

高等工科院校试用教材

高等数学

上册

合肥工业大学高等数学教材编写组 主编

科学技术文献出版社

373724

高等工科院校试用教材

高等数学

上册

合肥工业大学

高等数学教材编写组 主编

科学技术文献出版社

(京) 新登字130号

内 容 提 要

本书是根据国家教委颁发的“关于高等学校数学课程基本要求”，结合多年教学经验及教学改革的精神编写的。

本书分上、下两册出版。上册内容为函数与极限、导数与微分、导数应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何，书末附有积分表和习题答案。

本书纲目清晰，说理浅显，叙述简明，例题较多，习题分类，便于教学与自学。可作为高等工科院校的教材或教学参考书。

高等工科院试用教材

高 等 数 学

上 册

合肥工业大学

高等数学教材编写组 主编

科学技术文献出版社出版

(北京复兴路15号 邮政编码100038)

北京怀柔燕东印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

787×1092毫米 32开本 20²/₁₆印张 449千字

1993年7月第1版 1993年7月第1次印刷

印数：1—5000册

科技新书目：290—102

ISBN 7-5023-1903-4/0·88

定 价：10.50元

合肥工业大学工科数学教材编写委员会

主任委员： 朱功勤

委 员： (以姓氏笔划为序)

宁日晖 邬吉生 邬弘毅 苏家铎

胡大受 顾秉琰 蒋和理 戴俭华

顾 问： 万迪生

前 言

本书是在合肥工业大学历年自编《高等数学》讲义的基础上，参照国家教委颁发的“关于高等学校数学课程基本要求”，结合近年来教学改革经验及多年教学实践编写而成的。

本书在编写过程中注意遵循下列原则：

(1) 工程科学实用原则 这是本书选材的依据和出发点。同时，本书在编写上力求联系工程实际问题，注意加深微积分基本概念的理解，着重培养学生运用微积分知识分析、解决工程实际问题的能力。

(2) 删繁就简，突出重点的原则 本书在选材和叙述方面，力求少而精。对高等数学的基本理论和方法，突出重点，着重使学生理解概念、掌握方法和灵活运用，力求纲目清晰，叙述简明。

(3) 直观通俗便于自学的原则，力求达到教师易教，学生易学 在内容安排、概念引入和计算演绎等方面尽可能直观、简明、富有启发性。不过分追求数学自身的系统性、完备性。

(4) 便于不同层次学生需要的原则 本书习题分A、B两类，A类为基本题，B类为提高题，每章之后还附有复习题，教师可根据学生情况酌情选用。

此外，鉴于计算机的使用日益广泛，本书重视了微积分

的一些数值算法。

本书分上、下两册。上册包括函数与极限、导数与微分、导数应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何等六章；下册包括多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、级数及常微分方程等五章。书末附有习题答案。

参加本书编写的（以章为序）有潘麟生、周传瑞、汪绪安、高心辉、杨宗膺、邬弘毅、耿玉华、杨杏娣、顾秉琰、胡德建、何先枝、张昌波、梁作原、蔡凤生、石心坦、苏家铎、张春炎、方毅、杜雪樵、宁日晖、王思鹏、姚大华、邬吉生、周永昌等同志，其中潘麟生、蔡凤生等参加了部分统稿工作。

本书由淮南矿业学院程乃栋教授主审，合肥经济技术学院芦业广副教授等参加了审稿。他们对原稿提出了不少改进意见，对此我们表示衷心感谢。

本书全部编写工作是由合肥工业大学工科数学教材编写委员会领导和组织的，同时该编委会给出本书的编写原则和思路。

在本书编写过程中，合肥工业大学教材科郑象鹄自始至终关心本书的编写，借此机会，编者致以衷心的感谢。

在本书编写过程中，合肥工业大学教材科郑象鹄自始至终关心本书的编写，借此机会，编者致以衷心的感谢。

限于编者水平，加上编写时间比较仓促，不妥之处在所难免，希望广大师生和读者提出批评和指正。

合肥工业大学工科数学教材编写委员会

1992年10月

目 录

第一章 函数与极限	1
第一节 函数	1
一、常量与变量	1
二、函数概念	4
三、函数的几种特性	9
四、初等函数	13
习题 1-1	23
第二节 数列的极限	26
习题 1-2	32
第三节 函数的极限	33
一、自变量趋向无穷大时函数的极限	33
二、自变量趋向有限值时函数的极限	35
习题 1-3	40
第四节 无穷小与无穷大	41
一、无穷小	41
二、无穷大	44
习题 1-4	47
第五节 关于无穷小的定理 极限运算法则	47
习题 1-5	54
第六节 极限存在准则 两个重要极限	56
习题 1-6	64
第七节 无穷小的比较	65

习题 1-7	68
第八节 连续函数	70
一、连续函数的概念	70
二、函数的间断点	75
三、闭区间上连续函数的性质	79
习题 1-8	83
第九节 初等函数的连续性	83
习题 1-9	89
复习题	90
第二章 导数与微分	94
第一节 导数概念	94
一、引例	94
二、导数定义	98
三、函数可导性与连续性的关系	100
四、求导数举例	103
习题 2-1	107
第二节 函数的和差积商的求导法则	109
习题 2-2	113
第三节 反函数的导数 复合函数求导法则	115
一、反函数的导数	115
二、复合函数的求导法则	117
习题 2-3	124
第四节 初等函数的求导问题 隐函数的导数 对数求导法	125
一、初等函数的求导问题	125
二、隐函数求导法	130
三、对数求导法	132
习题 2-4	134
第五节 高阶导数	135

习题2-5	141
第六节 函数的微分	142
一、微分概念	142
二、微分的几何意义	146
三、微分基本公式和微分运算法则	148
习题2-6	152
第七节 由参数方程所确定的函数的导数	153
一、由参数方程所确定的函数的导数	153
二、极坐标方程的求导问题	158
习题2-7	160
第八节 微分的应用	162
一、微分在近似计算中的应用	162
二、微分在估计误差中的应用	164
习题2-8	167
复习题	168
第三章 导数应用	169
第一节 中值定理	169
习题3-1	178
第二节 罗必塔法则	182
习题3-2	192
第三节 泰勒公式	195
习题3-3	204
第四节 函数的增减性	205
习题3-4	209
第五节 函数的极值	211
习题3-5	217
第六节 函数最大值、最小值求法	218
习题3-6	222

第七节 曲线的凹凸性及拐点	224
习题3-7	228
第八节 函数作图	229
一、渐近线	230
二、函数作图	233
习题3-8	239
第九节 曲率	240
一、弧长的微分	240
二、曲率的定义及计算	242
习题3-9	248
第十节 方程的近似解	249
一、二分法	251
二、切线法	253
习题3-10	256
复习题	256
第四章 不定积分	260
第一节 不定积分的概念	260
一、原函数与不定积分	260
二、不定积分与微分的关系	266
三、不定积分的性质	268
习题4-1	271
第二节 换元积分法	273
一、第一换元积分法 (凑微分法)	273
二、第二换元积分法	282
习题4-2	290
第三节 分部积分法	293
习题4-3	301
第四节 有理函数的积分	303

一、有理函数的分解	303
二、有理函数的积分	308
习题4-4	313
第五节 可化为有理函数的积分	314
一、三角函数有理式的积分	314
二、几种无理函数的积分	318
习题4-5	322
第六节 积分表的使用法	323
习题4-6	327
复习题	327
第五章 定积分及其应用	329
第一节 定积分的概念	329
一、引入定积分概念的实例	329
二、定积分定义	334
三、定积分的几何意义	338
习题5-1	341
第二节 定积分的性质	342
习题5-2	348
第三节 定积分与原函数的关系	349
一、积分上限的函数及其导数	349
二、牛顿—莱布尼兹公式	354
习题5-3	358
第四节 定积分的换元法	362
习题5-4	371
第五节 定积分的分部积分法	376
习题5-5	380
第六节 定积分的近似积分法	382
一、梯形法	383

二、抛物线法 (辛普生(Simpson) 法).....	385
习题5-6.....	391
第七节 广义积分	391
一、无穷区间的广义积分	392
二、无界函数的广义积分	398
习题5-7.....	402
第八节 平面曲线的弧长	404
习题5-8.....	411
第九节 平面图形的面积、立体体积	411
一、微元法	411
二、平面图形的面积	413
三、已知平行截面面积的立体体积	421
习题5-9.....	427
第十节 定积分在物理上的应用	430
一、变力沿直线所作的功	430
二、引力	435
三、液体的压力	438
习题5-10	439
第十一节 平均值	441
习题5-11	445
复习题	446
第六章 向量代数与空间解析几何	450
第一节 空间直角坐标系	450
一、空间点的直角坐标	450
二、空间两点间的距离	455
习题6-1.....	457
第二节 向量及其线性运算	457
一、向量的概念	457

二、向量的加减法	460
三、向量与数的乘法	463
习题6-2	468
第三节 向量的坐标	469
一、向量在轴上的投影	469
二、投影定理	470
三、向量的坐标	474
四、向量的模与方向余弦	479
习题6-3	482
第四节 向量的乘法	483
一、两向量的数量积	483
二、两向量的向量积	488
三、向量的混合积	494
习题6-4	499
第五节 平面的方程	501
一、平面的点法式方程	501
二、平面的一般式方程	503
三、两平面的夹角	506
习题6-5	509
第六节 直线的方程	511
一、空间直线的对称式方程	511
二、空间直线的一般式方程	513
三、两直线的夹角	514
四、直线与平面间的夹角	515
五、直线与平面问题举例	517
习题6-6	520
第七节 曲面与曲线的方程	521
一、曲面与方程	521

二、曲线与方程	531
习题6-7	536
第八节 二次曲面的标准方程	537
一、椭球面	538
二、单叶双曲面	540
三、双叶双曲面	542
四、椭圆抛物面	544
五、双曲抛物面	546
习题6-8	546
复习题	548
附录 积分表	550
习题答案	571

第一章 函数与极限

函数是高等数学研究的对象，极限是研究函数的基本工具，而连续函数是高等数学研究的主要对象。通过本章学习，要求：

理解函数概念、极限概念和函数连续性概念，掌握极限运算法则和两个极限存在准则，会用两个重要极限求极限，了解闭区间上连续函数的性质和初等函数的连续性。

第一节 函 数

一、常量与变量

在自然现象或科学试验中，我们经常遇到各种不同的量，如时间、长度、速度、温度、重量等。任何一种量，按照各自的变化过程，有些在过程进行中取不同的数值，有些在过程进行中保持一定的取值，这些量前者称为**变量**，后者称为**常量**。例如，物体在作自由落体运动时，落体的速度与位移就不断改变，是变量；而落体的质量则在整个过程中保持不变，是常量。又例如将一个密封容器内的气体加热，容器内气体的温度和压力就不断改变，是变量；而气体的体积和分子数在整个过程中保持不变，是常量。由于事物的运动是绝对的，而静止是相对的，因此，常量总是相对于事物发展的某个过程讲的，在一些问题中，有些量由于它的变化很微小，为了简化问题的讨论，我们有时把它暂作常量来处理。

理，这就是说，常量可能转化为变量，变量也可能转化为常量，要根据具体情况作具体分析。例如，重力加速度就整个地球而言，不同的地点取不同的值，因而它是变量；但就某一局部地区来说，重力加速度可以看作常量。以后，我们常常把常量作为一个特殊的变量作统一处理。对常量与变量，我们常用字母 a 、 b 、 c 等表示常量，用字母 x 、 y 、 z 等表示变量。

在观察变量时，我们发现变量的取值具有一定的变化范围。例如，一天的时间 t 取值总是介于0到24（小时）之间。温度 T 的变化不能低于 -273°C 。

变量的取值范围是一个集合，常常是由区间或邻域组成。下面介绍区间和邻域的概念。

1. 区间

满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的全体实数称为**闭区间**，其中 a, b 为实数，且 $a < b$ ，记为 $[a, b]$ ，即 $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ ，即 $x \in [a, b]$ 。“ $\in$ ”读作属于，（图1-1）。 a, b 称为区间 $[a, b]$ 的端点。



图 1-1

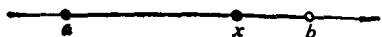


图 1-2

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\} \text{ 即 } x \in (a, b)$$

满足不等式 $a < x \leq b$ 或 $a \leq x < b$ 的全体实数值 x 称为**半开区间** 记为 $(a, b]$ 或 $[a, b)$ (图 1-3), 即 $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ 或 $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$

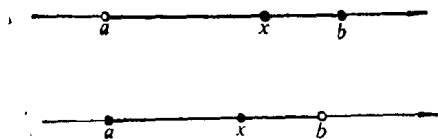


图 1-3

以上这些区间都称为**有限区间**, 类似地可以表示**无限区间**, 例如,

$$(-\infty, +\infty) = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}$$

$$[a, +\infty) = \{x \mid a \leq x < +\infty\}$$

$$(-\infty, b) = \{x \mid -\infty < x < b\}$$

在数轴上如图 1-4 所示。

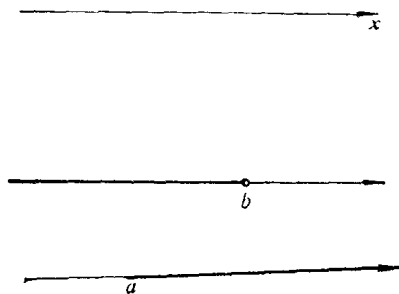


图 1-4

注, 记号 “ ∞ ” 并不表示数量, $[a, +\infty)$ 表示 x 在不小于 a 的范围内变化, 同样方法去理解其它的无穷区间。