

最新职高考试复习专用教材

最新高职考试 应试指导及全真模拟测试

数学分册

主编 海淀区职教中心教研员 曹殿福
梁丽霞

内容含：

- 知识结构框架
- 重点难点介绍
- 示范题组解析
- 小结归纳总结
- 同步强化训练
- 全真模拟测试



中国致公出版社

前 言

随着教育事业的迅速发展，近两年高职升学考试不断升温，但它毕竟正处于初级阶段，广大教师和学生在教学与学习的过程中，感到手头的资料太少，教师需要花很多的时间搜集资料。因此急需一本内容详细、紧扣高职考试的有效复习指导用书。

本书是海淀区职业高中数学教师在指导学生高职升学考试的过程中，认真分析历届高职升学考试数学命题特点；结合职业高中数学的实际情况；紧扣高职考试说明；在教学的实践过程中总结出来的经验，并由组内教师反复推敲、协商，由曹殿福老师执笔主编的。它结构稳定、布局合理、考查全面、重点突出；同时，又注重了能力的培养。具体体现在题型中做到“稳中有变，变中求新”，尽量运用已学过的知识和方法去解决未知的问题，（当然，未知的问题不一定是难题）培养学生分析问题与解决问题的能力。

本书突出六大特点：

知识结构框架：用框架的形式将每章节知识结构、关系表现出来。

重点难点提示：每章节应掌握的重点、难点、要点。

小结归纳总结：将该章节应明确、应熟练掌握、应理解掌握的知识点进行归纳总结。

示范题组解析：每组例题都具有一定的代表性和实用性。

同步强化训练：便于考生及时进行自测，找出差距，提高复习质量和效率，加强复习和听课的针对性。

全真模拟测试：10套题型、题量、难易度完全模拟实际考试的综合性全真模拟测试，以便测试自己真实水平，迅速进入临考状态，增强应考答题的悟性和技巧。

本书是在海淀区职教中心亲自指导下编写的。由于水平有限，错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者于 2001年 1月

目 录

第一章 函数.....(1)

知识结构.....(1)

1.1集合.....(1)

重难点内容.....(1)

示范性题组.....(1)

小结归纳.....(1)

练习 1-1.1.....(3)

练习 1-1.2.....(5)

练习 1-1.3.....(7)

参考答案.....(225)

1.2映射与函数.....(9)

重难点内容.....(9)

示范性题组.....(9)

小结归纳.....(13)

练习 1-2.1.....(14)

练习 1-2.2.....(16)

练习 1-2.3.....(18)

参考答案.....(226)

1.3反函数.....(20)

重难点内容.....(20)

示范性题组.....(20)

小结归纳.....(21)

练习 1-3.1.....(22)

参考答案.....(227)

1.4函数的性质.....(24)

重难点内容.....(24)

示范性题组.....(24)

小结归纳.....(24)

练习 1-4.1.....(27)

练习 1-4.2.....(29)

参考答案.....(228)

1.5函数的图象.....(32)

重难点内容.....(32)

示范性题组.....(32)

小结归纳.....(33)

练习 1-5.1.....(34)

参考答案.....(229)

1.6函数的最值.....(37)

重难点内容.....(37)

示范性题组.....(37)

小结归纳.....(37)

练习 1-6.1.....(38)

参考答案.....(229)

1.7二次函数.....(39)

重难点内容.....(39)

示范性题组.....(39)

小结归纳.....(40)

练习 1-7.1.....(41)

参考答案.....(230)

1.8指数函数与对数函数.....(44)

重难点内容.....(44)

示范性题组.....(44)

小结归纳.....(45)

练习 1-8.1.....(46)

参考答案.....(231)

1.9指数方程与对数方程.....(49)

重难点内容.....(49)

示范性题组.....	(49)
小结归纳.....	(50)
练习 1-9.1.....	(51)
参考答案.....	(231)
第二章 不等式.....	(52)
知识结构图.....	(52)
2.1 不等式的性质.....	(52)
重难点内容.....	(52)
示范性题组.....	(53)
小结归纳.....	(53)
练习 2-1.1.....	(54)
练习 2-1.2.....	(55)
参考答案.....	(232)
2.2 不等式的证明.....	(56)
重难点内容.....	(56)
示范性题组.....	(56)
小结归纳.....	(58)
练习 2-2.1.....	(59)
参考答案.....	(232)
2.3 不等式的解法.....	(61)
重难点内容.....	(61)
示范性题组.....	(61)
小结归纳.....	(63)
练习 2-3.1.....	(64)
参考答案.....	(233)
2.4 不等式的综合和应用.....	(66)
重难点内容.....	(66)
示范性题组.....	(66)
小结归纳.....	(67)
练习 2-4.1.....	(68)
参考答案.....	(233)

第三章 三角函数.....	(70)
知识结构图.....	(70)
3.1 三角函数的概念.....	(70)
重难点内容.....	(70)
示范性题组.....	(70)
小结归纳.....	(71)
练习 3-1.1.....	(72)
参考答案.....	(234)
3.2 同角三角函数的基本关系式与诱导公式.....	(74)
重难点内容.....	(74)
示范性题组.....	(74)
小结归纳.....	(75)
练习 3-2.1.....	(76)
参考答案.....	(234)
3.3 三角函数的图象和性质.....	(79)
重难点内容.....	(79)
示范性题组.....	(79)
小结归纳.....	(81)
练习 3-3.1.....	(82)
参考答案.....	(235)
第四章 两角和与差的三角函数.....	(85)
知识结构图.....	(85)
4.1 基本公式的应用.....	(85)
重难点内容.....	(85)
示范性题组.....	(85)
小结归纳.....	(86)
练习 4-1.1.....	(87)
参考答案.....	(236)

4.2三角函数式的化简、求值、	
恒等式的证明.....	(89)
重难点内容.....	(89)
示范性题组.....	(89)
小结归纳.....	(90)
练习 4-2.1.....	(91)
参 考 答 案	(236)
第五章 数列.....	(94)
知识结构图.....	(94)
5.1数列的概念.....	(94)
重难点内容.....	(94)
示范性题组.....	(94)
小结归纳.....	(96)
练习 5-1.1.....	(97)
参 考 答 案	(237)
5.2等差数列和等比数列.....	(99)
重难点内容.....	(99)
示范性题组.....	(99)
小结归纳.....	(100)
练习 5-2.1.....	(102)
参 考 答 案	(237)
练习 5-2.2.....	(105)
参 考 答 案	(243)
第六章 复数.....	(108)
知识结构图.....	(108)
6.1复数的概念和向量表示.....	(108)
重难点内容.....	(108)
示范性题组.....	(108)
小结归纳.....	(110)
6.2复数的代数形式及其运算.....	(111)

重难点内容.....	(111)
示范性题组.....	(111)
小结归纳.....	(111)
6.3复数的三角形式及其运算.....	(112)
重难点内容.....	(112)
示范性题组.....	(112)
小结归纳.....	(112)
练 习	(238)
第七章 排列、组合、二	
项式定理	(116)
知识结构图.....	(116)
7.1两个原理.....	(116)
重难点内容.....	(116)
示范性题组.....	(116)
小结归纳.....	(117)
练习 7-1.1.....	(117)
参 考 答 案	(239)
7.2排列.....	(118)
重难点内容.....	(118)
示范性题组.....	(118)
小结归纳.....	(119)
7.3组合.....	(120)
重难点内容.....	(120)
示范性题组.....	(120)
小结归纳.....	(121)
练习 7-2.1~7-3.1.....	(122)
参 考 答 案	(239)
7.4二项式定理及性质和应用.....	(125)
重难点内容.....	(125)
示范性题组.....	(125)

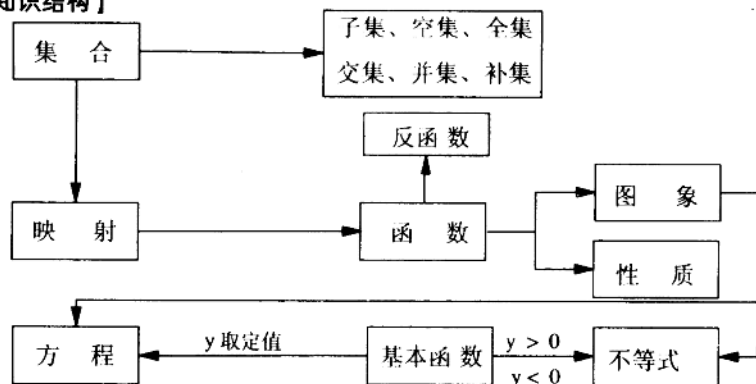
小结归纳.....	(126)
练习 7-4.1.....	(127)
参考答案.....	(240)
第八章 直线.....	(129)
知识结构图.....	(129)
8.1 有向线段、定比分点.....	(129)
重难点内容.....	(129)
示范性题组.....	(129)
小结归纳.....	(130)
练习 8-1.1.....	(131)
参考答案.....	(240)
8.2 直线的方程.....	(133)
重难点内容.....	(133)
示范性题组.....	(133)
小结归纳.....	(134)
练习 8-2.1.....	(135)
参考答案.....	(240)
8.3 两条直线的位置关系.....	(137)
重难点内容.....	(137)
示范性题组.....	(137)
小结归纳.....	(138)
练习 8-3.1.....	(139)
参考答案.....	(240)
第九章 圆锥曲线.....	(141)
知识结构图.....	(141)
9.1 曲线与方程.....	(141)
重难点内容.....	(141)
示范性题组.....	(141)
小结归纳.....	(142)
练习 9-1.1.....	(143)

参考答案.....	(241)
9.2 圆.....	(144)
重难点内容.....	(144)
示范性题组.....	(144)
小结归纳.....	(144)
练习 9-2.1.....	(145)
参考答案.....	(241)
9.3 椭圆.....	(147)
重难点内容.....	(147)
示范性题组.....	(147)
小结归纳.....	(147)
练习 9-3.1.....	(148)
参考答案.....	(241)
9.4 双曲线.....	(150)
重难点内容.....	(150)
示范性题组.....	(150)
小结归纳.....	(151)
练习 9-4.1.....	(152)
参考答案.....	(242)
9.5 抛物线.....	(154)
重难点内容.....	(154)
示范性题组.....	(154)
小结归纳.....	(154)
练习 9-5.1.....	(155)
参考答案.....	(242)
第十章 平面向量.....	(157)
知识结构图.....	(157)
10.1 向量运算.....	(157)
重难点内容.....	(157)
示范性题组.....	(157)

小结归纳.....	(158)	11.3 垂直、夹角和距离.....	(179)
练习10-1.1.....	(159)	重难点内容.....	(179)
10.2 乘数向量.....	(161)	示范性题组.....	(179)
重难点内容.....	(161)	小结归纳.....	(181)
示范性题组.....	(161)	练习11-3.1.....	(182)
小结归纳.....	(162)	全真模拟测试(一).....	(185)
练习10-2.1.....	(163)	参考答案.....	(245)
10.3 向量的直角坐标运算.....	(165)	全真模拟测试(二).....	(189)
重难点内容.....	(165)	参考答案.....	(246)
示范性题组.....	(165)	全真模拟测试(三).....	(193)
小结归纳.....	(166)	参考答案.....	(247)
练习10-3.1.....	(167)	全真模拟测试(四).....	(197)
第十一章 立体几何..(168)		参考答案.....	(248)
知识结构图.....	(168)	全真模拟测试(五).....	(201)
11.1 空间的平行关系.....	(169)	参考答案.....	(249)
重难点内容.....	(169)	全真模拟测试(六).....	(205)
示范性题组.....	(169)	参考答案.....	(250)
小结归纳.....	(170)	全真模拟测试(七).....	(209)
练习11-1.1.....	(171)	参考答案.....	(250)
11.2 空间向量.....	(173)	全真模拟测试(八).....	(213)
重难点内容.....	(173)	参考答案.....	(251)
示范性题组.....	(173)	全真模拟测试(九).....	(217)
小结归纳.....	(175)	参考答案.....	(252)
练习11-2.1.....	(176)	全真模拟测试(十).....	(221)
		参考答案.....	(253)

第一章 函 数

【知识结构】



§ 1.1 集合

【重难点内容】

集合的内容包括三部分，一是集合的有关概念；二是集合的三种运算；三是集合的运用。高职考试中经常把集合的概念、表示和运算放在一起进行考查。因此，在复习中要把重点放在准确理解概念，正确使用符号上，对于集合语言和集合思想的应用方面，不应展开。

【示范性题组】

1. 判断集合、元素间的关系。

例1、下面六个关系式：① $\Phi \subsetneq \{a\}$ ；② $a \subsetneq \{a\}$ ；③ $\{a\} \subseteq \{a\}$ ；④ $a \in \{a, b\}$ ；⑤ $a \in \{a, b, c\}$ ；⑥ $\Phi \in \{a, b, c\}$ 。正确的是()

- (A) ①②③④ (B) ③⑤⑥ (C) ①④⑤ (D) ①③⑤

评述 元素与集合的关系，集合与集合的关系是两类不同的关系，表示它们的符号也是不相同的。

2. 求给定集合的交集、并集和补集。

例2、已知全集 $I = \{x \mid |x| < 11, x \in \mathbb{N}\}$ ，集合 $A = \{\text{不大于8的正偶数}\}$ ，集合 $B = \{x \mid x = 3n - 1, n \in \mathbb{N}, 1 \leq n < 4\}$ ，求 $A \cap B$ 、 $A \cup B$ 、 $\overline{A \cap B}$ 。

解 依题意 $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ， $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ， $B = \{2, 5, 8\}$
 于是 $A \cap B = \{2, 8\}$ ， $A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ ， $\overline{A} = \{0, 1, 3, 5, 7, 9, 10\}$
 $\therefore \overline{A \cap B} = \{5\}$

评述 研究集合问题，集合中的元素的特点和性质要予以注意。

例3、已知 I 为全集，集合 $M, N \subseteq I$ ，若 $M \cap N = N$ ，则()

(A) $\overline{M} \supseteq \overline{N}$ (B) $M \subseteq \overline{N}$ (C) $\overline{M} \subseteq \overline{N}$ (D) $M \supseteq \overline{N}$.

分析 对于未给出具体元素的抽象集合,研究其关系或运算,一般都借助于集合的文氏图进行.

满足 $M \cap N = N$ 的集合 M 、 N 之间的关系只能是如图 1-1 中的两种情况:

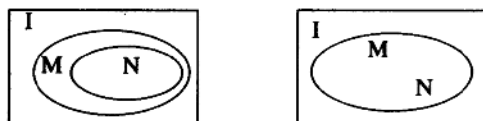


图 1-1

于是可得, $N \subseteq M$, 仍依图 1-1, 不难得到本题应选 (C)

评述 用集合的文氏图研究集合间的关系,要防止遗漏其中的特殊情况.这里 $M \cap N = N$ 与 $N \subseteq M$ 等价,而不与 $N \subsetneq M$ 等价.

3. 确定有限集合的子集、真子集及其个数

例 4. 已知集合 $M = \{a, 0\}$, $N = \{x | x^2 - 3x < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 且 $M \cap N = \{1\}$, $P = M \cup N$, 那么集合 P 的子集为_____.

分析 由 $x^2 - 3x < 0$ 得 $0 < x < 3$, 又 $x \in \mathbb{Z}$, 故 $N = \{1, 2\}$, 又由 $M = \{a, 0\}$, $M \cap N = \{1\}$, 可得 $a = 1$.

$$\therefore M = \{1, 0\}, P = \{0, 1, 2\}$$

因此集合 P 的子集共有 2^3 个, 它们为 Φ 、 $\{0\}$ 、 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 、 $\{0, 1\}$ 、 $\{0, 2\}$ 、 $\{1, 2\}$ 、 $\{0, 1, 2\}$.

评述 一个含 n 个元素的集合, 共有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集.

【小结归纳】

集合的概念:

- (1) 明确集合中元素的确定性, 互异性和无序性, 并注意此性质在解题中的应用.
- (2) 要熟练掌握集合的图形表示(即韦恩图或称文氏图), 数轴表示等基本方法.
- (3) 理解集合的基本概念, 相互关系, 术语符号等, 正确地表示出一些较简单的集合.

集合的运算:

(1) 对于集合问题要首先确定属于哪类集合(数集、点集或其它图形), 然后确定处理此类问题的方法

- (2) 关于集合的运算, 一般应把各参与运算的集合化到最简形式, 再进行运算.
- (3) 含参数的集合问题, 多根据集合的互异性来处理, 有时需进行讨论.
- (4) 集合问题多与函数、方程、不等式有关, 要注意各类知识的融会贯通.

练习1—1.1

一.选择题

1. 下列关系中正确的是()
 (A) $0 \notin \emptyset$ (B) $0 \in \emptyset$ (C) $0 = \emptyset$ (D) $0 \neq \emptyset$.
2. 设 $M = \{x | x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$, $a = \sqrt{15}$, 那么正确的关系是()
 (A) $a \subsetneq M$ (B) $a \notin M$ (C) $\{a\} \in M$ (D) $\{a\} \subsetneq M$.
3. 已知集合 $M = \{0, 1, 3, 5\}$, $N = \{-2, 3, 4\}$, 则 $M \cup N$ 是()
 (A) $\{-2, 0, 1, 3, 4, 5\}$ (B) $\{-2, 1, 3, 4, 5\}$
 (C) $\{3\}$ (D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
4. 已知集合 $P = \{1, 2\}$, $Q = \{2, 3\}$, $R = \{1, 3\}$, 则 $P \cap (Q \cup R)$ 是()
 (A) $\{1, 2\}$ (B) $\{1, 3\}$ (C) $\{1, 2, 3\}$ (D) Φ .
5. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 3, 4\}$, 则 $A \cap \overline{B}$ 是()
 (A) $\{2, 4\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{0, 1\}$ (D) $\{0, 1, 2, 3\}$.
6. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, b, d\}$, $N = \{b\}$, 则集合 $\overline{M \cup N}$ 是()
 (A) $\{b\}$ (B) $\{a, d\}$ (C) $\{a, b, d\}$ (D) $\{b, c, e\}$.
7. 设集合 $M = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $\{x | 1 \leq x \leq 4\}$ (B) $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$
 (C) $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ (D) $\{x | 3 \leq x \leq 4\}$.
8. 设集合 $M = \{2, 3, 5, a\}$, $N = \{1, 3, 4, b\}$, 若 $M \cap N = \{1, 2, 3\}$, 则 a, b 的值为
 (A) $a=2, b=1$ (B) $a=1, b=1$ (C) $a=1, b=2$ (D) $a=1, b=5$. ()
9. 设集合 $M = \{x | x \geq -4\}$, $N = \{x | x < 6\}$, 则 $M \cup N =$ ()
 (A) $\{x | -4 \leq x < 6\}$ (B) 空集
 (C) $\{x | -4 \leq x \leq 6\}$ (D) 实数集.
10. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c\}$, $N = \{a, b, c\}$, 则下列集合中空集的是()
 (A) $\overline{M \cup N}$ (B) $\overline{M \cup N}$ (C) $\overline{M \cap N}$ (D) $M \cap N$.

二.填空题

1. 如果 $A = \{x | x \leq 3, x \in \mathbb{N}\}$, 那么用列举法表示 $A =$ _____.

2. 如果 $A \subsetneq B$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

3. 若 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 7\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

4. 若 $M = \{x | x > 1\}$, $N = \{x | x < 3\}$, 则 $M \cap N =$ _____ $M \cup N =$ _____.

5. $\{a, b, \underline{\hspace{2cm}}\} \cup \{b, d, e\} = \{a, b, c, d, \underline{\hspace{2cm}}\}$.

6. 如果全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 4, 5\}$ 那么 $\overline{M} =$ _____;
 $\overline{N} =$ _____; $\overline{M \cap N} =$ _____; $\overline{M \cup N} =$ _____.

三. 解答题.

设集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | 1 < x < 4\}$, $I = \mathbb{R}$ 求 $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$,
 $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cap B}$.

练习1-1.2

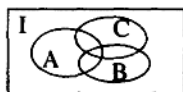
一.选择题

1. 设 $M = \{x \mid x \leq \sqrt{17}\}$, $a = \sqrt{14}$, 那么()
 (A) $a \subsetneq M$ (B) $a \notin M$ (C) $\{a\} \in M$ (D) $\{a\} \subsetneq M$.
2. 方程组 $\begin{cases} x+y = -9 \\ x-y = 21 \end{cases}$ 的解集是()
 (A) $\{6, -15\}$ (B) $\{x=6, y=-15\}$ (C) $\{(6, -15)\}$ (D) $(6, -15)$.
3. 下列各式中正确的是()
 (A) $a \subsetneq \{a, b\}$ (B) $\{a, c\} \cap \{b, d\} = \{0\}$
 (C) $a = \{a, b\} \cap \{a, c\}$ (D) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$.
4. 设集合 $A = \{x \mid x = 2k+1, (k \in \mathbb{N})\}$, $B = \{x \mid x = 2k-1, (k \in \mathbb{N})\}$, 则A与B的关系是
 (A) $A = B$ (B) $A \supsetneq B$ (C) $A \subsetneq B$ (D) 不能确定. ()
5. 设 $A = \{x \mid x^2 > 9\}$, $B = \{x \mid x < 4\}$, 则下列式子中正确的是()
 (A) $A \cup B = \{x \mid x < 4\}$ (B) $A \cap B = \emptyset$
 (C) $A \cup B = \mathbb{R}$ (D) $A \cap B = \{x \mid 3 < x < 4\}$.
6. 设P是所有平行四边形的集合, Q是所有矩形的集合, M是所有菱形的集合, N是所有正方形的集合, 则下列式子中正确的是()
 (A) $P \cap M = N$ (B) $Q \cup M = P$ (C) $(Q \cup N) \cup M \subsetneq P$ (D) $M \cup N \subsetneq Q$.
7. 设 $M \subsetneq N$, 则必为空集的是()
 (A) $M \cap \bar{N}$ (B) $\bar{M} \cap N$ (C) $\bar{M} \cap \bar{N}$ (D) $M \cap N$.
8. 设 $A = \{(x, y) \mid |x-y| + (y+1)^2 = 0\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$, 则A与B两集合的关系是()
 (A) $A \subsetneq B$ (B) $B \subsetneq A$ (C) $A \in B$ (D) 非以上关系.
9. 下列四个集合中, 是空集的是()
 (A) $\{x \mid x+3=0\}$ (B) $\{x \mid x^2 < x\}$
 (C) $\{(x, y) \mid y^2 = -x^2, x, y \in \mathbb{R}\}$ (D) $\{x \mid x^2 - x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$.
10. 非零实数a、b、c构成数 $\frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{c}{|c|} + \frac{|abc|}{abc}$ 的集合M, 则集合M内的元素的个数是()
 (A) 无数个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个.

二.填空题

1. 设全集 $I = \mathbb{Z}$, 集合 $A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x \geq 3, (x \in \mathbb{Z})\}$, 则 $\bar{A} =$ _____.

2. 把右图中阴影部分所表示的集合用A、B、C、
表示出来是_____.



3. 能满足关系式 $\{2, 3\} \subseteq M \subseteq \{2, 3, 4, 5\}$, 所有M的集合为_____.
4. 设全集 $I = \{2, 4, a^2 - a + 1\}$, 且 $A = \{a + 1, 2\}$, 则 $\bar{A} = \{7\}$, 那么实数 $a =$ _____.
5. 能满足关系式 $\{0, 1\} \cup A = \{0, 1\}$, 所有A的集合为_____.
6. 设方程 $x^2 - \frac{1}{2}px + 1 = 0$ 的解集为 M, $2x^2 + x + q = 0$ 的解集为 N, 且 $M \cap N = \{\frac{1}{2}\}$, 那么 $M \cup N =$ _____.
7. 设全集为实数集, 集合 $M = \{x \mid x \leq 1 + \sqrt{2}, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $\bar{M} \cap N =$ _____.
8. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x - 2y = 0, x, y \in \mathbb{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid \frac{y-1}{x-2} = 0, x, y \in \mathbb{R}\}$ 那么 $A \cap B =$ _____.
9. 数集 $\{2a, a^2 - a\}$ 中a的取值范围是_____.
10. A、B、C都是R的子集, 若 $A = \bar{B}$, $B = \bar{C}$, 则A与C之间的关系是_____.

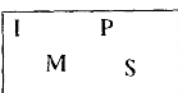
三. 解答题

设集合 $P = \{x \mid x^2 - x - 6 < 0\}$, $Q = \{x \mid x - a \geq 0\}$.

- (1) 若 $P \subseteq Q$, 求实数a的取值范围.
- (2) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 求实数a的取值范围.
- (3) 若 $P \cap Q = \{x \mid 0 \leq x < 3\}$, 求实数a的取值范围.

练习1-1.3

一.选择题:

- 已知全集 $I = \mathbb{Z}$, 集合 $M = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $N = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$, 则 $\overline{M \cap N}$ 是
 (A) $\{x \mid x = 6n + 2, n \in \mathbb{Z}\}$ (B) $\{x \mid x = 6n \pm 2, n \in \mathbb{Z}\}$ (C) $\{x \mid x = 3n + 2, n \in \mathbb{Z}\}$ (D) $\{x \mid x = 3n \pm 2, n \in \mathbb{Z}\}$
- 已知集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 则实数 a 的值是
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2
- 给出两个命题:
 ①对任何两个集合 A, B 必有 $(A \cap B) \subseteq A$.
 ②对任何两个集合 A, B 若 $A \cap B = A$, 则 $A \subseteq B$.
 ③对任何两个集合 A, B 若 $A \subseteq B$, 则 $\overline{B} \subseteq \overline{A}$.
 ④对任何两个集合 A, B , 必有 $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$.
 正确的个数是 ()
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个.
- 已知 M, N 是非空集合, 且 $M \subseteq N \subseteq I$ (I 为全集), 则下列集合中必是空集的是 ()
 (A) $M \cap N$ (B) $\overline{M} \cap N$ (C) $M \cap \overline{N}$ (D) $\overline{M} \cap \overline{N}$.
- 若 I 为全集, 已知 $A \cup B = I$, 则下列关系中一定正确的是 ()
 (A) $B \subseteq \overline{A}$ (B) $A \cap B = \emptyset$ (C) $\overline{A} \subseteq B$ (D) $\overline{A} \cap \overline{B} = \emptyset$
- 设集合 $P = \{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{y \mid y = -x^2 + 5, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $P \cap Q =$ ()
 (A) $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$ (B) $\{(-\sqrt{2}, 3), (\sqrt{2}, 3)\}$
 (C) $\{3\}$ (D) $\{y \mid 1 \leq y \leq 5\}$.
- I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 阴影部分的集合是 ()
 (A) $(M \cap P) \cap S$ (B) $(M \cap P) \cup S$ (C) $(M \cap P) \cap \overline{S}$ (D) $(M \cap P) \cup \overline{S}$.

- 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中 $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 B 中的元素都是 A 中的元素在映射 f 下的象, 且对任意的 $a \in A$, 在 B 中和它对应的元素是 $|a|$, 则 B 中元素的个数是
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7.
- 已知 $n \in \mathbb{Z}$, $A = \{x \mid x = 2n + 1\}$, $B = \{x \mid x = 4n \pm 1\}$ 下列关系正确的是 ()
 (A) $A \supset B$ (B) $A \subset B$ (C) $A = B$ (D) $A \cap B \neq A \cup B$.
- 设集合 $M = \{x \mid x \geq 3\sqrt{3}\}$, $a = \sqrt{2}$, 下列关系中正确的是 ()

- (A) $a \in M$ (B) $a \subsetneq M$ (C) $a \notin M$ (D) $\{a\} \subsetneq M$.

二.填空题.

1. 集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$ 若 $A \cap B = \{-3\}$, 则 a 的值为_____.
2. 关于 x 的方程 $2x^2 - ax + b = 0$ 的解集为 M , 关于 x 的方程 $6x^2 + (a+2)x + 5 + b = 0$ 的解集是 N $M \cap N = \{\frac{1}{2}\}$, 则集合 M 是_____.
3. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - px + 15 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + q = 0\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, 则 $p+q =$ _____.
4. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x - 2y = 0, x, y \in \mathbb{R}\}$, $B = \{(x, y) \mid \frac{y-1}{x-2} = 0\}$, 那么 $A \cap B =$ _____.
5. 设全集为 $\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = x^2 - x - 2$, $M = \{x \mid f(x) = 0\}$, $N = \{x \mid g(x) = 0\}$, 则集合 $\{x \mid f(x) \cdot g(x) \neq 0\}$ 等于_____.
6. 设 $I = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1\}$ 集合 $N = \{(x, y) \mid y \neq x + 1\}$, 则 $M \cup N$ 等于_____.

三.解答题.

- 已知集合 $A = \{m, m+d, m+2d\}$, 集合 $B = \{m, mq, mq^2\}$, 其中 $m \neq 0$, 且 $A = B$, 求 q 的值.

§ 1.2 映射与函数

【重难点内容】

本节的主要的内容是要深化对函数概念的理解,并掌握函数三要素的基本方法,不仅要从函数就是解析式的认识误区中走出来,而且要真正从三要素的整体上把握函数的概念,指导对函数问题的研究.

1. 了解映射的概念.

映射是认识函数概念的基础,了解映射概念有三项基本要求:

- (1) 熟悉映射的意义.
- (2) 对给出的对应会判断是否是映射.
- (3) 对于给出的映射,会求指定元素的象与原象.

【示范性题组】

例1 设集合 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 9, 25, 49, 81, 100\}$. 下面的对应法则能构成从 A 到 B 的映射的是()

- (A) $f: x \mapsto (2x-1)^2$ (B) $f: x \mapsto (2x-3)^2$
(C) $f: x \mapsto x^2-2x-1$ (D) $f: x \mapsto (x-1)^2$

分析 根据映射的定义, 这里应该检验对于集合 A 中的每一个元素, 依照对应法则 f , 是否在集合 B 中都有唯一的元素与之对应.

对于(A), 当 $x=6$ 时, $(2x-1)^2=121 \notin B$; 对于(B), 当 $x=8$ 时, $(2x-3)^2=169 \notin B$; 对应(C), 当 $x=2$ 时, $x^2-2x-1=-1 \notin B$, 从而排除(A)、(B)、(C), 而决定选(D).

评述 这里 B 中的元素 100, 尽管不存在 A 中的元素, 依照对应 $f: x \mapsto (2x-1)^2$ 与之对应, 但不影响(D)的正确性, 一般地说来 f 是 A 到 B 的一个映射, A 中的所有元素象的集合为 B_0 , 这里仅要求 $B_0 \subseteq B$.

例2. 设 $f: A \rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的映射, 其中 $A = B = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$, $f: (x, y) \mapsto (x+y, x-y)$, 那么 A 中的元素 $(1, 3)$ 的象是____; B 中元素 $(1, 3)$ 的原象是_____.

分析 当 $x=1, y=3$ 时, $x+y=4, x-y=-2$,

$\therefore A$ 中的元素 $(1, 3)$ 的象是 $(4, -2)$.

令 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$ 由此可得 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

∴B中的元素(1, 3)的原象是(2, -1).

评述 在给定映射中,求指定元素的象应运用代入法;求指定元素的原象,则要解方程或解方程组.

2.理解函数的定义,函数的三要素及其作用.

例3.下列四组函数中,有相同图象的一组是()

(A) $y = x - 1$, $y = \sqrt{(x-1)^2}$ (B) $y = 4 \lg x$, $y = 2 \lg x^2$

(C) $y = \sqrt{x-1}$, $y = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ (D) $y = \lg x - 2$, $y = \lg \frac{x}{100}$.

分析 由于 $y = x - 1$, $y = \sqrt{(x-1)^2} = |x - 1|$ 的对应法则不同; $y = 4 \lg x$, ($x > 0$), $y = 2 \lg x^2$ ($x \neq 0$)的定义域不同; $y = \sqrt{x-1}$ ($x \geq 1$), $y = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ ($x > 1$)的定义域不同; $y = \lg x - 2$, ($x > 0$), $y = \lg \frac{x}{100}$, ($x > 0$)有相同的图象,故本题应选(D).

评述 函数具有三个要素,即定义域、值域和对应法则,函数的定义域、值域都是实数集的非空的子集.三要素分别相同的两个函数定有相同的图象,但三个要素中至少有一项不同的函数,它们的图象也不相同.

3.掌握求函数定义域的基本类型.

例4.求函数 $y = \frac{\lg(3-x)}{\sqrt{12+x-x^2}} + (x+1)^0$ 的定义域.

解 由 $\begin{cases} 3-x > 0 \\ 12+x-x^2 > 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x < 3 \\ -3 < x < 4 \\ x \neq -1 \end{cases}$

∴ $-3 < x < 3$, 且 $x \neq -1$

∴ 所求函数的定义域为 $\{x \mid -3 < x < 3 \text{ 且 } x \neq -1\}$

例5.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$,求函数 $f(x^2)$ 及 $f(2x) + f(x + \frac{2}{3})$ 的定义域.

分析 函数 $f(x^2)$ 是由 $\mu = x^2$ 和 $y = f(\mu)$ 复合而成的复合函数,其中 x 是自变量, μ (或 x^2)是中间变量,求 $f(x^2)$ 的定义域,实质上是由 μ 的变化范围确定 x 的变化范围.

解 由于 $f(x)$ (即 $f(\mu)$)的定义域为 $[0, 1]$,

故 $0 \leq \mu \leq 1$, 又 $\mu = x^2$, 可得 $0 \leq x^2 \leq 1$

∴ $-1 \leq x \leq 1$

∴ $f(x^2)$ 的定义域为 $[-1, 1]$.

同样由 $\begin{cases} 0 \leq 2x \leq 1 \\ 0 \leq x + \frac{2}{3} \leq 1 \end{cases}$

解得 $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$