

中子迁移理论

戴維遜 著

科学出版社

B. DAVISON
NEUTRON TRANSPORT THEORY
Oxford University Press
1957

內 容 簡 介

中子迁移理論問題近年来受到了許多研究者的注意,国际上在这方面发表了很多文献。本书为論述中子迁移理論的第一本专著。书中全面而系統地总结了有关这一問題的許多研究成果,論述了各种主要的数学方法。但作者主要注意于論述理論問題,至于这些方法的实际应用問題,例如数值計算問題,則討論較少。

本书可供原子能方面的科技人員和大专院校有关专业的师生参考。
本书按英文原本譯出,另外添入了俄譯本中的一篇附录(附录C)。

中 子 迁 移 理 论

戴 維 遜 著
和 平 譯
飞 跃 校

*

科学出版社出版 (北京朝陽門大街 117 号)
北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1961 年 8 月第 一 版 书号: 2383 字数: 407,000
1961 年 8 月第一次印刷 开本: 850 × 1168 1/32
(京) 0001-7,060 印张: 15 3/4 插頁: 2

定价: 1.95 元

中譯本出版者的話

为了配合急迫需要，我社受託尽快地出版本书。由于時間很仓促，未及对譯稿进行較仔細的校訂，书中难免有不妥之处，深望讀者不吝指正，以便日后再版时修改。

科学出版社

1961年7月

原 序

本书的目的是要对中子迁移理論所用的全部主要数学方法給出一个全面而最新的叙述，并对这些方法在各种不同情况下的相对适用性作一簡要的討論。

其中的某些方法在以前討論核反应堆理論和星云气团中輻射轉移理論等书中，已經描述过了。然而，其他很多同样重要的方法，还只是見于技术报告或杂志上的零散論文。特別是下面一些方法，情况尤其是如此：目前已有各种方法当中最有效的球諧函数法的更精确形式；虽应用的范围有一定的限制，但在解某一些問題中仍是十分有用的塞伯尔-威尔逊 (Serber-Wilson) 方法；在討論随能量变化的問題中除了年齡理論外的其他一些主要方法，如多项式近似法，費曼 (Feynman) 法等等。作者的目的就在于企图填补这些缺陷。

本书的課題是以一种自成系統的方式加以闡明的，亦即用不着其他預备知識。然而，我們仍然認為閱讀这种全面地綜述各种比較高深的方法的書籍的大多数讀者，事实上是会具有一些初步知識的。因此，本书的陈述次序和方法，首先照顧到这类讀者的需要，而不是为了那些用本书作为初步入門的讀者。具体地說，我們不采用从簡化了的物理图象开始导出比較初級的近似，然后再去逐步精确化的編写方式；而是从制定問題的精确公式开始，并提出在求解精确的方程时可以作为近似方法采用的一些簡化了的处理。我們感觉到这样做可使这个問題的表述更統一，并且可以更直接地估計每种近似方法所能适用的范围。誠然，这就意味着，想要获得这个問題的初步介紹的讀者，在他能够了解本书所涉及的内容之前，必需經過比較大量的数学形式的訓練。由制定問題的精确公式出发，当然并不排斥在寻求更有利的近似方法时采用假設的

或半直觀的論證,事實上為了這個目的,已經相當廣泛地採用了這些論證。

我們假設讀者所具有的數學知識,與在其他數學物理分支中所需要的類似:除了菲泰克和瓦脫孫(Whittaker and Watson)的“近代數學分析”(Modern Analysis)外,還設想讀者是知道傅立葉、拉普拉斯和梅林變換的各項定義、反演公式的初步性質;但並不要求他對這些方法的應用有預備知識。在中子遷移理論中沒有用到量子力學,但都假定了決定單個碰撞的種種結果的那些定理;然而,這些定律在某種程度上是出自量子力學的。

最後,作者願意強調,如果沒有許多人的慷慨幫助,在撰寫本書時他會遇到很大的困難,他特別感激賽克斯(J. B. Sykes)博士,他的合作幾乎等於合著,泰脫(J. H. Tait)博士和斯賓乃(K. T. Spinney)先生合寫了關於霍耳脫(Holte)方法的第二十六章,而摩頓(K. W. Morton)先生對於編寫有關蒙吉·卡羅(Monte Carlo)法的第十六章有很多貢獻。夫勞爾斯(B. H. Flowers)博士、泰脫(J. H. Tait)博士和哈威耳(Harwell)原子能研究所理論物理組的其他成員給了有益建議和建設性批評;夫勞爾斯博士、派耳斯(R. E. Peierls)教授、和已故的普拉茨克(G. Placzek)博士關心鼓勵;貝特(H. A. Bethe)教授、伊里奧特(J. P. Elliott)博士、費曼(R. P. Feynman)教授、馬克(J. C. Mark)博士和塞伯爾(R. Serber)教授慨允把迄今尚未發表的中子遷移理論所作的貢獻收入本書;向他們表示感謝是一種愉快的義務。最後,作者大大感激瓦脫孫(W. H. Watson)教授和多倫多大學物理系的計算中心提供使他能夠完成本書所需的種種便利。

戴維遜(B. Davison)

1955年6月于多倫多大學物理系

緒 論

中子迁移理論的对象

中子迁移理論所討論的是大体积介質內中子徙动的問題。这种徙动系由大量被称为碰撞的随机事件所构成，因此要研究这一現象，我們必須首先确定单次碰撞結果所服从的定律，然后求解遵循此种定律的大量随机碰撞的統計問題。前一問題属于核物理、經典力学与量子力学的范畴，而中子迁移理論則由已知的单次碰撞的定律出发，研究如何决定中子的空間、角度及能量分布的統計問題。

中子迁移理論主要的直接应用在于研究与設計核反应堆和解釋核物理實驗的結果。在这些应用中，中子的能量分布在几百万电子伏到大約四十分之一电子伏之間。此能量的上限相当于由裂变或由天然放射性源发射的中子能量，而下限則相当于与周围介質处于热平衡的中子能量；后者在以后的碰撞中平均看来不会再降低能量。因此，中子迁移理論所处理的或者属于这一能量范围内的中子的问题，或者遵循与此范围内单次碰撞定律（此定律称为碰撞定律）規律相同的那些中子問題。

由于中子迁移理論的主要应用之一在于研究与設計核反应堆，因此这一理論又和核反应堆理論連系在一起。然而，核反应堆理論仅为工程科学的一个分支，它依靠中子迁移理論取得有关中子在空間、角度和能量分布方面的知識，正如中子迁移理論又依靠核物理与力学取得有关碰撞定律的知識一样。当然，在核反应堆理論中包含着对中子徙动的某些討論，但这种討論通常建立在簡化了的物理景象上，而忽略了将中子徙动看作为一系列单次碰撞的細致研究，正如导热方程或化学扩散方程的推导中一般忽略

了有关的单次事件，而直接由它們的最終結果出发那样。我們将会看到这种簡化处理在适当的条件下可以得到离源与边界很远的中子空間分布的正确近似，只要其中某些量得到适宜的解释就行了。此处所指“很远”系指与平均自由程相比甚大而言，后者为中子在相邻两次碰撞間所走过的平均距离。这是扩散近似的基础，它是处理大物体問題的近似方法之一。然而，如果我們所处理的問題是較小体积物体的問題，或者是带有边界效应的問題，那末就必须采用建立在对中子徙动作更周密考虑的更精确方法了。

中子迁移理論有时也被称为中子扩散理論。然而，我們选用了前一名称，以便強調我們对問題的处理系根据对中子徙动更精确的考虑，而并非根据前面所提到的簡化模型。因此，我們所导出的理論可以适用于任何大小的物体，而不仅是大物体。

在中子迁移理論的早期工作中，大部分系处理中子的空間与角分布問題，而非能量分布問題，由此发展了一种近似方法，在其中采用积分消去了对能量的依賴关系。这种近似就是常截面近似，也常称为单速組理論。然而，这种方法仅为一种近似，虽然也有一些实用价值，但除了在少数几种特殊情况以外，一般都不甚准确的。常截面近似法的重要性仅在于可作为熟悉中子迁移理論內所用数学方法的一种工具，并可作为求解許多輔助問題的簡易方法。因此我們将在开始处理中子迁移問題时相当詳尽地討論常截面近似法，但在以后則将对随能量变化的問題給予同样的重視。

現在我們再來說明中子迁移理論与物理学其他分支的关系。前面已耕过中子迁移理論涉及一种統計的問題。在这一类問題中，还有另外一些也是使物理学家感到兴趣的：星球蒙气中的輻射轉移和輻射平衡， X 与 γ 射綫穿过散射介质，宇宙射綫的簇射，等等。这些过程之間的差异仅在于其中碰撞定律各各不同，然而即使这些定律之間也有一些是很相似的。这一点特別适用于中子迁移理論与星球蒙气的輻射轉移之間。实际上常截面近似的諸方程与輻射轉移理論中相应情况（灰色蒙气与未极化光）的方程是完全一样的。因此，中子迁移理論的若干基本問題，除了在最近由恰德

拉塞哈 (Chandrasekhar) 解决的以外, 有几个问题甚至在中子未被发现前早已由天文学家如塞瓦斯却尔特 (Schwarzschild), 迈尔尼 (Milne), 霍夫 (Hopf) 等讨论过或部分地解决了。反之, 最近在中子迁移理论中发展起来的许多方法, 也可以有益地用到辐射转换问题中去。

然而, 即使在这个近似方法方面, 物理学的此二分支间也存在着相当的差别, 这是由于中子迁移理论包含着种类更为繁多的问题。在辐射转移问题中, 我们所讨论的问题一般都是一个星体, 它具有一个半径远远大于平均自由程的球体, 而且通常能用一个半无限空间作为近似。而在中子迁移理论中, 就必须考虑各种形状和各种大小物体内的中子徙动。其次, 辐射转移问题常常只涉及某一已知星体, 而中子迁移理论的最终目的却往往在于设计一个反应堆, 这就要求出临界尺寸, 也即是说要求解一个本征值问题。以上两个特点都要求中子迁移理论内采用比辐射转移理论所需的多得多和更灵活的方法。

这样, 中子迁移理论所涉及的范畴, 从某些方面说来, 比一般想象的要宽得多。然而, 在其他一些方面, 又可以看到较其名称所暗示的范围要窄一些。特别是当我们考虑多于一种介质的系统时, 每种介质将只当作均匀的看待。事实上, 我们常遇到的是某种非均匀介质, 例如一种材料制成的棒插入另一种材料所构成的栅格内, 其中棒的半径及栅格间距都在一定限度之内。利用核物理给出的常数求这种介质内的中子分布, 可以认为也是中子迁移理论内的一个问题。然而, 发展一种适用于此种系统的计算方法, 以及选取最佳的实验来补充我们基本常数的知识, 并避免对易由实验测出的量作冗长的计算, 这些任务更宜于归属到核反应堆理论的范畴, 因此将不在本书中讨论。

对于目前所理解的中子迁移理论范畴的第二种限制, 在于所涉及的能量范围。前面已经说过, 在中子迁移理论的主要应用中, 涉及的能量范围由几个兆电子伏到大约 $1/40$ 电子伏。因此所用的碰撞定律也限于对这一能量范围内的中子有效的定律。高出这

一范围以上，碰撞定律就不同了。在大约 30 兆电子伏能量处，出现了一些低能下不可能出现的新过程，例如此时发生的核衰变中出现了照象乳胶中所看到的星裂现象。我们对于这种事件的碰撞定律知道得很少，还不足以构成进行统计处理的基础。此外，涉及如此高能量中子所需的知識也与上述范围内所需知識不同。如果我们討論到能量低于热能的中子，則所遇到的問題差別更大。这儿主要的問題已不是中子与原子核随机碰撞的結果，而是中子束与晶体柵格間的相互作用。然而，这种問題已属于物理学的另一分支，即中子衍射理論，因而完全出乎迁移理論的范畴之外了。

目 录

緒論：中子迁移理論的对象	xvii
--------------	------

第一部分 一般分析

第一章 中子的物理性質	1
§ 1.1. 扩散概念所依据的性質	1
§ 1.2. 单次碰撞的結果	2
1.2.1. 所涉及能量范围, 热中子与非热中子	2
1.2.2. 彈性散射	3
1.2.3. 非彈性散射	5
1.2.4. 裂变	6
1.2.5. 瞬发及緩发中子	7
§ 1.3. 平均自由程、截面、次級中子平均数目等	8
1.3.1. 定义与符号	8
1.3.2. 截面与能量关系的一般特性	10
§ 1.4. 中子迁移理論的主要問題概述	12
第二章 中子徙动定律的数学表述	15
§ 2.1. 迁移方程形式	15
§ 2.2. 函数 $c_i f(v' \mathbf{Q}' \rightarrow v \mathbf{Q}; t')$ 形式的討論	17
§ 2.3. 边界条件	21
2.3.1. 两种介質間的分界面	21
2.3.2. 一种介質的自由表面	21
2.3.3. 无限远处条件	22
2.3.4. 初始条件	22
§ 2.4. 积分方程	22
§ 2.5. 玻耳茲曼方程和积分方程的等效性	25
§ 2.6. 自交物体和非均匀介質的情况	26
§ 2.7. 普遍情况下的积分方程	28
第三章 定态和随時間变化問題, 共軛方程	30

§ 3.1. 定态問題和临界大小問題	30
§ 3.2. 随時間变化問題与它如何簡化为定态問題	31
§ 3.3. 共軛方程与正交关系	33
§ 3.4. 非齐次方程的本征函数展开式的解	36
§ 3.5. 另一正交关系	37
§ 3.6. 共軛积分方程	39
§ 3.7. 某些进一步的說明	40

第二部分 常截面近似

第四章 单組理論及其应用范围	43
§ 4.1. 单組理論所依据的假設	43
§ 4.2. 名詞术语	45
§ 4.3. 常截面近似的其他应用	47
§ 4.4. 有关热中子的一个說明	48
§ 4.5. 常截面近似下的积分方程	49
§ 4.6. 共軛积分微分方程及光学互换定理	51
§ 4.7. 共軛积分方程	53
第五章 无限大各向同性散射介質內的精确解	56
§ 5.1. 无限大无源介質情况	56
5.1.1. 第一种方法	56
5.1.2. 第二种方法	57
5.1.3. 第三种方法	58
§ 5.2. 扩散长度	59
§ 5.3. 在无限大均匀介質內的各向同性点源	60
§ 5.4. 在无限大均匀介質內的各向异性点源	64
§ 5.5. 在无限大均匀介質內的各向同性綫源或平面源	68
5.5.1. 綫源	68
5.5.2. 平面源	70
第六章 无限半空間的精确解	73
§ 6.1. 迈尔尼問題	73
§ 6.2. 迈尔尼問題內中子通量的漸近特性	78
§ 6.3. 迈尔尼問題內的中子流	81
6.3.1. 在内部深处的中子流	81

6.3.2. 在自由表面上的中子流	83
§ 6.4. 有中子源存在时的近尔尼問題	85
§ 6.5. 恆定强度的中子源情况	86
§ 6.6. 反照率問題	88
§ 6.7. 各向同性平面源情况	91
§ 6.8. 各向同性点源情况	94
第七章 两个相接半空間	96
§ 7.1. 魏納-霍夫法的推广	96
§ 7.2. 中子通量的漸近特性	97
§ 7.3. 分界面上的角分布、通量和中子流	99
§ 7.4. 中子源的效应	101
第八章 扩散近似	105
§ 8.1. 扩散理論的基本概念	105
§ 8.2. 球形系統問題	107
§ 8.3. 自由表面上的边界条件	109
§ 8.4. 在分界面上的边界条件	109
§ 8.5. 黑体	111
§ 8.6. 空腔和空隙	113
8.6.1. 空腔存在而不产生影响的情况	113
8.6.2. 平面縫隙情况	114
8.6.3. 其他形状的空隙与空腔	116
§ 8.7. 中子源效应	117
§ 8.8. 关于正交性的說明	119
第九章 塞伯尔-威尔逊方法	120
§ 9.1. 这一方法的塞伯尔公式	120
§ 9.2. 这一方法的威尔逊公式	121
§ 9.3. 塞伯尔-威尔逊条件的显式形式	123
§ 9.4. 这一方法的准确度及应用限制	124
第十章 用于平面几何情形的球諧函数法	127
§ 10.1. 球諧函数法的一般概述	127
§ 10.2. 球諧函数法內的系数与指数	129
10.2.1. 輔助函数	129
10.2.2. 判別方程各根的性质	135

10.2.3. 高次近似下列方程根的性质	137
§ 10.3. 边界条件	139
10.3.1. 介质间分界面上的条件	139
10.3.2. 奇次与偶次近似	141
10.3.3. 无限远处的条件	141
10.3.4. 自由表面上的条件. 馬克輔助定理和边界条件	142
10.3.5. 馬克边界条件的应用	144
10.3.6. 自由表面上的条件(續). 馬紹克边界条件	147
10.3.7. 受中子辐照的表面上的条件	148
10.3.8. 介质间分界面上的薄吸收层	149
§ 10.4. 多层問題	151
§ 10.5. P_1 近似	153
§ 10.6. 关于正交性的說明	156
第十一章 球形內的球諧函数法	161
§ 11.1. 微分方程和它們的解	161
§ 11.2. 解的討論	163
11.2.1. 函数 $G_n(v)$ 的再現	164
11.2.2. 漸近的角度分布	164
§ 11.3. 边界条件	167
11.3.1. 原点上的条件	167
11.3.2. 平面情况下遇到的边界	167
11.3.3. 空隙表面上的条件	169
第十二章 用于其他几何形状的球諧函数法	173
§ 12.1. 球諧函数法的普遍公式	173
12.1.1. 前言	173
12.1.2. 符号及球諧函数性质	174
12.1.3. 微分方程	175
12.1.4. 相繼消去法	177
§ 12.2. 微分方程的簡化	180
12.2.1. 中子通量的决定	180
12.2.2. 中子流与高次矩	181
12.2.3. 輔助函数	183
12.2.4. 边界条件	184
§ 12.3. 圆柱形状	187

12.3.1. 符号的选择	187
12.3.2. 矩的表达式	188
§ 12.4. 球諧函数法的烏瑪修正	190
第十三章 不連續坐标法	192
§ 13.1. 方法的一般概述	192
§ 13.2. 特征方程的根	193
§ 13.3. 边界条件, 消去法	195
§ 13.4. 球諧矩的計算	197
§ 13.5. 普遍 μ 值的解, 角分布的迭代	198
§ 13.6. 求和公式的选择	199
§ 13.7. 球諧函数法与不連續坐标法的比較	200
13.7.1. 平面几何形状	200
13.7.2. 其他几何形状	200
第十四章 微扰方法	202
§ 14.1. 临界大小問題中的一阶微扰	202
§ 14.2. 变分	203
§ 14.3. 积分的变换	204
§ 14.4. 統計权重理論和它在扩散近似中的形式	207
§ 14.5. 統計权重理論的应用	209
§ 14.6. 中子通量的微扰	211
§ 14.7. 增殖倍数	213
§ 14.8. 高阶微扰	214
第十五章 变分法	216
§ 15.1. 临界大小問題: 普遍理論	216
§ 15.2. 应用举例	219
§ 15.3. 緩慢变化尝试函数的簡化	222
§ 15.4. 非齐次方程的問題: 普遍理論	223
15.4.1. 有限系統	223
15.4.2. 无限系統, 連續譜的边界	226
15.4.3. 另一种泛函数	230
§ 15.5. 应用举例	231
15.5.1. 迈尔尼問題的拉凱因变分解	231
15.5.2. 黑球的綫性外推长度的馬紹克解法	233

15.5.3. 接近自由表面处的中子通量	236
§ 15.6. 附注	239
第十六章 迭代法与蒙吉·卡罗法	241
§ 16.1. 迭代法;一般討論	241
§ 16.2. 迭代法与不連續坐标法或球諧函数法合用	242
§ 16.3. 取决于一个参数的迭代法. 附注	243
§ 16.4. 蒙吉·卡罗法;一般討論	245
§ 16.5. 蒙吉·卡罗法与迭代法的比較	247
§ 16.6. 統計涨落与 c' 的选择	248
§ 16.7. 利用系统的对称性等减少数字工作	248
§ 16.8. 利用解析方法简化数字計算工作	249
§ 16.9. 取样数量的减少. 价值取样	250
§ 16.10. 另一种方法	252
§ 16.11. 結論	254
第十七章 各向异性散射	255
§ 17.1. 初步結果	255
§ 17.2. 中子通量的积分方程	259
§ 17.3. 无限大无源介質	263
17.3.1. 形式解	263
17.3.2. c 接近于 1 的情况. 迁移平均自由程与截面	264
17.3.3. c 不接近于 1 的情况	265
17.3.4. 扩散长度方程根的数目	266
§ 17.4. 其他准确解	267
17.4.1. 有源的无限介質	267
17.4.2. 无限大无源半空間	268
§ 17.5. 近似方法	270
17.5.1. 扩散近似与塞伯尔-威尔逊方法	270
17.5.2. 球諧函数法	272
17.5.3. 不連續坐标法	273

第三部分 具有重生能譜的能量变化問題

第十八章 能量变化問題的一般討論	275
§ 18.1. 有慢化和重生能譜的介質	275

§ 18.2. 不降低能譜的介質	276
§ 18.3. 重生能譜問題与慢化問題	277
§ 18.4. 解重生能譜問題的主要方法	278
第十九章 多組理論	279
§ 19.1. 一般討論	279
§ 19.2. 多組理論的假設和基本方程	279
19.2.1. 方程的正式推导	279
19.2.2. 无限大无源介質內多組近似的适用限度	281
19.2.3. 有限系統內多組近似的适用限度. 普遍結論	282
19.2.4. 多組方程的矩陣形式	285
19.2.5. 共軛方程	287
§ 19.3. 无限大与半无限大介質	287
19.3.1. 无限大无源介質	287
19.3.2. 不滿足无限远处条件的“解”	291
19.3.3. 有源的无限大介質	293
19.3.4. 半无限大介質	295
§ 19.4. 扩散近似与塞伯尔-威尔逊方法	296
19.4.1. 一般說明	296
19.4.2. 无限大介質中方程具有足够解的情况	297
19.4.3. 无限大介質中方程沒有足够解的情况	299
§ 19.5. 球譜函数法及不連續坐标法	301
19.5.1. 平面几何情形的球譜函数法	301
19.5.2. 其他几何情形的球譜函数法	303
19.5.3. P_1 近似及它与扩散近似的比較	304
19.5.4. 不連續坐标法	306
§ 19.6. 微扰方法	306
§ 19.7. 蒙古·卡罗方法及各向异性散射	308
第二十章 多項式近似方法	310
§ 20.1. 利用此方法的問題的类型	310
§ 20.2. 玻耳茲曼方程的变换	311
20.2.1. 提出多項式近似法时所作的簡化	311
20.2.2. 球譜函数法的应用	312
§ 20.3. 多項式近似方法	313
20.3.1. 方法的基本概念	313

20.3.2. 梅林变换的应用	314
20.3.3. 判别方程	317
§ 20.4. 方法的推广和修正	318
20.4.1. 低能区中精确解的性质	318
20.4.2. 此方法在低能中子为主的情况中的应用	320
20.4.3. 考虑热中子时此方法的修正	323
第二十一章 費曼方法	328
§ 21.1. 各向同性散射的单一均匀物体	328
21.1.1. 方法的概述	328
21.1.2. (21.6)内的系数 $A_{l' \rightarrow j}(\nu' \rightarrow \nu)$	330
21.1.3. 能量依赖因子 $p_l(\nu)$	331
21.1.4. 临界大小的問題	333
21.1.5. 对輔助单組問題的解的說明	333
§ 21.2. 弹性散射反射层内的反应性芯部	334
21.2.1. 問題的表述方式	334
21.2.2. 本征函数展式的应用	336
§ 21.3. 非弹性散射反射层	337
§ 21.4. 各向异性散射的費曼方法	340
21.4.1. 裸平板的情况, 方程的变换	340
21.4.2. 本征函数展式的应用	343
21.4.3. 輔助单組問題的解	344
21.4.4. 由只作弹性散射反射层所包围的其他形状物体	345

第四部分 慢化問題

第二十二章 慢化問題的一般探討. 中子分布空間矩与 能量的函数关系	347
§ 22.1. 一般探討	347
22.1.1. 慢化問題的主要类型	347
22.1.2. 慢化問題中玻耳茲曼方程的形式	349
22.1.3. 勒与碰撞間隔	352
22.1.4. 慢化密度	353
§ 22.2. 中子能譜对全部空間的积分	355
22.2.1. 无俘获的单一元素	355
22.2.2. 无俘获的混合物	359