电磁学习题解答

北京师范大学物理系
电学教研室　编

北京师范大学出版社

电　　磁　　学

习 题 解 答

北京师范大学物理系
电 学 教 研 室　　编

北 京 师 范 大 学 出 版 社

1982年1月

电磁学习题解答

北京师范大学物理系
电学教研室　　编

北京师范大学出版社出版
新华书店北京发行所发行
西安新华印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　印张：13.75　字数：295千
1982年1月第1版　　1982年9月第1次印刷
印数1—35,000
统一书号：13243·8　　定价：1.30元

前 言

本书是《电磁学》（作者：梁灿彬、秦光戎、梁竹健，人民教育出版社1981年第1版）一书中习题思考题的解答。这些习题与思考题一部分系根据北京师大物理系历年电磁学教学工作积累的经验和学生提出的典型问题自编而成，一部分选自国内外有关的教科书及习题集。内容主要以巩固和应用基本理论和基础知识为目的，也有少部分综合性较强，难度较大的题目。本书对所有题目作出了繁简不同的解答，供使用《电磁学》一书的读者参考。

本书的解答分别由下列同志分工编写：思考题由梁竹健、张玉梅负责；第一、二、三、九章习题由任翠娥负责；第四、六（部分），八、十章习题由赵云英负责；第五、六（部分）、七章习题由陈淑娴负责。全书由梁竹健负责审订。

本书对1981年第1版出版的《电磁学》各章所附的思考题、习题，在极少部分文字或内容上作了必要的修正与补充。

对本书不妥和疏漏之处，恳请读者提出批评与指正。

编 者

一九八一年六月

目　　录

第一部分 习 题

第一章 静电场基本规律

1·2·1 在真空中有两个点电荷，设其中一个所带电量是另一个的四倍。它们相距 $5.\times10^{-2}$ 米时，相互排斥力为1.60牛顿；问它们相距0.10米时，排斥力是多少？两点电荷的电量各为多少？

解： 设两点电荷中一个所带电量为 q，则另一个为 $4q$：

（1） 根据库仑定律：$\vec{F}=K\dfrac{q_1q_2}{r_2}\hat{r}$ 得：$\dfrac{F_1}{F_2}=\dfrac{r_2^2}{r_1^2}$

$$F_2=\frac{F_1r_1^2}{r_2^2}=\frac{1.60\times(5\times10^{-2})^2}{(10^{-1})^2}=0.4\ (\text{牛顿})$$

（2） $F_1=K\dfrac{4q^2}{r_1^2}$

$$\therefore\quad q=\pm\left(\frac{F_1r_1^2}{4K}\right)^{\frac{1}{2}}=\pm\left(\frac{1.60\times5^2\times10^{-4}}{4\times9\times10^9}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=\pm3.3\times10^{-7}\ (\text{库仑})$$

$$4q=\pm1.33\times10^{-6}\ (\text{库仑})$$

1·2·2 两个同号点电荷所带电量之和为 Q，问它们带电量各为多少时，相互作用力最大？

解： 设其中一个所带电量为q，则另一个所带电量为$Q-q$。

根据库仑定律知，相互作用力的大小：

$$F=K\frac{q(Q-q)}{r^2}$$

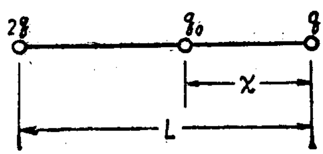
求 F对q的极值 使$F'=0$

即：$\frac{K}{r^2}(Q-2q)=0$

$\therefore\ q=\frac{1}{2}Q$。

1·2·3 两个点电荷所带电量分别为$2q$和q，相距L。将第三个点电荷放在何处时，它所受合力为零？

解： 设第三个点电荷放在如图所示位置时，其受到的合力为零。即：



1·2·3

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q_0q}{x^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{2qq_0}{(L-x)^2}$$

$\frac{1}{x^2}=\frac{2}{(L-x)^2}$ 即：$x^2+2xL-L^2=0$

解此方程得：

$x=(-1\pm\sqrt{2})L$ （X是q_0到q的距离）

（1）当$x=(\sqrt{2}-1)L$时，$x>0$为所求答案。

（2）当$x=(-\sqrt{2}-1)L$时，$x<0$不合题意，舍去。

1·2·4 在直角坐标中，在（0，0.1）（0，－0.1）的两个位置上分别放有一电量为$q=10^{-10}$（库仑）的点电荷，

在（0.2，0）的位置上放有一电量为 $Q=10^{-8}$（库仑）的点电荷，求Q所受力的大小和方向？（坐标的单位是米）

解：根据库仑定律知：

$$\vec{F}_1=K\frac{q_1Q}{r_1^2}\hat{r}_1$$

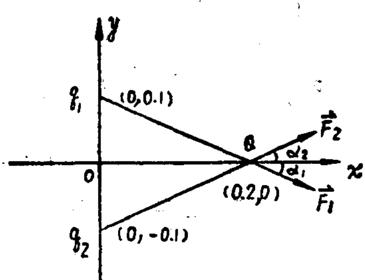
$$=K\frac{q_1Q}{r_1^2}(\cos\alpha_1\hat{i}-\sin\alpha_1\hat{j})$$

$$=\frac{9\times10^9\times10^{-10}\times10^{-8}}{0.1^2+0.2^2}\left[\frac{0.2\hat{i}}{(0.1^2+0.2^2)^{\frac{1}{2}}}+\frac{-0.1\hat{j}}{(0.1^2+0.2^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$=1.61\times10^{-7}\hat{i}-8.0\times10^{-8}\hat{j}$$

如图所示，其中 $\cos\alpha_1=\dfrac{x_1}{(x_1^2+y_1^2)^{\frac{1}{2}}}$

$$\sin\alpha_1=\frac{y_1}{(x_1^2+y_1^2)^{\frac{1}{2}}}$$



1·2·4

同理：$\vec{F}_2=K\dfrac{q_2Q}{r_2^2}$

$$\times(\cos\alpha_2\hat{i}+\sin\alpha_2\hat{j})$$

$$=\frac{9\times10^9\times10^{-10}\times10^{-8}}{0.1^2+0.2^2}$$

$$\times\left[\frac{0.2\hat{i}}{(0.1^2+0.2^2)^{\frac{1}{2}}}+\frac{0.1\hat{j}}{(0.1^2+0.2^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$=1.61\times10^{-7}\hat{i}+8.0\times10^{-8}\hat{j}$$

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=3.22\times10^{-7}\hat{i}\ \text{（牛顿）}$$

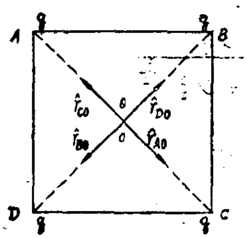
1·2·5 在正方形的顶点上各放一电量相等的同性点电荷 q。

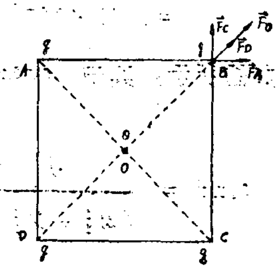
（1）证明放在正方形中心的任意电量的点电荷所受的力为零。

（2）若在中心放一点电荷 Q，使顶点上每个电荷受到的合力恰为零，求 Q 与 q 的关系。

证：

（1）如图（a），设正方形每边长为 a，中心所放的点电荷的电量为 Q。由库仑定律及迭加原理得：





（a）　　1·2·5　　（b）

$$\vec{F}_{合}=\vec{F}_{BO}+\vec{F}_{DO}+\vec{F}_{AO}+\vec{F}_{CO}$$

$$=kQq\left[\frac{\hat{r}_{BO}}{r_{BO}^2}+\frac{\hat{r}_{DO}}{r_{DO}^2}+\frac{\hat{r}_{AO}}{r_{AO}^2}+\frac{\hat{r}_{CO}}{r_{CO}^2}\right]$$

$$=\frac{2kQq}{a^2}(\hat{r}_{BO}+\hat{r}_{DO}+\hat{r}_{AO}+\hat{r}_{CO})=0$$

其中：$r_{BO}=r_{AO}=r_{CO}=r_{DO}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

$$\hat{r}_{BO}=-\hat{r}_{DO},\quad \hat{r}_{AO}=-\hat{r}_{CO}$$

在证明过程可看出：放在正方形中心的点电荷不论其电量如为何值，它所受的力均为零。

（2）讨论B点的电荷所受的力：

设A、O、C、D点的点电荷对B点的电荷q的作用力分别为：$\vec{F}_A$、$\vec{F}_O$、$\vec{F}_C$、$\vec{F}_D$，如图所示：

$$\vec{F}_A=\frac{Kq^2}{a^2}\hat{r}_A \qquad \vec{F}_C=\frac{Kq^2}{a^2}\hat{r}_C$$

$$\vec{F}_D=\frac{Kq^2}{2a^2}\hat{r}_D=\frac{Kq^2}{2a^2}(\cos 45^\circ\hat{r}_A+\sin 45^\circ\hat{r}_C)$$

$$=\frac{\sqrt{2}Kq^2}{4a^2}(\hat{r}_A+\hat{r}_C)$$

$$\vec{F}_O=\frac{2KQq}{a^2}\hat{r}_O=\frac{\sqrt{2}KQq}{a^2}(\hat{r}_A+\hat{r}_C)$$

使$\vec{F}=\vec{F}_A+\vec{F}_C+\vec{F}_D+\vec{F}_O$

$$=\left(\frac{Kq^2}{a^2}+\frac{\sqrt{2}Kq^2}{4a^2}+\frac{\sqrt{2}KQq}{a^2}\right)\cdot$$

$$\times(\hat{r}_A+\hat{r}_C)=0$$

即使：$\frac{Kq^2}{a^2}+\frac{\sqrt{2}Kq^2}{4a^2}+\frac{\sqrt{2}KQq}{a^2}=0$

$$\therefore Q=-\left(\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)q$$

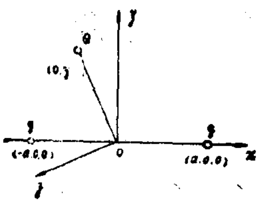
1·2·6 两电量相等同性的点电荷，在其联线的中垂面上放一点电荷。根据对称性可知，该点电荷在中垂面上受力的极大值的轨迹是一圆。求该圆的半径。

解： 如图（a），设x轴上有两个点电荷，其电量均为q，坐标分别为（$-a, o, o$）、（a, o, o）；中垂面yoz平面上有一点电荷Q，坐标为（o, y, z）。

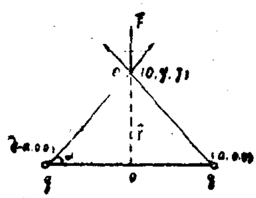
设$\vec{r} = y\hat{j} + z\hat{k}$

$r^2 = y^2 + z^2$ 即在中垂面内Q到坐标原点的距离。

如图（b），根据对称性点电荷Q所受的合力方向与$\vec{r}$方向一致，



（a）



（b）

（设q与Q同号） 1·2·6

$$\therefore \vec{F} = 2\frac{kQq}{r^2 + a^2}\sin\alpha\,\hat{r} = \frac{2kQqr}{(r^2 + a^2)^{3/2}}\hat{r}$$

求F对r的极值：

$$\left[\frac{2kQqr}{(r^2 + a^2)^{3/2}}\right]' = 2kQq\left[-\frac{3r^2}{(r^2 + a^2)^{5/2}} + \frac{1}{(r^2 + a^2)^{3/2}}\right] = 0$$

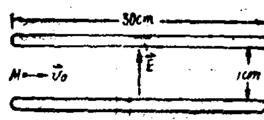
即：$-3r^2+(r^2+a^2)=0$

$$\therefore r^2=\frac{a^2}{2}$$

即：$y^2+z^2=\dfrac{a^2}{2}$ 是一个圆的方程。

圆心 (o,o,o)，半径为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$。

1·3·1 在长为50厘米，相距为1厘米的两个带电平行板间的电场是匀强电场（场强方向垂直向上）。将一速度为 $v_0=10^7$米/秒的电子从 M 点



1·3·1

（距上下板等距离）水平射入电场(见图)。若电子恰在平行板的边缘处离开电场，求该匀强电场的大小。（忽略边缘效应，认为板外场强为零，且略去重力对电子的影响）。

解：根据场强的定义得、电子所受的力：

$$\vec{F}=-e\vec{E}$$

电子产生一个向下的加速度：

$$a=\frac{F}{m}=\frac{Ee}{m}$$

设板长为L，电子在平板间运动的时间：

$$t=\frac{L}{v_0}=\sqrt{\frac{2h}{a}}$$

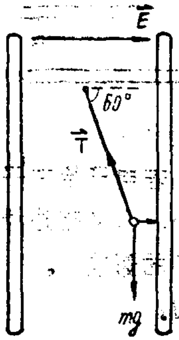
即：
$$\frac{L}{v_0}=\sqrt{\frac{2hm}{eE}}$$

$$\therefore E=\frac{2hmv_0^2}{L^2 e}$$

$$=\frac{2\times5\times10^{-3}\times9.11\times10^{-31}\times10^{14}}{25\times10^{-2}\times1.6\times10^{-19}}$$

$=22.8$（牛/库）

1·3·2 用细线悬一质量为0.2克的小球，将其置于两个竖直放置的平行板间（见图）。设小球带电量为6×10^{-9}库仑，欲使悬挂小球的线与场强夹角成60°角，求两板间场强。



1·3·2

解：带电小球所受的电场力：$\vec{F}=Q\vec{E}$，重力为mg，细线的张力为$\vec{T}$，根据力的平衡条件知：

$$\begin{cases}T\sin60^\circ=mg\\T\cos60^\circ=QE\end{cases}$$

即：$E=\dfrac{mg}{Q}\mathrm{ctg}60^\circ$

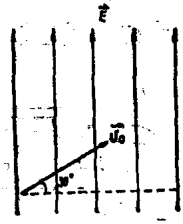
$$=\frac{2\times10^{-4}\times9.8\times0.577}{6\times10^{-9}}$$

$=1.89\times10^5$（牛/库）

1·3·3 有一电子射入一电场强度是5000牛顿/库仑的均匀电场，电场的方向是竖直向上。电子的初速度是10^7米/秒，与水平线所夹的入射角为30°（见图）。（不考虑重力对电子的影响）。

（1）求该电子的上升最大高度。

（2）此电子回到其原来高度时的水平射程是多少？



1·3·3

解：（1）电子所受的电场力：

$$\vec{F}=-e\vec{E}$$

其加速度 $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}=-\dfrac{e\vec{E}}{m}$

当电子上升到最大高度时：$v_{\perp}=0$

$\therefore\quad v_{0\perp}^{2}=(v_0\sin30°)^2=2ah$

$$\therefore\quad h=\frac{(v_0\sin30°)^2}{2a}=\frac{(v_0\sin30°)^2m}{2eE}$$

$$=\frac{(10^7\times0.5)^2\times9.1\times10^{-31}}{2\times1.6\times10^{-19}\times5\times10^3}$$

$=1.4\times10^{-2}$（米）

（2）电子从上升到返回到原来高度时共用时间：

$$t=2\sqrt{\frac{2h}{a}}=2\sqrt{\frac{2hm}{eE}}$$

$$=2\sqrt{\frac{2\times1.4\times10^{-2}\times9.1\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}\times5\times10^3}}$$

$=1.13\times10^{-8}$（秒）

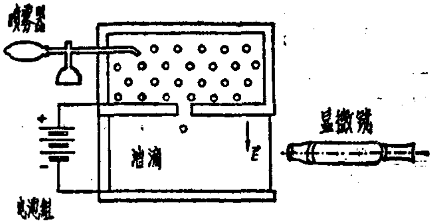
水平射程：

$S=v_{0\parallel}t=v_0\cos30°t$

$=10^7\times0.866\times1.13\times10^{-8}$

$=9.79\times10^{-2}$（米）

1·3·4 电子所带的电量（基本电荷$-e$）最先是由密立根通过油滴实验测出的。密立根设计的实验装置如附图所示。一个很小的带电油滴在电场$\vec{E}$内。调节E，使作用在油滴上的电场力与油滴的重量平衡。如果油滴的半径为1.64×10^{-4}厘米，在平衡时，$E=1.92\times10^{5}$牛顿/库仑。求油滴上的电荷（已知油的密度为0.851克/厘米）。



1·3·4

解：设油滴的电量为Q，体密度为ρ，半径为R（设油滴所带电量为体分布），它受的电场力和重力分别为F和P，由$F=P$得：

$$EQ=mg=\frac{4}{3}\pi R^{3}\rho g$$

$$\therefore \quad Q=\frac{4\pi R^{3}\rho g}{3E}$$

$$=\frac{4\pi\times(1.64\times10^{-6})^{3}\times0.851\times10^{3}\times9.8}{3\times1.92\times10^{5}}$$

$$=8.02\times10^{-19}\ (库仑)$$

1·3·5 两个点电荷，$q_1=4.0$（微库仑），$q_2=8.0$（微库仑），其相距为10厘米。求离它们都是10厘米处的电场强度$\vec{E}$。

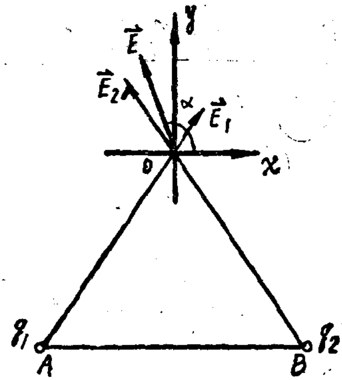
解：$E_1=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}=\dfrac{9\times10^{9}\times4\times10^{-6}}{10^{-2}}$

$= 3.6\times10^{6}$ （牛/库）

$$E_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$$

$$=\frac{9\times10^{4}\times8\times10^{-6}}{10^{-2}}$$

$= 7.2\times10^{6}$（牛/库）



1·3·5

如图所示，在直角坐标系oxy中，将$\vec{E}_1$、$\vec{E}_2$分解：

$$E_x=E_{1x}+E_{2x}$$
$$=E_1\cos60^\circ$$
$$+E_2\cos120^\circ$$
$$=-1.8\times10^{6}\text{（牛/库）}$$

$$E_y=E_{1y}+E_{2y}=E_1\sin60^\circ+E_2\sin120^\circ$$
$$=9.36\times10^{6}\text{（牛/库）}$$

$$\alpha=\text{tg}^{-1}\frac{E_y}{E_x}=\text{tg}^{-1}\frac{9.36\times10^{6}}{-1.8\times10^{6}}\approx101^\circ$$

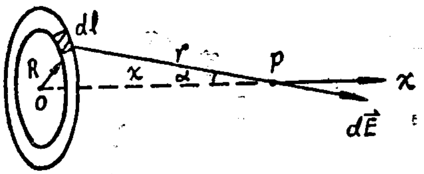
$$E=\sqrt{E_y^2+E_x^2}=\sqrt{(-1.8\times10^{6})^2+(9.36\times10^{6})^2}$$
$$\approx9.52\times10^{6}\text{（牛/库）}$$

1·3·6 如图，一半径为R的均匀带电圆环，电荷总量为q。（1）求轴线上离环中心O为x处的场强E；（2）画出$E-x$曲线，（3）轴线上什么地方场强最大？其值是多少？

解：（1）如图所示，圆环上任一电荷元 dq 在p点产

生的场强为：

$$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



1·3·6

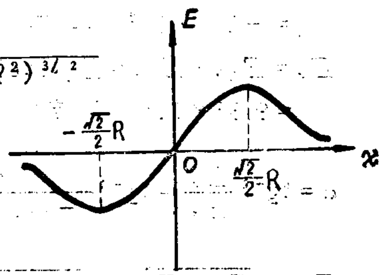
根据对称性分析，整个圆环在距圆心 x 处 P 点产生的场强：

$$E=\oint dE\cos\alpha=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\oint\frac{dq}{r^2}\cdot\frac{x}{r}$$

$$=\frac{x}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\oint dq=\frac{x\,q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$=\frac{x\,q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

（2）$E-x$ 曲线如图所示。



1·3·6

（3）求 $\vec{E}$ 的极值：

由 $\frac{dE}{dx}=\frac{d}{dx}\left[\frac{q\,x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\right]=0$

得：$x^2=\frac{R^2}{2}$