

● 社会科学新方法丛书

约翰·G·凯梅尼 著
J·劳里·斯内尔
向宁节译 邓英淘编校

社会科学中的 数学模型

HEHUIKEXUEXINFANGFA



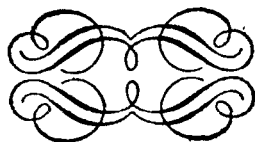
2 021 6448 8

●社会科学新方法丛书

社会科学中的数学模型

约翰·G·凯梅尼 著
J·劳里·斯内尔

向宁节译 邓英淘编校



浙江人民出版社

封面设计：刘 丹

社会科学中的数学模型

约翰·G·凯梅尼 著

J·劳里·斯内尔

向 宁 节译 邓英淘 编校

浙江人民出版社出版

(杭州武林路125号)

浙江新华印刷厂印刷

(杭州环城北路天水桥堍)

浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张5.625 插页1 字数118000 印数1—1900

1988年9月第1版

1988年9月第1次印刷

ISBN 7-213-00190-6/C·13

统一书号：3103·298 定 价：1.35 元

《社会科学新方法丛书》前言

近些年来，由于高等数学、控制论、系统论、信息论、博弈论……广泛使用于社会科学的研究中，在社会科学里出现了一批新兴的边缘学科，如计量史学、计量社会学、经济控制、社会控制论等；这些学科的出现提高了人们对问题的认识和分析能力。

但是，长期以来，由于我国大多数社会科学工作者和研究者的数理准备不足，因而难以准确而有效地掌握和运用这些学科。为了尽快地改变这种状况，我们特编辑出版这套“社会科学新方法”丛书，准备在适当地提高数理水平的基础上，结合社会科学中的各种具体问题，有针对性地介绍控制论、博弈论、决策论、系统动力学等学科。

本丛书的目的是为那些数理准备不足的社会科学工作者和研究者在本学科（如经济学、社会学）与新方法（如系统动力学）之间架起一座桥梁；并希望激起大家进一步钻研各种新方法的兴趣和热情，以利于更好地分析和解决本学科的各种实际问题。

为了达到上述目的，我们力求在丛书的编写上，做到以下几点：

第一，角度适当。尽量从大家所熟悉的社会、历史、经济等现象和实例中，抽象出基本概念，给人一种“亲切感”。

第二，重视应用。在描述社会科学中的各种具体问题时，使这些概念“动作”起来，提高读者对问题的分析能力和描述的清晰度。

第三，突出重点。对使用频率高的基本概念多加解释，多举例说明之，并逐步严格化；其他则或简或略。

第四，兼顾全局。在突出重点的基础上，保持一定的学科系统性。

第五，循序渐进。尽可能降低对预备知识的要求，并使预备知识的负担与学习的收获能平衡地随着内容的推进而进展。

由于编者水平有限，不当之处，尚望就正于读者。

编者

GDE71 / 16

编 者 序

本书主要是根据《Mathematical Models in the Social Sciences》(作者: John G. Kemeny and J. Laurie Snell; The MIT Press)一书编译的。尽管该书英文版的出版年代较早(1962年),但其中所介绍的很多数理方法在社会科学中的有趣应用,在国内目前相应的各种书中仍然很少见到。例如图论在组织理论和政治结构分析中的应用;势理论在货币流通控制中的应用,等等。因此,它对于普及和提高我国社会科学界的数理水平,仍然有一定的参考价值。

原文的第九章是介绍动态规划在经济管理中的应用,鉴于在我国已有详简程度不一的各种导论和教本介绍这类内容,故未译出。

编者对第二章(公理化方法与偏好排序)作了较大的改动,一是增加了两个实例,以提高应用性;二是在文字上也做了不少补充说明,以提高可读性。对其他各章则改动很少。

由于编者水平有限,错误之处,在所难免,还望就正于读者。

目 录

编者序

第一章	关于数学模型的方法.....	(1)
第二章	偏好排序与公理化方法.....	(9)
第三章	生态学：两个动力学模型.....	(43)
第四章	市场稳定性：一个动力学模型.....	(56)
第五章	社会学中的马尔可夫链.....	(80)
第六章	货币流的稳定性与离散势理论.....	(96)
第七章	分支过程.....	(113)
第八章	组织理论与图论的应用.....	(134)
附录 A	不动点定理	(152)
附录 B	效用函数	(155)
附录 C	有限马尔可夫链	(159)
附录 D	生成函数	(165)
附录 E	组合引理	(167)
附录 F	两变量函数	(172)

第一章

关于数学模型的方法

要知道数学模型在科学中的作用，我们首先要有一些对科学方法的性质的了解。科学方法可以被初步地描述为一个循环过程，在这个过程中人类通过经验进行学习。由于事实和论据的积累，与自然界的实际作用越来越符合的理论就可以被系统地阐述。

科学方法的基本过程可以被分为三步，即归纳、推导及证明。归纳这一步包括科学家从事实的观察中形成理论。这些理论既可以非常接近他们“简单概括被观察到的事实”，也可以象当代理论物理一样抽象。归纳这一步的创造力是必要的，尽管在进行这种工作时，各种法则帮助理论科学家，然而它们简直是极不可靠的指南，而且无论如何没有成功的保证。科学家可能仅在很少量的条件下去观察一个过程，之后他必须试图极为一般地去解释它。因此，即便是一个富有灵感的理论部分地也是一种富有灵感的猜测。

一旦一种理论被准确地加以系统地表述，逻辑和数学工具就可以用于从中推导结果的过程中。这时就可以进入第二步推导。形成理论的这一步对于科学家来说更为重要。在推导的过程中，科学家们发现理论的一些结果，对他们并不立即显露。在某些情况下，推导过程要继续若干年，而结果可能是完全意想不到的。

一旦一些有意思的结果从理论中被导出，它们必须被付之于实验证明的检验，在某些情形里，新近推出的论据可能与已观察到的情况相一致，而在其他的情形中，要用新的观察和实验去检验这些推断。前一情况，理论用于解释已知的事实；后一情况，我们还要继续预测新的事实。

我们在理论上的信心来自越来越多的推断变为事实。另一方面，科学史上大量的进一步的实验使我们抛弃以前所接受的理论。一种理论被否决经常直接激发另一种更完善的理论的形成——它既解释了原有的理论所依据的旧事实，又了解了导致放弃陈旧理论的新事实。

在这本书里，我们选用了七个数学模型，用它们来解释社会科学中各种不同分枝的理论。每一章都以类似方式安排了科学方法的惯常运用。首先，从一个社会科学的分枝中提出问题，然后形成它的数学模型（理论），接着从这些理论中推演出一些结果，最后对结果进行说明和解释。我们希望这一步骤将说明理论形成的方式。实际上，除了搜集事实之外，它将说明整个科学方法的全过程，也就是说，一开始我们收集已有的事实，而最终我们准备把自己的理论预言付之于进一步的观察检验。

尽管我们的大多数章节都阐述了这个基本过程，然而整个的循环过程可以在第五章中得到最好的观察。在对一个小组的实验材料之上形成数学模型，并在细节上完成它之后，我们提出的一些实验证据表明，最初的模型不一定是适当的，我们说明了在证据不足的时候应如何提出一个改进模型。

把纯粹数学理论与它的模型解释相对照是重要的。让我

们来依据第3章的生态学模型来说明这个问题。从纯粹数学的观点来看，我们面对着一对简单的微分方程。因为这两个方程没有实际的内容，所以它们既不正确也不错。更确切地说，它们研究的是抽象的形态。从这对方程我们可以推出某种“如果…于是…”的陈述。举个例子，我们可以表明，如果任何种类的某种数量表现出服从由方程所表示出的自然法则，那么这些方程必定永远处于由它的初值所确定的轨道上。

然后我们发现某种动物种群的繁殖方式可以粗略地看作服从于这些微分方程的描述。这样我们就提供一个说明，令 x 和 y 代表两个种群的实际数量，并把 t 看作以某种方便的单位加以测度的时间。从而我们为所有的结果自动提供了解释，这些结果是从这些方程中推导出来的。这些推断中的每一个要以需要说明的方式给予解释，它们必须要么符合已知的事实，要么作为未知事实的预测。

与科学理论的形成紧密相联的问题是科学家如何得到他们的基本概念。特别有意思的是被称之为理论概念的问题，这些概念合理地远离描述直接经验的具体词义。科学史表明这样的结论，大多数有用的理论概念，与大多数有用的理论是同时形成的。也就是说，只有当有效的试验给出的概念是真实的时候，我们才可能形成有效的理论。因此，不用奇怪在下面大部分章节中，难以从用公式表示的数学模型中分离出概念的形成。但对第2章而言，当一个人想找出科学的来龙去脉时，它提供了接近于纯粹概念的形成过程。

的确，在第2章中形成一个数学模型的基础问题谈得并不太多，实际上作为一个数学工具（在排序间的“距离”）

的发展它后来可能用于建立各种不同的模型。众所周知，象解释这样一种技术，对于精确概念的形成变得非常普通。一个开始时没有准确表达的思想，而希望达到精确和有效的概念，它的一般程序如下：首先要建立准确定义所必须满足的适当条件；然后找出满足所有这些条件的最简单的定义条件。第二章实行了这一程序，并在细节上表明在数学概念的形成中所面临的是哪类问题。^①

经常可以发现，一个单纯模糊的、直觉的思想导致一些性质不同的和精确的概念，它们可能在不同的运用中是有效的。这一点可由一个结构是“平衡的”或“均衡的”直观想法得到好的说明。这一思想于第3章、第4章和第8章得到不同的、精确的公式表示，在这几章里，我们分别地讨论了两个种群、一个市场以及一个政治结构的平衡或均衡。

现在让我们把用于科学中的数学模型进行分组，一个基本的区别是，模型是否具有所说的“确定的”性质。根据经典物理学，可以说明这一区别。例如，牛顿法则具有确定的性质，也就是说，如果有关于过去的充分可用信息，就可以预测系统的整个未来。另一方面，统计力学模型是非确定的，因此，其性质是概率性的；也就是说，不管有多少关于过去的信息，也只能预测未来事件出现的概率，且经常是随着时间的推移，可用的信息量就失去了它的价值。确定性模型将在第3章、第4章、第6章里见到。概率性模型将在第

① 第2章所导出的距离概念的应用是对于一致排序而言的。这种排序是由一组专家做出的，这是一个程序上的事情，而不是科学理论。但是，一旦可以得到这种概念，则通常表明在新的关系中它们是有用的。例如，J. Berger有关试验小组的理论工作，提供了这种距离概念的基本应用。

5 章和第 7 章中论述。读者可以比较这两种模型所导出的预测。

应特别提到的是，各种预测（人们所希望形成的每种模型）的不同并不意味着一种预测不如另一种更有用。

上述所有模型在性质上都有作为“论断性”的特征。它们可以和第 2 章和第 8 章中的模型相对照，这两个模型基本上是“描述性的”。在第 2 章的模型中，我们比较了对象的同一集合的不同排序，而在第 8 章的模型中，我们对社会结构进行了分类。

有时理论的抽象水平对于区别各种理论是有用的，我们可以用确定性的理论或者用概率理论去说明这一特征。第 3 章和第 4 章论述了确定性的微分方程模型。而第 3 章的模型则更接近实际观测水平。在这个生态学模型中变量表示了直接观测的量，也就是各种不同动物的数量。与此相对照的是，第 4 章试图描述一个使市场运行的“潜在机制”。为了描述对不同个人而言的不同商品的效用，所需要的那种数量是不能直接观测到的。

类似的有两个概率模型，其中第 5 章的一个比第 7 章的更为抽象。后者讨论了当一些顾客在排队时可直接观测的量，前者试图重建一种方式，在这一方式中一个实验对象做出自己的决策。这一对象的心理状态不象服务时间那样可直接测度，它不能以一种简单容易的方法来观测。当然，在这些模型中，没有一个达到了表征着当代物理学理论特征的抽象水平。在一些真正抽象的模型中，它们与实验的联系，是在非常间接的经过很长的推导过程之后建立起来的。到目前为止，在社会科学中尚很少达到这种水平。

在社会科学中一个更抽象的模型的最佳实例之一，是一个适用于简单的学习实践的模型，它已被W.K.易斯特斯完成，本书且不作探讨，它的一些细节在本书作者以前的一本书中有过论述。^①

由于很多科学家似乎受到这样一种影响，即认为数学的运用密切地与数的概念的扩展相联系，或者至少要与空间概念的扩展相联系，所以包括在我们整理之中的两个非数值和非几何学的模型是值得注意的。第2章和第8章使用的技巧不被古典数学家承认为是数学，即：抽象距离（度量空间）以及图论。值得庆幸的是由于数学在本质上不断扩展自己的概念，从而使这些模型在今天能为我们所用。看来完全可能的是在非常复杂的社会科学中，最大的成功可能是由现代数学所产生的非数值模型做出的。

最后，让我们提一些有关数学模型的不同用途的问题。如前面所表明的，两个基本的用途在于解释已知的事实和预测目前还不知道的事实。当然，每一章都在某种程度上对这两种趋势进行了说明。如果模型的构建是正确的，那么就可以解释它们所据以建立起来的事实，如果模型包含任何全新的因素，那么它们就可做出有关未来的预测。

我们来检验一个模型的每种用途的清晰的实例。首先让我们参考第3章，将其作为一个科学解说的实例：在封闭的生态系统中，可以观测到某种动物的数量具有周期形态。在第3章这个发展了的模型为周期行为提供了一个基本的解释。

① John G. Kemeny and J. Laurie Snell, Finite Markov Chains (Princeton, N.J.; D. Van Nostrand Co., 1960) Chap VII, Sec. 5.

第7章提供了一个预测未来的好例子，该章中的“第2个问题”得到了相当详细和广泛的研究，从而它使不同的行业能够预测对自己人员和设备的需要。例如，通过一些方法在该章中阐述了贝尔电话公司要规划的若干数量和种类的电话中继线，这批中继线必须对公司顾客提供充分的服务。模型的任务是预测顾客在接通一条电话中继线之前平均需要等待多久，在给定若干有关顾客的通话特点以及可用中继线数量明细表的信息的条件下根据所进行的一定数量的这类估算，公司可以找到最低数量的中继线。它能提供董事会认为是满意的服务。

前面举例阐述的事实是，虽然所进行的某些预测纯粹出于科学的好奇，但在很多例子中，具有强预测力的模型可作为计划方法来使用。这种特点在第6章中得到了很好的说明，第6章包含一个新颖的思想，这是本书首先提出的一种计划方法。

我们希望这本书有助于加强这种一般印象，即数学具有广泛和富有成效的用途。尽管这一点在物理学中以及某种程度上在生物学中已被承认，但就其在社会科学中被承认而言仍有很多持怀疑态度的人。在某种程度上，这种怀疑态度来源于非常正统的反对理由，即社会科学的复杂性比物理学和生物学要大得多。但这只不过表明，社会科学所需的数学技巧也将必需更加复杂。另外，它还表明为社会科学发展不同寻常的模型需要大量的时间，甚至在科学高速发展的今天也是这样。

但在某种程度上，反对的理由是出于对数学的本质误解，在最广泛的意义上说，最好把数学看作是对抽象关系的

研究。从这一点来看，数学适用于任何已明确定义的领域是不足为怪的。不管怎样，在给定的社会科学领域中，无论所研究的现象的性质是什么，它们的不同组成部分确实表现出彼此有一定的关系，一旦能将其用抽象而精确的公式表示出来，那么就可以运用数学分析中的丰富方法。当然，可以预计这样构造出来的数学模型通常不是数学家们以前研究过的。因此，人们将看到那么一天，那时社会科学对于新数学的发展将作为主要的刺激因素，就象物理学过去所做的那样。

另一方面，十分幸运的是数学家们纯粹为了他们的审美满足而发展了科学及数学中的数学模型，随后已被证明是极为有用的。在物理学中一个突出的例子是发明了“虚数”，作为它真正的名字所显示出来的，似乎与现实事物没有联系，而这些数在现代物理中起到了决定性的作用。例如整个电磁学理论就建基于虚数的运用之上。

发现可以用于各种不同意图的同样的抽象数学模型这并不奇怪，这一点可以在本书的两章里得到很好的说明。在第7章，一个同样的数学模型一方面被用于种群增长，另一方面又被用于人们排队等待服务的问题。在第6章可以找到对一个更加引人注目的这种奇怪的巧合的说明。在那里运用了由纯数学家们所发展出的数学工具，而他们的兴趣在于对经典物理学的势理论中的某些结果给出概率性的推广。这些结果实际上对于经济学中的实际计划问题也是适用的，这就表明了抽象模型的巨大适应性。

第二章

偏好排序与公理化方法

1. 问题的陈述

在社会生活中有大量的问题可以归结为偏好排序。例如，选举问题；又如，一个团体面对着若干个活动方案，而团体内部的成员对哪个方案更好有不同看法，要问团体应选择哪个方案的问题。类似的问题可整理成下述更简洁、更一般的形式：设有 n 个人，他们面对着 m 个对象，每个人要根据自己的喜好对这些对象进行排列，最喜好的对象排在第一，比较喜好的排在第二，等等；这就是个人的偏好排序。问题在于不同个人的偏好排序可能是不同的，那么应该怎样对不同个人的偏好排序进行数量上的比较，以及如何从 n 个人的整体上来处理不同的偏好排序，从而得出某个最能代表整体的看法？

公理化方法是分析这类问题的一种有力的方法，并可由此导出一系列深刻而饶有兴味的结论。

作出某些假设，并由此用演绎的方法导出结论，这是纯粹数学的公理化方法。这种方法的关键之处在于要选取能导致有意义结论的合理假设。在数学中，一个最早和最成功的运用公理化方法的例子是二千多年前的欧几里得几何学；在物理学中最早和最成功的例子则是牛顿力学。这种方法也已

广泛地运用于社会学和经济学等社会学科。在本章中，我们要用这种方法分析社会科学中的一些具体问题。

现在，假设有10个专家，每个人都按照自己的偏好，对50个对象的集合进行排序，为了得到最大数量的不同排序，允许在排序中出现平局，即某个专家认为有几个对象是难分优劣的。现在假设要得出一个一致的排序（即最能代表整体倾向的一个排序）。我们应该如何进行这个工作？

这个问题可被归结为类似于经典统计的问题，如果我们能在各种排序之间引入一个距离的测度。这样，我们的问题就是给出50个对象的所有可能排序的集合，并将这个集合变换到一个几何空间，在其上，在任何两个排序之间，定义了一个确定的距离。

我们以字母 $\overline{A}$ ， $\overline{B}$ ， $\overline{C}$ 来表示各种排序。例如，如果我们有3个对象 a ， b ， c ，则 $\overline{A}$ 代表这样一个排序（它表示了某个专家的看法或偏好）： b 排在第一位， a 排在第二位， c 排在第三位；而 $\overline{B}$ 代表排序（它表示了另一个专家的偏好）： c 第一， a 和 b 并列第二。为方便，我们使用下述符号：

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} b \\ a \\ c \end{pmatrix}; \quad \overline{B} = \begin{pmatrix} c \\ a-b \end{pmatrix}$$

注意，这里的“ $a-b$ ”不表示 a 减 b ，而是表示 a 和 b 同等重要。

现在我们在 $\overline{A}$ 和 $\overline{B}$ 这一对排序之间引入一个距离的测度，并将它们之间的距离记为 $d(\overline{A}, \overline{B})$ 。由于 a ， b ， c 可能不是数，而是可以加以排列的任意对象。例如 a ， b ， c 可能是选举过程中的不同候选人，或是各种不同的方案，