

机械工程中的 几何仿真、建模与求解

王树国 王明德 唐余勇 著



1412
v 38

机械工程中的 几何仿真、建模与求解

王树国 王明德 唐余勇 著

国防工业出版社

(京)新登字106号

DE 10/02
内 容 简 介

本书是机械工程中在研究 CAD、CAM、FMS时非常适用的科技参考书。内容包括几何仿真、建模与求解有关常识简介,几何仿真,几何模型及模型求解共4章,并附录几何常识。

本书可供机械工程技术人员和应用数学工作者参考,亦可作为大专院校师生选修教材。

机械工程中的几何仿真、建模与求解

王树国 王明德 潘金勇 著

责任编辑 张赞宏

国防工业出版社

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

邮政编码 100044

新华书店经销

北京市飞龙印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 印张6 128千字

1993年5月第一版 1993年5月第一次印刷 印数: 0001—3000册

ISBN 7-118-07041-3/O·83 定价: 5.50元

代 序

(一级教授吴大任来信摘录)

了解到你们将严格的数学工具用于各种机械工程中的技术问题，并写成专著出版，十分高兴。我国目前科技工作中的问题之一，是既掌握基础数学理论和知识又熟悉工程技术的人太少；而在国外，技术中的关键问题总是严格保密的。其结果是，对于从国外引进的生产技术，不易打破现成的规范而有所创新，有时甚至对引进的技术未能正确运用而造成损失。因此，首先要消化引进的新技术，为此，往往需要运用基础科学理论。其次，还应当进一步创立自己的应用基础研究，只有这样，才能使技术理论化，以打破经验的局限性；也只有这样，才能打破外国垄断，独立自主地创造有中国特色的科技体系，争取走在世界前列。而在走这更重要的一步时，又离不开基础科学。本书的特点，正是基础理论与实践技术相结合，我以为这种结合应该得到鼓励。

若干年来，在重大项目的研究中，常常组织不同行业的科学家（包括社会科学家在内），进行“大兵团作战”，取得了卓越成就，也培养了一批多面手。但是，我总觉得，基础科学和应用科学的结合还有待加强；要有更多的应用科学工作者注意运用基础科学，更多的基础科学工作者关心并介入应用科学。为了从制度上促进兼有两方面之长的人才成长，我以为可以适当地改变当前的教育措施：

1. 在应用（基础）科学的专业中增设基础（应用）科

IV

学选修课；

2. 在研究生培养中，要改变现行的招生和培养方式，使应用（基础）科学专业可以招收基础（应用）科学专业的本科生作为研究生，

3. 筹设跨两方面的交叉学科专业，学习年限适当延长。

.....

前 言

受本书第一、二作者委托，在本书正文之前，由本人介绍本书的几个问题。

在从事机械问题的研究中，会遇到许多问题的最终解决是要借助计算机的，而上机之前首先遇到的问题，是如何化工程问题为数学模型的问题，而这可由下列事实得到启发，机械工程中相当多的问题研究对象是有形的，即由曲线、曲面构成，而几何学本身就是专门研究曲线曲面的。很容易想到：应该通过几何概念来模拟工程中的曲线、曲面，即应用几何仿真技术在工程问题与几何学之间架起桥梁，便可以应用几何理论和公式，准确地分析机械问题中的规律，即可建立起相应的几何模型，借助于合用的计算方法和语言来达到计算机辅助设计与制造（CAD/CAM）或确定柔性加工（FMS）的方案等等目标。几何仿真是解决这类工程问题的钥匙，也就是解决这类问题的关键。文献〔3〕、〔8〕曾在这方面做过有益的工作，但毕竟偏重了几何学，与工程问题的结合上还太少；在文献〔36〕中，本人亦曾作过尝试，可惜限于水平和条件，来龙去脉方面的论述还不很清晰，所站高度也很不够。在国外，涉及这方面的专著却多涉及计算几何知识，而这对我国读者来说，尤其工程技术人员是不完全具有的，因此有必要有一本融几何仿真、建模与求解于一体的、较为通俗的读物问世。

著名的一级教授吴大任老前辈曾多次强调指出，要独立

自主地发展我国的科学技术，并逐步形成有中国特色的科技体系，走在世界前列，没有基础科学理论与实践技术的高度结合，决难成功。并一再倡导，要把基础科学理论尽可能广泛地用于一切技术中。为了更好地使拙著反映吴老前辈一再倡导的这种结合，王树国、王明德两个年青人作出了巨大努力，而王树国承担了书稿的二分之一，王明德则承担了全书的五分之二工作，本人的研究生刘媛同志也参与了钻头及计算几何知识的部分组稿工作，因为本书主要由年青人完成的，理所当然的他们应当为第一、第二作者。由于本书涉及本人曾做过的一些工作，不得不承担全书的统稿和少量的节段书写工作，显然是从属性的。

顺便提及一下本书的读者范围。本书适于大学本科数学基础的机械方面以及应用数学方面的人员阅读，有简单的微分几何知识基础，读起来更为便利，应用起来更得心应手。建议机械方面的读者学点几何，这样会有助于加速化工程问题为几何问题的进程。特别应当强调的是应用数学工作者，应该有一支队伍从事这方面研究。因为这方面的人正如吴大任前辈所说“很不多”，事实上从事这种研究，不但可以看到经济效益，而且有助于发展应用数学理论，提高教学质量，使所授课程更为联系实际，写出更适用的教材，如文献〔8〕、〔12〕、〔13〕、〔39〕、〔62〕都反映这种研究的价值，尤盼年青的数学工作者一试。

应当指出的是，本书虽选用了得到国家、航天部、黑龙江省的科学基金赞助、作者们负责的课题作为实例，但作者水平毕竟有限，因此尤盼读者批评指正！

最后当强调的是：作者在筹划这本拙著之初，就立即得到了博士导师吴从炘教授，机械专家吴鸿业教授的热情鼓励

和推荐;而这方面的研究工作早就得到了在几何学、机械学两方面都作出过重要贡献的著名的一级教授吴大任、严志达等前辈的支持和鼓励,吴大任老前辈为本书不止一次来信,在代序中还再次作了润色,在本拙著与读者见面之时,作者首先感到,应该向给予多年指导、提携、鼓励和帮助的各位前辈、老师致以深深的谢意!另外,成书过程中,亦曾参阅过国内外一些著作,在此作者仅向这些文献的作者致以敬意!同时向读者致以诚挚的敬意!

唐余勇

1992.1.2

目 录

第一章 一般常识	(1)
§ 1-1 几何仿真、建模与求解技术简介	(1)
§ 1-2 几何仿真、建模与求解技术的程序	(3)
§ 1-3 仿真方案的确定	(5)
§ 1-4 坐标系选择与坐标变换	(8)
第二章 几何仿真	(10)
§ 2-1 置工程中的点、直线、平面于坐标系之中	(10)
1. 依据; 2. 磨床上的砂轮轴; 3. 硬质合金格利森铣刀盘的前刀面	
§ 2-2 工程中的曲线为两曲面的交线	(13)
1. 依据; 2. 铣刀盘的切削刃; 3. 球面铣刀的刃口曲线; 4. 蜗杆副 中润滑弱点轨迹	
§ 2-3 工程中的法向等距线	(23)
1. 依据; 2. 求凸轮的型线方程; 3. 剃前刀具中的沉割	
§ 2-4 工程中的向心等距线	(29)
1. 依据; 2. 磨削内型线靠模设计; 3. 磨削外型线的靠模设计	
§ 2-5 工程中的等距曲面	(32)
1. 依据; 2. 智能齿轮检查仪中的等距曲面; 3. 螺杆泵中的等距曲面	
§ 2-6 工程中的等距变换	(35)
1. 求直圆锥齿轮近似齿廓方程的等距变换法; 2. 木工螺旋刨刀 设计与制造模型	
§ 2-7 工程中的包络问题	(40)
1. 依据; 2. 齿轮传动问题; 3. 磨削曲面问题; 4. 蜗杆副齿面的 成形问题	
§ 2-8 工程中的逆包络	(59)
1. 依据; 2. 化为交线型; 3. 化为包络型; 4. 盘状刀具设计; 5. 指 状工具设计; 6. 柱状工具设计; 7. 蜗杆副中的接触线	

§ 2-9 工程中的主曲率差与短程线	(75)
1. 依据; 2. 压力容器裂纹分析; 3. 椭圆齿轮中的短程线	
§ 2-10 工程中的曲线拟合	(78)
1. 依据; 2. 插板的圆弧拟合; 3. 机器人中的曲线轨迹问题	
§ 2-11 工程中的工作空间与曲面拟合	(81)
1. 依据; 2. 机器人的工作空间问题; 3. 曲面拟合的应用简介	
§ 2-12 几何仿真的注记	(87)
第三章 几何模型	(89)
§ 3-1 磨削高精度螺面的通用几何模型	(89)
§ 3-2 谐波传动设计中的几何模型	(95)
§ 3-3 麻花钻制造中的几何模型	(105)
§ 3-4 特种非圆齿轮的建模问题	(116)
§ 3-5 柔性加工的两个范例模型	(124)
1 柔性单元中的避碰问题; 2 塞克斯—9 c 机上的柔性加工模型	
§ 3-6 圆柱蜗杆副中的几何模型	(135)
§ 3-7 机器人中的几何模型及其应用	(143)
§ 3-8 有关几何模型的注记	(153)
第四章 模型求解	(155)
§ 4-1 初值的选取	(156)
§ 4-2 方法的选取	(158)
§ 4-3 程序编译技巧	(160)
§ 4-4 累积误差问题	(162)
附录 几何常识	(164)
§ 1 常用解析几何知识简介	(164)
§ 2 曲线论简介	(169)
§ 3 曲面论简介	(172)
§ 4 内在几何简介	(174)
§ 5 曲线曲面拟合的常用方法简介	(175)
参考文献	(179)

第一章 一般常识

§ 1-1 几何仿真、建模与求解技术简介

1. 几何仿真

机械工程的设计、制造中涉及的产品，很多都是有形物体。体是由线和面构成的，而这里涉及的点、线、面之间的相互关系，往往与几何学中研究的点、线、面的有关概念完全一致或雷同，这就为用几何概念模拟工程中的点、线、面（即仿真）提供了可能。几何仿真，就是运用几何学中的概念刻划或模拟工程中构件的形态的技术。有了几何仿真在工程问题与几何概念之间架起的桥梁，就可以用几何理论及相应公式刻划机械问题的内在规律。因此，从某种意义上讲，几何仿真技术是化工程问题为几何问题的、具有决定性意义的关键技术。

这一技术，本书将在第二章结合工程实例给予介绍。而且一般先是讲几何概念，后结合工程问题给出相应的几何仿真内容。为使本书具有更广泛的适用面，顺带推出相关问题的相应模型，以便读者直接引用。

2. 几何模型

在几何仿真将几何概念与工程构件的形态建立起对应关系的基础上，就可以充分利用几何理论和公式，勾划出机械构件内在规律及运动关系，这样就可以得到符合工程实际的一系列相互有紧密联系的等式和不等式，从而将工程化成数

学问题的求解模型。

上述所得模型虽与工程问题存在对应关系，但并不等于可以直接求解，往往还要借助于其他数学工具作为辅助。比如有多个参数待定，又有一定限制，还有多个目标需要满足，就需加上优化模型。当然对于大多数问题来说，几何模型是主体模型。

这方面问题将在第三章中用较复杂的课题作为背景来介绍，而往往以通用性例题为典例。一方面诱导提高建模速度的能力，另一方面使典例有更大的可能被广泛引用。在第二章涉及的模型就显得直观和简单，这样安排更符合由浅入深，由简到繁的原则。

3. 模型求解

在上述工作完成后，便可选择合用的计算方法，借助语言的编译，上机实施问题求解。事实上由于计算方法很多，且不存在一种方法对任何问题均具有速度快、精度高等等优点，因此对求解问题亦存在求解技术问题。

在本书第四章将结合作者进行工程问题研究的实践，介绍这方面的一些技巧。相信会有助于提高读者这方面的能力。

4. 应用价值

化机械工程中造形方面的问题为几何模型的研究工作，在国内外均有许多成就，使许多机械产品不但在几何精度上、而且在生产周期上、生产成本上获得巨大收益。本书正是容仿真、建模与求解于一体，旨在提高读者运用这种技术能力的读物。可以预言，读者不但会从书中学到本技术，而且还可以方便地引用其中的某些结果，直接用于生产而产生经济效益。一旦对本技术有所掌握，必将加速对新课题的解

决能力。因此,运用本技术并发展这种技术,对提高我国机械工业的水平是极为有益的。

§ 1-2 几何仿真、建模与求解技术的程序

应当指出,要搞一项课题,首先应当清楚下列问题:

1. 立题依据

把问题列为研究的课题,起码应具备两个条件:一、是否有可能成功;二、是否值得研究。也就是说,立题之前要搞清所研究问题的价值,以及问题解决的可行性。这就需要了解国内外在所论问题方面是否有过工作?是否还有值得研究的地方?此两条明确后,方可立题。

2. 准备工作

立题之后,由于事实上存在着现有成果可供借鉴,因此准备工作就是要搞清国内外行情,明确已有结果、未知问题及可借鉴的资料收集。其主要表现为:查阅文献,拜访课题相关的专家等。最终决定出自己该研究的具体问题。

3. 化整为零

一旦明确自己的研究问题,便应当分清已知与目标。从已知到目标的过渡往往不是一目了然的,否则问题就太简单了。一般要分几步走,逐步利用已知条件达到既定目标,这就是化整为零。即将一个课题分成几个互相联系的小问题,确定一个解决课题方案规划。

由于模型方案的确定稍有难度,本书在§ 1-3专节介绍。

4. 假设过渡

工程问题是复杂的,影响因素往往比较多。试图考虑到所有影响因素很可能造成模型的复杂化,甚至达到无法求解

的程度。因此“抓主要矛盾”是必要的。即使在化整为零后的小问题中也不例外。进行这一步的一般方法是，根据每个小问题的需要，做几条假设，然后列到一起，统盘考虑，定几条全课题的假设，自然应当保证各小问题均可解。

模型的假设是需认真对待的，由于假设不当，造成研究走弯路是屡见不鲜的。而最终结果若不理想，这一步应当为重点怀疑对象。因此可以说，正确的假设是保证由“化整为零”到“具体仿真”的准确过渡的决定因素。

5. 具体仿真

一旦有了统一而合理的假设，各个小问题便可与几何概念直接建立联系，便可具体地进行仿真。这里需要注意的是应该熟悉几何概念的准确含义。“重概念，重方法，重应用”是应用数学研究问题、解决问题中当遵循的准则。因此，要尽可能地多知道些几何概念与工程上某些小问题的对应关系。为此本书第二章侧重介绍这方面的资料。

6. 确定模型

在进行了具体仿真后，便需应用几何知识分析出工程问题的内在规律，建立起互相联系（即各小问题之间沟通）的几何模型。因为这是论文的主干部分，且直接影响结果，因此每个字母、符号都要准确书写，以防忙中出错。用不同方法校验所得的公式，是防止各公式出现疏漏的常用方法，应当提倡。

7. 求解方案

工程问题求解有工程背景，最优工程解一般是唯一的。为了寻求最优解，准确地估算初值要充分利用工程的含义，选用计算方法时要充分考虑工程问题所反映的公式、方程在求解速度与准确性方面的情况，这就是要选择合用的求解方

案问题。这一段所涉及的问题，将在本书第四章介绍。

8. 模型求解

有了方案，便可运用上机语言实施求解。由于不存在一个对任何问题都具有速度快、准确性好的求解方法。不拘泥于求解方案，多找几种方法试试，对初次进行工程问题求解的人尤为必要。当然这里有语言的编译技巧可以更快地达到最优目标。这方面将在 § 4-3 介绍。

9. 结果分析

由于工程问题有工程背景，数据是否合理要从工程角度加以分析。如果合乎实际，则可进行应用，否则就当怀疑前述某步中曾出现过问题。一般首先怀疑“假设过渡”，然后再考虑其他。

10. 扩大战果

结果合理，应用于原课题对应的实际项目上，谁都可以办到。而扩大战果却往往不被注意。事实上很多工程问题存在共性。“举一反三”可使在解决一个问题后轻而易举地解决与之有关联的许多工程问题。在本书 § 2-4、§ 3-1 等节段中可以看到这一现实。可以说：忽视“共性存在于个性之中”的工程价值就不是一个清醒的工程行家。

§ 1-3 仿真方案的确定

上节的“化整为零”一段，实际是规划解决问题的蓝图，就是确定一个解决问题的具体仿真、建模的方案。一旦心中有数，解决问题的曙光就出现了，它像寻求开锁的钥匙一样重要。为此设专节介绍与之相关的四个问题，这也是供初次进行这方面工作的研究者而写的。

1. 常识准备

如果对工程和数学的对应毫不了解,要进行这种研究是不可能的。比如,动力学问题,可靠性问题,受力分析问题等等,对应的数学主要工具往往不是几何学。只有在考虑几何形状、几何尺寸方面,如精度、最佳调整参数等与造形相关的问题,才是本书研究的对象。

本书第二章就是介绍几何仿真的一般常识。只有尽可能多地知道几何概念与工程问题的对应关系,才有可能在研究课题面前方便地“对号入座”,准确地建立起几何概念与工程问题的对应。当然仅有常识还不能解决问题,复杂的课题往往不是一个几何概念所能解决的,一般都要与多个概念发生联系。因此将一个课题分成几个小问题,使之各与几何概念对应是很自然的。

2. 化整为零的三个途径

如何决定分几步从已知到目标的问题,一般可用下述三种方法:第一,可以由已知出发,看看由已知可以引出何种结果,再从这些结果逐步引出与目标越来越接近的结果,这是正推法。如果正推法不便,不妨考虑第二种方法,反推法。从目标看,需要哪些条件,然后根据这些条件逐步与已知发生关系。如果这两种方法均不能奏效,可以考虑第三种方法,混合法。就是从已知引出可能的结果,从目标引出需要的条件,再逐步从结果当已知,条件当目标之间建立联系。而每一步就是一个小问题,其总和就是分几步走的数目。实践表明,这种考虑方案的途径是行之有效的。

3. 具体仿真方案的确定

一旦明确了可将课题分成几个小问题,便可根据上节提及的、4~6各段所说的建立仿真及相应几何模型了。问题

在于初拟方案不一定一次成功，因此一个课题的具体解决方案不一定一次确定下来，千万不要急于求成。既要考虑各步互相呼应，又要使每步有依据，这里尤要强调“反复推敲，准确无误”。因为方案一旦确定，后续工作均以此而定，走不走弯路取决于此举。

4. 提高速度问题

确定方案既然至关重要。为了要准确是不是不要提高速度呢？不是的，对提高速度我们有下列两点体会。

(1) 先粗后细，逐步深入 可在纸上一边列出已知，另一边列出目标，用2段方法粗列出几步，然后仔细考虑每一步需要的假设以及具体解决的小方案，最后再全局统一考虑，适当修饰。

由于无法介绍出一种如何迅速建立仿真模型的通用方法，因此在实践中的体会更显重要。建议初次尝试者采用多提方案，多比较，反复用不同方法验证方案，以保证方案的可行性。这样做似乎慢了，但因为可靠，就远比到最后全部推倒重来要快得多！

(2) 把仿真方法归类，先入大类再入具体 几何仿真可归为四大类。一是直接引入类，有现成的几何概念、公式与工程中小问题对应；二是分析引入类，即工程问题虽属几何问题，但需要分析后才能确定与某一个或几个几何概念对应，这是第二章的重点；三是拟合逼近类，往往在近似取代中采用这类技术；四是其他类，这是指坐标差和其他一些简单的计算问题。显然一类四类容易掌握，第三类是属计算几何范畴，本书只准备就涉及的初步知识作些简单介绍；而重点放在第二大类中。

一旦分清属于哪一大类，便可轻易地选择准确的参考，