二、输入噪声为白噪声时的分析	(43)
三、平稳过程分析	(44)
四、离散过程与连续过程的关系	(46)
§ 3-6 附加噪声为有色噪声时离散时间随机线性控制系统的分析	(48)
一、具有有色噪声时离散时间随机线性系统的增广数学模型及其分析	(48)
二、离散时间随机过程(随机序列)的谱分解	(49)
§ 3-7 连续时间随机非线性系统的分析	(50)
一、伊藤随机微分方程	(51)
二、伊藤随机积分	(51)
三、伊藤随机微分方程解的存在性和唯一性	(57)
四、伊藤微分法则	(59)
五、伊藤过程的福克尔-普朗克方程	(61)

六、应用福克尔-普朗克方程求取非线性系统的均值和方差	(63)
§ 3-8 离散时间随机非线性系统的分析	(67)
§ 3-9 具有随机参数的控制系统及其分析	(68)
一、具有随机参数的状态方程及其分析	(68)
二、随机稳定性	(71)
习题	(75)

第四章 随机信号是平稳过程时线性控制系统的综合

§ 4-1 概述	(79)
§ 4-2 参数最优问题	(79)
§ 4-3 按均方误差极小选取系统最优参数	(80)
一、性能指标	(80)
二、性能指标的计算	(81)
三、确定最优参数	(86)
§ 4-4 最优系统传递函数问题	(87)
一、正交投影定理	(88)
二、维纳-何甫(Wiener-Hopf)方程	(89)
三、维纳-何甫方程的解	(89)
§ 4-5 最小方差控制律问题	(91)
一、控制对象(受控过程)和随机干扰的描述	(91)
二、性能指标和最小方差控制律问题的提法	(92)
三、问题的求解	(92)
四、几点说明	(93)
五、举例	(94)
习题	(96)

第五章 状态估计和卡尔曼滤波

§ 5-1 概述	(98)
§ 5-2 最优线性状态估计问题的提法	(99)
一、离散时间系统	(99)
二、连续时间系统	(100)
§ 5-3 离散时间线性系统的卡尔曼滤波	(100)
一、卡尔曼滤波递推算法	(100)
二、卡尔曼预测递推算法	(105)
三、较一般情况下的卡尔曼滤波算法	(106)
四、有色噪声情况下的卡尔曼滤波算法	(110)
§ 5-4 连续时间线性系统的卡尔曼滤波	(113)
一、卡尔曼滤波基本方程	(113)
二、预测估计基本方程	(117)
三、较一般情况下的滤波算法	(117)

四、有色噪声情况下的连续卡尔曼滤波	(119)
五、平稳卡尔曼滤波	(121)
§ 5-5 状态估计问题与控制问题的对偶关系	(121)
一、对偶定理	(121)
二、最优估计问题的解——卡尔曼滤波器	(123)
§ 5-6 卡尔曼滤波器分析	(125)
§ 5-7 卡尔曼滤波的最优性	(125)
§ 5-8 卡尔曼滤波的稳定性	(128)
一、滤波的稳定性	(128)
二、稳定性条件	(128)
三、稳定性定理的推论	(132)
§ 5-9 滤波估计误差分析	(133)
一、应用次最优滤波增益引起的误差	(133)
二、较一般情况下的误差分析	(133)
§ 5-10 滤波的发散现象及其克服	(135)
一、滤波发散现象	(135)
二、克服滤波发散的方法	(137)
§ 5-11 非线性随机系统的状态估计	(142)
一、连续型最优条件均值估计	(142)
二、线性化卡尔曼滤波和推广的卡尔曼滤波	(146)
习题	(149)

第六章 随机最优控制

§ 6-1 概述	(152)
§ 6-2 随机控制和随机最优控制问题	(152)
一、随机控制系统和随机控制问题	(152)
二、随机最优控制问题	(153)
三、一定等值特性和分离特性	(156)
四、随机控制的特点	(156)
§ 6-3 状态全知时的随机最优控制	(157)
一、系统性能分析	(158)
二、应用动态规划求解状态全知时的随机最优控制问题	(159)
三、应用动态规划求解状态全知时的 LQG 问题	(161)
四、一个燃料有约束的末值控制问题的例子	(165)
§ 6-4 状态不全知时的随机最优控制	(167)
一、应用动态规划求解状态不全知时的随机最优控制问题	(168)
二、应用动态规划求解状态不全知时的 LQG 问题	(169)
§ 6-5 较一般情况下的 LQG 问题——基本 LQG 问题的扩展	(175)
一、LQG 受控变量零值调节器问题	(175)
二、一般二次型目标函数时的 LQG 问题	(175)

§ 6-6 随机跟踪(随动)问题	(176)
一、跟踪问题的提法	(176)
二、问题的求解	(177)
三、结果分析	(178)
§ 6-7 具有非白噪声时的随机最优控制问题	(181)
§ 6-8 定置非零时的定值调节器问题	(183)
§ 6-9 PI 控制器的综合	(185)
一、问题的转化和求解	(185)
二、具有 PI 控制器后最优控制系统是 1 型系统的条件	(187)
三、任意恒值扰动 d 的影响	(187)
§ 6-10 随机模型参考跟踪问题	(189)
一、模型参考跟踪问题的提法	(189)
二、受控系统的理想轨线	(189)
三、开环模型参考跟踪问题	(190)
四、闭环模型参考跟踪问题	(193)
§ 6-11 连续时间基本 LQG 问题	(194)
一、问题的提法	(194)
二、问题的求解	(194)
§ 6-12 非线性随机系统的最优控制和摄动 LQG 问题	(199)
一、非线性随机系统的最优控制	(199)
二、摄动 LQG 问题	(199)
§ 6-13 非线性随机控制系统的伪一定等值控制策略	(203)
§ 6-14 关于随机自适应控制问题	(204)
习题	(205)
参考文献	(208)

第一章 绪 论

§ 1-1 确定系统与不确定系统

一、确定系统

当系统的结构和参数是确定的、已知的，作用于系统的输入信号(包括扰动)也是确定的，可以用数学分析式或图表确切表示，这种系统就是确定性系统(用数学式表达时，当然含有一定的误差，但应是允许的)。

二、不确定系统

当系统本身或作用于该系统的信号有不确定、模糊、不确实、不清楚时，则系统就是不确定系统。

(关于不确定性，有人是这样定义的：

Something is uncertain if it is indeterminate, indefinite, not reliable, untrustworthy, and not clearly defined.)

三、运动规律和数据的两大类型

自然界的运动规律，以及对各种运动现象的观测数据，一般可分为确定性的和非确定性的两种类型。

自然界中产生的各种运动是很复杂的，经常是确定性过程和不确定性过程同时存在。真正能用数学表达式确切描述的理想过程和数据、信号，在实践中是没有的。此即说明(广泛地讲)，真正的确定性过程或系统是没有的。

(一) 但是，只要对运动过程的基本规律有足够的认识，或者说，系统本身和输入信号等可以用相当精确的数学表达式来描述，而有些不确定因素的存在只要不影响所研究问题的着重点的结果，或者不使系统分析研究结果超出允许误差，那么，这些运动过程或系统，就可以认为是确定性的。

例如，从宏观来研究欧姆定律，如图 1-1，当输入信号 $v(t)$ 真实知道，系统的响应亦可真实知道，即

$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

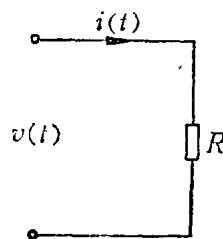


图 1-1 电阻电路

而且在任何瞬时均成立。这用伏安表或其他记录表计均可证实。当然，从微观来看就不一定了，假如把上述电阻接在高放的输入端，而从高放输出通过扬声器可以听到很多噪声，即使输入信号为零，亦是如此。这种噪声是电阻器中电子热运动造成的，常称为热噪声。当研究的问题着重于微小信号放大时，不确定因素和噪声将对结果起重要作用。因此根据所研究问题的性质和不确定信号的影响程度，同样系统，有时就要作为不确定系统来处理。

(二) 同一运动本身，它具有确定性的一面和不确定性的另一面。例如布朗运动(维纳

过程)——小质点在液体中的无规则运动,就每一质点而言,它服从牛顿力学的规律,可以用常微分方程来描述,是确定性运动;但对不同质点间的碰撞运动来说,碰撞机会很难用数学时间函数加以确切描述,它是无规则的,是不确定性的。

又如无线电波的传播过程,可用麦克斯韦方程加以描述,是确定性过程;但传播过程中混入不少噪声,它又是不确定性的。

最后还应指出,根据以上所述以及由于人们对自然界运动的不断认识、逐渐地掌握其基本规律,所以也可以这样说,真正的、纯粹的、完全的不确定过程和系统也是不存在的。

四、判断确定性与不确定性的一个实验依据

如上所述,一个事物或问题,在一定场合、一定条件下可以是确定性的,而在另一种条件下可能是不确定性的。对于固定条件下,所研究的问题和事物究竟是确定性的还是不确定性的,通常可以以实验手段能否重复实现这些问题的结果或过程为依据,加以判断。

如果一个结果或过程,经过重复多次实验,都能在不超过允许误差范围内重复,则一般就可认为是确定性的;否则就不能认为是确定性的。

§1-2 系统中不确定因素的产生

一、随机输入信号

在研究确定性系统的理论时已经知道,系统的响应与输入信号有关;输入信号不同,系统的响应也不同。系统的实际输入信号具有不确定性,或者在理想的输入信号中夹杂着杂散信号;对此,在确定性系统理论中,常选取最典型、最不利、与实际输入信号最接近的以及可用数学表达式描述的信号作为系统的输入信号,或者当夹杂在输入信号中的杂散信号的影响不大,可以忽略不计,而由理想的、希望的典型信号取代实际输入信号。但欲研究更接近实际输入信号的系统性能时,这就需要把输入信号按不确定信号或随机信号来处理。

实际物理系统中产生随机输入信号的例子很多。例如:

- (一) 通信系统中的语言、声响等输入信号;
- (二) 运输工具,如飞机、汽车等的飞行控制或驾驶系统的随机指令信号;
- (三) 交通控制系统中通过检验站的车辆数;
- (四) 各种过程控制系统中,通过对过程中有关参数和状态的分析后发出的指令控制信号;等等。

二、随机扰动

在很多系统的输入和输出中,除了希望的信号外,常伴有不希望有的扰动,它们总具有随机性质。

(一) 系统中固有的热噪声。电子网络中电阻,由于电子的随机运动,电阻两端电压是无规则地波动着的;这波动电压就是热噪声,它附加在有用信号上,通过系统传送至输出端,造成信号模糊,或者使声响装置发出烦人的噪声。

(二) 电子器件的电子发散或空穴运动的不稳定性,造成电子器件电流的无规则波动,即散弹噪声。每一瞬间的噪声值虽然是无法计算的,而且重复测量或观察,不会是相同的。

(三) 系统装置中产生的各种寄生振荡所造成的噪声、接触部件产生的接触噪声等也都

是系统内部产生的扰动。

(四) 在遥控遥测系统中,到达天线的噪声就有很多,它们来自电暴、人为干扰、太空辐射或其他热辐射等等,这些干扰将造成接收信号及控制信号渗杂很多噪声,它们也是无规则的,无法计算其时间函数。

(五) 在天线的随动控制系统中,风力将使天线摇摆;风力是随机的,因而天线驱动机构所承受的力矩也将是随机的。

(六) 其他如电机拖动系统中负载转矩的随机波动(如切削量的不同,加工材料硬度的随机变化)、供电电源的变化、船舶、车辆、飞机等运载工具所经受的海面波浪变化、路面不平、大气涡流、各种环境变化等等的影晌,都是不确定性的随机的扰动。

(七) 控制系统中故障的产生与排除对系统的影响也将是随机扰动。为了使系统能抵御各种故障扰动,提高可靠性,设计系统时,不计及这种扰动的影响,显然是不能满足要求的。

三、随机的系统特性

系统本身的特性不确定,或者在不同时间上是随机波动的,例如飞机负载在不同班次、不同航空站均是变化的,电机拖动系统的荷载(相应的运动部分的质量和惯量)的变化,均将导致系统特性和参数的变化;又如电梯载客数每次是不同的,等等,也会造成随机的系统特性。

以上例子大都属于工程控制系统中的。至于其他系统,如管理系统、物资系统、交通管理系统、人口控制系统、各种资源系统等中存在的随机扰动的例子,在此不一一列举。但是已可知道,在任何工程系统中都牵涉到不确定性或随机性(randomness),而且这些不确定性中,有的可以有统计规律或可用随机过程来描述,而有些是无法测量或无法知道其变化规律。这样,不确定性,基本上也可分成两大类型:

1. 具有概率统计型;
2. 无概率统计型或突发型。

§ 1-3 不确定噪声的数学描述

在系统分析和研究中,如何用数学描述系统中存在的不确定因素是非常重要的。根据§ 1-2中所述,描述不确定性的模型相应地也有两种主要类型:

一、概率统计模型

在此,把噪声视作随机过程。随机过程是用一族概率分布函数来定义的,它可以具有已知的概率结构,或者概率结构已知、但有不确定参数(例如均值、方差),或者概率结构不知道、但个别矩(例如均值、方差)已知。

假如不确定模型是概率分布完全确定的随机过程,或是已知的二阶矩过程,则这种模型就是贝叶斯模型,是本书中常要应用的一种模型。

由于实际的不确定性噪声——随机过程,其某些最重要的性质可以由一些统计平均值来表示,诸如均值、方差、相关函数、协方差函数等等,这时噪声的概率统计模型,就由这些统计均值表征。虽然用这些均值描述噪声并不是严密的、精确的,但在系统分析和研究中,它们

却是很有用处,能带来很大方便。

作为随机过程的噪声的详细数学描述,将在下一章中进行。

二、集论模型

由此描述而得的量,则称为“未知但有界”过程,受约束于某集。

应用集论模型时,不需数据的统计处理;用于系统分析,得到的则是系统在最坏条件下的性能。当然,其结果与实际可能条件下的情况会有很大出入,因此是偏坏估计。

由于应用了两种不同类型的模型,分析研究不确定系统的理论和方法也因此而有两种不同的主要的发展方向。

本书则只研究基于概率统计模型的随机控制理论。也就是说,当系统中不确定因素可以适当用随机过程来描述时,则该类系统的分析研究可以由随机控制理论来处理。

§ 1-4 随机控制问题与随机控制理论

一、随机控制问题

当系统具有随机输入、随机干扰或(和)随机特性(参数)时,系统的状态、输出和控制量必然也是随机过程。对这种具有随机性系统的控制问题,就叫随机控制问题。随机控制问题是随机问题的一个子问题,是工程中经常遇到并需解决的重要问题。

二、随机控制理论

随机控制理论是研究动态系统具有随机输入、随机干扰或(和)随机特性(参数)时的有关理论,它应该包含的基本问题,和确定系统理论一样,有:

1. 数学模型的建立问题

动态系统本身数学模型的建立与确定性系统没有什么区别,但问题是如何描述随机因素,如何在系统数学模型中合理地将它们表达出。在这里,特别要推出随机微分方程或随机状态方程问题;由于它是微分方程问题与随机过程问题的结合,它与描述确定性系统的微分方程问题就有概念上的不同,处理起来也将更困难些。

2. 系统分析问题

分析给定的系统,规定的工作条件下所具有的统计性能;在此,包括系统某些参数对系统统计性能的影响的分析,以及如何合理选取等。当然,如同确定系统理论一样,分析是在数学模型的基础上进行的,也必然要受到数学模型反映实际物理系统的真实性程度的约束。

3. 确定控制问题

系统给定,按一定准则或性能指标求出系统的控制律。如果控制律是按某一性能指标达到极小确定的,那么它就是随机最优控制了。

4. 系统的估计问题

根据观测量估计(猜测、推演)实际系统的状态,或者根据观测量估计实际系统的数学模型;前者就是系统的状态估计问题,后者则是系统模型的估计问题,即系统辨识问题。

对于系统参数或特性不确定,以及噪声统计特性不确定的场合,这时必须不断对系统进行辨识,对噪声统计特性进行估计和修改,从而获得最优的系统估计模型和最优的状态估计

(即自适应估计问题),估计任务就要繁重。而具有自适应估计的系统,就是自适应系统。

总之,系统存在不确定性,就有估计问题;系统的不确定因素及其不确定程度越增加,则估计问题就越严重,这是不确定系统的一个非常突出的问题。

三、随机控制理论的发展

随机控制理论的发展与形成,与随动系统在第二次世界大战军事应用中许多问题有关,但具有随机给定输入时的控制问题的协力解决,还只是从1960年开始。

对于不确定系统,如何从观测量中获取有用的信号(估计问题),是求解随机最优控制问题中一个非常重要的问题。由维纳(Wiener)和柯尔莫哥洛夫(Колмогоров)发展奠定的滤波和预测理论,就是随机控制理论的一块柱石。但由于Wiener-Hopf积分方程很难求解,实际应用不广,而且其理论本身主要是针对平稳过程的。

随着数字计算机的发展与应用,卡尔曼-布西(Kalman-Bucy)滤波理论的建立,是对滤波问题的一个突出贡献;应用数字机递推计算,可以解决滤波与预测问题,而且可推广至非平稳过程。所以普遍认为,卡尔曼滤波理论奠定了现代控制理论的一个重要基础,大大推动了现代控制理论的发展与应用。

随机控制理论的发展与控制理论其他分支的发展密切相关,而随机控制理论又是其他复杂系统,如自适应控制系统、自学习系统的理论基础。发展和应用与实际物理系统及其环境更接近的理论,显然是非常重要了。所以,七十年代以来,随机控制及与此相伴的滤波问题,诸如随机最优控制、最优滤波、以及非线性随机控制和滤波问题,获得了很大重视和开拓。但至今,随机控制理论及其应用,仍需要大力研究和发展,并有相当困难,然而,却是一个很“丰富”的领域。

四、本书内容概貌

本书是根据随机控制理论应解决的几个基本问题来分章叙述,其中:

第二章 随机过程:本章简短的回顾了一些与以后有关的随机过程的理论,并在此基础上,建立了随机干扰噪声的数学模型。

第三章 随机控制系统数学模型及其分析:本章详细讨论了线性和非线性随机控制系统,当输入是随机过程时的数学模型及其性能分析。由于随机系统数学模型的特殊性,本章同时介绍和阐述了伊藤(Ito)随机积分、伊藤微分法则及随机微分方程等有关问题,这些内容是随机分析的数学基础;由于这些内容较新较深,本章只涉及其中一部分。

对于有随机参数的系统数学模型及其分析,特别是随机稳定性问题,在本章也作了一定的讨论。

第四章 随机信号是平稳过程时线性控制系统的综合:这一章已涉及随机控制系统的设计和控制的确定问题。在本章中主要讨论了三个问题,即

1. 参数最优问题。在给定的系统结构条件下,如何根据一定的性能指标选取系统结构中某个(些)可选参数的最优值,并计算出性能指标值。

2. 最优系统传递函数问题。系统结构事先未给定,如何按一定性能指标确定最优结构——传递函数。

3. 最小方差控制问题。控制对象已知,如何按最小方差确定控制律。

这些实际已属随机最优控制的内容,但本章只限于线性定常系统、宽平稳随机过程的场

合。至于随机最优控制的一般问题和详细内容,则在第六章中论述。

第五章 状态估计和卡尔曼滤波:主要研究随机系统的状态估计问题。讨论了离散系统和连续系统的卡尔曼滤波及其有关问题,也阐述了非线性随机系统的状态估计问题。

第六章 随机最优控制:本章首先论述了随机最优控制的一般问题和随机控制的类型、特性等;接着,系统地阐述了离散的和连续的线性系统的随机最优控制问题,尤其是理论上和应用上已相当成熟、且具有相当重要意义的线性二次型高斯(LQG)问题;在此基本LQG问题的基础上,详细讨论了LQG问题的各种扩展和各种随机线性最优控制问题,其中包括一般情况下的LQG问题、非零定置调节器问题、随机跟踪问题、PI控制器问题、模型参考跟踪问题等。至于非线性随机系统的最优控制问题,本章也作了相当的论述。本章最后谈及了随机自适应控制问题,由于这一问题不定为本书内容,所以对此没有作详细介绍。

第二章 随机过程

有随机因素时,系统中发生的过程是随机过程。为了今后研究的需要,有必要对一些与今后有关的随机过程理论作一定的回顾或讨论,这就是本章的目的。

通过对几个典型的、在随机控制系统中经常遇到的随机过程的讨论,实际上也已为随机干扰噪声提供了数学模型。

§ 2-1 随机过程

一、随机过程的概念

图 2-1 表示热噪声发生器输出的样本记录。每一次测量得到的、表示随机现象——输出电压的时间函数是不同的,它们实验上不具有重现性;相同结构相同安装条件的另一个发生器,记录其输出,结果也将是不同的。这样,任何一个发生器的电压时间函数记录,仅仅是无限个可能记录的电压时间函数中的一个。

上述表示随机现象的单个时间函数,称为样本函数;而可能产生的全部样本函数的集合,就称为随机过程。对于图 2-1 中某个固定的 t , 则随机过程(输出电压 $v(t)$)就是随机变量。

由上可以导出随机过程的定义:

随机过程是一族随机变量(向量) $\{x(t), t \in T\}$, 其中 T 为参数集。 t 常为时间。

当 $T = \{k; k = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ 或 $T = \{k; k = 0, 1, 2, \dots\}$ (注:这里 k 如此取值,仅仅为了简单;事实上, k 取值可以不必等间隔,只要是离散时刻便可), 则随机过程 $\{x(t), t \in T\}$ 为离散时间随机过程,或随机时间序列;也可简称为随机序列。

当 $T = \{t; -\infty < t < \infty\}$ 或 $T = \{t; 0 \leq t < \infty\}$, 则随机过程 $\{x(t), t \in T\}$ 称为连续时间随机过程,或简称为随机过程。

当样本空间是离散时,那么随机过程便称为随机链。相应于时间 t 是离散的抑或连续的,就分别有离散时间随机链与连续时间随机链。由于在本书以后,“链”涉及不多,故本章未作进一步讨论和介绍。

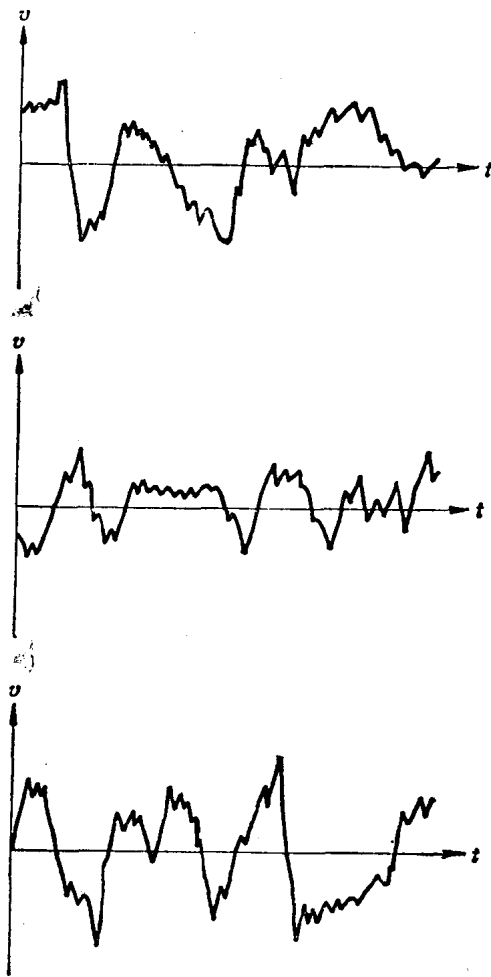


图 2-1 热噪声样本记录