

经济数学模型 与方法手册

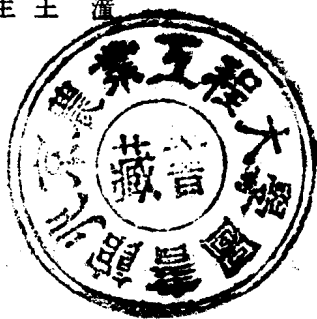
[苏] 阿·弗·克鲁舍夫斯基 编

中国人民大学出版社

经济数学模型 与 方法手册

[苏] 阿·弗·克鲁舍夫斯基 编

邵汉青 刘起运 程卫平 译
张元生 王 潼



中国人民大学出版社

Крушевский А.В.
Справочник
по экономико-математическим
моделям и методам
Издательство «Техника» 1982

2829/06
经济数学模型与方法手册

【苏】阿·弗·克鲁舍夫斯基编

邵汉青·刘起运·程卫平译
张先王·王·王

中国人民大学出版社出版发行
(北京西便门大街26号)
北京丰华印刷厂印刷

新华书店经销

开本：850×1168毫米32开 印张：10
1987年1月第1版 1987年1月第1次印刷
字数：243,000 册数：1—10,000

ISBN 7-300-00002-9/F·2

书号：4011·5472 定价：1.80元

译者说明

随着我国经济建设的蓬勃发展，国民经济各部门间、地区间和再生产的各环节间的联系日趋复杂，经济问题中的定量分析越来越显得重要，尤其对经济数学模型的研究和应用，正在越来越广泛地引起注意和兴趣。在实际工作和学习中大家迫切希望有一本关于经济数学模型的工具书。为了适应这一需要，我们翻译了这本书。

该书作者收集了大量的经济数学模型。从模型描述的范围来看，有企业模型、部门模型、地区模型乃至整个国民经济模型；从模型的种类来看，包括有反映工农业生产、建设、运输、商业生产力布局等经济内容的模型。全书按部门模型分章，各章依据研究的经济问题，列出各式各样的模型，每个模型详细列出所用符号的含义，写出数学模型的具体形式，有部分模型还列举有实例，以便进一步深入理解模型。

这本书如同字典一样，可根据研究的不同经济问题，从书中查找有关模型。在进行具体分析的基础上，选取能表达经济中基本数量关系的诸变量，建立起可以真实地反映实际经济过程的数学模型，便于我们进行经济分析和经济决策。这本书可帮助大家充分利用行之有效的模型，能启发读者，开阔思路，灵活运用各种模型。该书适合基层经济管理工作者和宏观经济计划管理工作者在实际工作中使用，也可作为经济科学研究和教学人员的参考书。

译者对本书原版中出现的差错作了必要的订正，并对个别值

得进一步推敲的地方加了注释。

本书由国家计划委员会经济预测中心和中国人民大学计划统计学院计划方法教研室合作翻译，并作了交换校对。此稿翻译分工如下：第一、二章邵汉青，导言及第三、五章刘起运，第四、六章张元生，第七、九章王潼，第八章程卫平。中国人民大学出版社的同志曾提出宝贵意见，为本书出版给予了大力支持，在此表示衷心感谢。最后，由于译者水平有限，缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

1985年6月

目 录

导 言	1
第一章 工业企业模型	5
一、工业企业编制计划的矩阵模型	5
二、编制技术经济(生产)计划的模型	8
三、成套产品生产量最大	9
四、考虑各车间生产能力的配套产品生产量最大	10
五、生产设备最优负荷模型	12
(一) 不能互相代替的设备组充分负荷模型	13
(二) 可互相代替的设备组充分负荷模型	16
六、按作业形式分配设备的模型	17
七、按地点分配设备的模型	19
八、最优混合产品模型	24
九、材料的最优剪裁模型	25
(一) 为得到已知毛坯数量的材料最优剪裁模型	26
(二) 为生产成套产品,成批材料的最优剪裁模型	27
十、编制作业日历计划的模型	30
(一) 生产计划时间的分配模型	31
(二) 在大批量生产中,编制立体日历计划的模型	32
(三) 考虑完成计划时间相同的小批量生产作业日历 计划模型	34
(四) 零配件投料顺序模型	35
(五) 编制生产日历计划的一般模型	37
(六) 考虑重新调整零配件投料顺序的模型	39

(七) 关于重新调整任务的模型.....	40
第二章 农业企业模型.....	50
一、部门最优结合的基本模型.....	50
二、农业部门最优结合的一般模型.....	53
三、饲料最优利用模型.....	56
四、饲料最优生产模型.....	58
五、播种面积的布局 and 结构模型.....	60
六、轮作的最优化模型.....	63
七、机器拖拉机总量最优利用模型.....	64
八、补充机器拖拉机总量的模型.....	65
九、机器拖拉机总量最优结构模型.....	66
十、组成施肥最优系统的模型.....	63
十一、青饲料最优生产模型.....	71
十二、畜群周转和结构模型.....	72
第三章 工业部门级模型.....	74
一、最佳工艺选择模型.....	74
工艺选择的对偶问题.....	75
二、工艺选择总问题.....	77
三、部门生产计划最优化模型.....	78
四、部属企业产品生产总计划最佳分派模型.....	80
五、部属企业选择最佳生产计划的模型.....	82
六、考虑原料进货、储存、加工的最佳部门计划 工作模型.....	83
七、机器总量负载模型.....	85
八、生产专业化模型.....	86
九、甜菜收割、储存和加工进度优化问题模型.....	87
十、标准工具生产专业化模型.....	88
十一、考虑主设备组的通过能力的标准工具生产	

专业化模型	89
十二、部门生产布局问题模型	91
(一) 一种产品生产布局的线性静态模型	91
(二) 非线性静态的布局问题模型	92
(三) 考虑通过能力和有限资源的静态布局模型	93
(四) 网络供货中生产布局问题的模型	95
(五) 多方案静态布局模型	96
(六) 网络供货中生产布局多方案问题模型	97
(七) 静态多阶段生产布局问题模型	99
(八) 生产布局多阶段多方案问题模型	103
十三、生产布局动态模型	105
(一) 线性动态布局模型	105
(二) 多方案动态布局问题模型	106
十四、多种产品的生产布局问题	108
(一) 线性静态多产品生产布局模型	108
(二) 非线性静态多产品生产布局模型	109
(三) 考虑通过能力和限额资源的静态多产品布局模型	110
(四) 线路供应中多产品布局问题模型	112
(五) 线路供应中多方案多产品静态布局模型	113
(六) 多方案多产品静态生产布局模型	115
(七) 多阶段多产品单方案静态生产布局模型	117
(八) 多产品多阶段带方案的生产布局模型	119
十五、考虑直接联系的布局模型	121
十六、动态多产品布局模型	123
(一) 线性动态多产品生产布局模型	123
(二) 多产品带方案动态布局模型	124
(三) 多产品多阶段带方案动态布局模型	126
十七、工业部门投资分配模型	128
(一) 考虑能力不断形成的投资分配模型	129
(二) 包含拨给设备资金的投资分配模型	131

(三) 新建工程投资分配模型	136
(四) 跨期建设项目和新开工项目投资分配模型	137
(五) 选择计划期建设项目的多方案模型	141
(六) 考虑总限额带方案的基本建设项目模型	142
(七) 若干部门投资分配模型	144
十八、部门生产发展和投资计划模型	146
十九、联合公司生产发展的投资计划模型	148
(一) 一些企业发展方案的投资计划模型	148
(二) 工艺环节项目发展方案的投资计划模型(以采煤 为例)	151
第四章 农业部门级模型	155
一、农产品生产专业化模型	155
二、最优使用土地面积的模型	156
三、农产品生产布局模型	158
四、农业生产布局下的农工联系模型	159
五、投资分配模型	161
(一) 部门间投资分配模型	162
(二) 部门内农业企业投资分配模型	163
六、无机肥料使用优化模型	165
七、无机肥料的计划指标最优分配模型	167
八、地区(范围内)农产品收购优化模型(在产品 运费不高的情况下)	169
(一) 考虑运费的农产品收购优化模型	171
(二) 考虑产品价格和赢利率级差的国家农产品收购 计划的优化模型	175
九、农产品生产布局和收购计划优化模型	177
第五章 运输问题模型	180
一、运输线路扩展的模型	181
(一) 多方案的扩展运输线路的模型	181

(二) 连续扩展运输线路的模型	183
二、车皮总数综合调配模型	185
考虑追加车皮供货的综合调配车皮总数模型	186
三、将用户划归给供货者的模型	187
(一) 供货者指定给用户的模型(不考虑运输工具退 回的费用)	188
(二) 考虑退回运输工具将用户划归给供货者的模型	189
四、按线路分配运输工具的模型	191
(一) 按线路分配汽车(船舶)的模型	191
(二) 按航线分配民航飞机的模型	192
五、补充民航飞机的模型	195
六、考虑转载的运输模型	196
(一) 一次转载不同种货物的运输模型	196
(二) 多阶段转载货物的运输模型	198
七、网络供货的运输问题	202
八、按负载体分配投资的模型	203
第六章 商业活动模型	205
一、零售商业网布局模型	205
二、商业企业经济活动计划管理模型	207
三、商业部门发展计划的优化模型	209
四、不同工资额的职工分配预测模型	211
五、不同收入水平的居民分布预测模型	212
六、居民货币收入平衡项目分布预测模型	214
七、耐用消费品需求预测模型	216
第七章 国民经济问题模型	222
一、静态部门间平衡模型	222
二、动态部门间平衡模型	224
三、考虑投资时滞的部门间平衡模型	226

四、假定所有投资都形成固定资产的动态部门间平衡模型	228
五、生产力布局模型	230
六、价格形成模型	232
七、部门和地区发展计划综合模型	238
八、产品间多层次总量化平衡模型	244
九、国民经济发展模型	246
部门指标校正模型	251
第八章 经济指标预测模型	254
一、单因素时间序列基本预测模型	254
二、指数平滑法	260
三、考虑增量的时间序列预测方法	263
四、单因素时间序列的最优函数选择方法	263
五、多因素预测模型	264
六、考虑时滞的预测模型	267
(一) 考虑分布时滞的多因素模型	269
(二) 考虑时滞与因素间相互联系的多因素预测模型	270
七、动态预测模型	271
八、多因素模型中表示预测趋势的最优函数的选择方法	272
九、自变量分组考虑方法	273
十、考虑经济指标之间替代性的预测模型	275
第九章 数学方法	278
一、线性代数方程	278
(一) 解线性代数方程组的高斯方法	278
(二) 解线性方程组的约当-高斯方法	280
二、线性规划问题	281
(一) 线性规划问题的新形式	285

(二) 新形式线性规划问题的解的最优性准则	286
(三) 逐步改善解的单纯形法(直接法)	287
(四) 初始基本解求法(人工基单纯形法)	289
三、整数线性规划问题	290
解整数线性规划问题的勾莫里算法	291
四、离散规划	292
分枝和限界方法	292
五、运输问题	295
(一) 运输问题的最优性准则	295
(二) 解运输问题的算法	295
六、方阵送达地点问题	298
推销员(路线抉择)问题	300
七、非线性规划问题	305
梯度法	306

导 言

科学技术进步与科学、技术、生产和消费各方面的各级计划和管理制度的改善有着不可分割的联系。利用经济数学模型、方法和现代电子计算机是研究技术经济过程和进行计划管理决策的重要辅助手段之一。

经济数学模型·——这是按一定的目的以抽象的形式表现经济过程的数量规律性的数学问题。经济数学模型应真实地（完全相符地）反映经济过程的目标。通常，目标以标准的形式——目标函数来表现，而条件和规律性以数学关系式来表现。既然在经济数学模型中不能顾及到过程的全部特性和规律，那么只能反映出一些最重要的方面。

要利用经济数学模型就必须选择合适的模型，准备信息，拟订或挑选问题求解的方法，编制和提交电子计算机的执行程序，用电子计算机进行计算并分析得到的计算结果。选择数学模型应从所提出的目标出发，并建立在对因素、指标及其相互联系进行分析的基础上。

由于研究者本人提出的要求不同，同一个过程的数学模型可能是不同的。指标、因素和相互关系考虑得越多，计算越精确，那么模型对经济过程反映得越充分，且变得越加复杂。应用复杂的模型是很困难的，因为它包括许多未知数、系数、比值。在这种情况下，准备信息和取得最优方案则成为一个难题。所以，一

• 以下经济数学模型亦称数学模型。

般地说，实际上所研制的是若干能提供满意结果的简化模型。如果在模型中考虑的因素、指标和相关联系太少，那么所取得的结果就难以接受。因为在此情况下，模型不足以表现过程的真实情况。在拟订模型时，必须以问题求解的效益标准的形式准确地表达目标。经济关系应该以一定的数量形式表示出来。如果实际的社会经济联系和因素不能以一定形式的数量关系来表现，那么就需用较简单的比例关系近似地考虑这些联系。应指出，线性模型最广泛，因为它以线性联系的形式很简单明了地解释了过程的规律性。用数学模型来表现问题，确定问题求解的有效方法具有重大意义。一般地说，非线性模型要比线性模型复杂。对于一般形式的非线性问题还没有研究出有效的求解方法。对于很多局部的非线性问题，例如二次规划问题，则有比较有效的专门求解方法。对于线性规划问题，已研究出通用的有效求解方法。很多模型可归结为整数规划或组合规划问题。对于这些问题也有可以接受的近似求解方法。如果所得到的模型没有可接受的数学求解方法，那么就要研究其它方法。但是要懂得，研究这种方法是一个难题，要消耗大量的时间并要劳神高水平的数学家。实践证明，对于多维问题使用逼近法更为有效，虽然它不一定能得出准确的解，但是在允许的时间内能提供出更好的求解方案。因为在允许的时间内能提供出比现有方法更好的方案（不一定是最优的），所以实际上这种方法常常是很有用的。

要编写电子计算机程序，实现所选的计算方法，就必须研究将求解算法编为程序的技术问题。对于这个问题，需要确定程序是编在磁盘操作系统DOS还是编在OC操作系统。DOS系统比较简单，但比OC系统的能力小。OC系统比DOS系统能更有效地编制程序，这就在程序运行时提供了大大缩减机时消耗的可能性。在建立程序时，使用分组方法是适当的，亦即按组建立程序。划分出如下重要组是有益的：输入数据程序、求解算法程序、输出

打印程序。既然输入数据准备的形式和结果打印可能频繁地变换，那么分组方法就可以减少程序输送，只处理所需的组而留下无须加工的其它组。在求解同一问题时，规定出数据的不同打印方案同样是重要的。例如：如果用于研究工作所进行的问题求解，就需要打印出中间过程，若只需要最终结果，那么就应该以相应的文件形式打印。

要用电子计算机求解，就需要准备关于系数、参数、指标的具体数值的信息。输入信息不应该含有句法错误和词义错误，即收集初始信息和对它预先加工，都不应歪曲所考察过程的实际含义。应用中的错误，即错误地估价因素，往往在准备原始信息时不易表露出来，而仅在得到计算结果后才发现。所以为了消除程序错误，就要在校正信息的基础上进行重复计算。准备信息——这是一项责任重大的极其艰苦的工作。应该对准备定额信息的准确性引起特别的注意，因为即便它有很小的错误，也会导致计算结果的很大误差。如，原料消耗定额只增加少许，就会使执行产品生产计划时对原料的需求量增加很多。而与此相反，压低原料消耗定额，计算的结果就会表现出对原料需求量的不切实际的减少。在计算设备和其它资源的利用定额时，会产生同样的情况。同时应该注意，考虑到技术进步和设备磨损，定额信息将随着时间的推移而变化。

为了更充分有效地利用信息，必须建立数据库。在所得信息基础上进行计算，然后分析得到的解并提出建议。通常，最优问题的解可以得出能使标准值改善10—15%的方案，这一点是很显著的。但是，分析常常表明，在拟订模型时，某些重要的因素和条件没有考虑到，而在准备信息时犯有重大错误，所以应针对所造成的过失，修正得到的计算。很明显，这种修正使求解效率降低了一半。其次，经过修正后所得到的解与原先的计划实施草案相比同样有很大的经济效益。所以，必须认真分析求解最优问题

基础上所得到的意见，也只有在与专家进行全面讨论之后，才能采纳这些建议。

手册中收入了企业一级的和国民经济部门（工业、农业、运输、商业）一级的技术经济过程的主要数学模型。说明了国民经济部门间平衡模型和生产布局模型。

为实现上述问题求解，本手册列出了求解最优问题的基本数学方法。

请按以下地址寄出你们的批评和希望：

252601, Киев. 1, ГСП, Крещатик 5, 《技术》出版社。

第一章 工业企业模型

在工业生产中，具有重大意义的是组织制订最合理的方案，其目的是为了提高生产的技术水平，提高生产过程的机械化和自动化程度，挖掘企业生产业务活动的内在潜力，更好地利用资源与销售产品，解决编制技术经济计划的任务等。而应用数学模型和电子计算机，则有助于这些任务的解决。

一、工业企业编制计划的矩阵模型

在彼此间建立技术经济联系的主要车间与辅助车间生产产品。生产过程包含由各个部件和零件组成的配套产品的生产，由于使用了物质、技术、资金和劳动力资源，经济过程要包括生产配套产品所形成的各种消耗。综合协调技术和经济的信息的任务。这可以借助于矩阵模型来解决。如果矩阵模型是由实物指标组成的，那么称它为技术矩阵模型，如果它是由价值指标组成的，就是经济模型。

引入符号：

i, j ——产品的种类；

$i, j = 1, 2, \dots, n$ ——主要产品的种类；

$i, j = n+1, n+2, \dots, m$ ——辅助产品的种类；

a_{ij} ——生产单位 j 种产品要消耗 i 种产品的定额；

y_i ——最终产品；

x_i —— i 种产品产量；