高等动力学

S. 鉄摩辛柯　D. H. 楊

科学出版社

高 等 动 力 学

S. 鉄摩辛柯 D. H. 楊 著
陈 凤 初 譯

科 学 出 版 社
1962

S. Timoshenko D. H. Young
ADVANCED DYNAMICS
McGraw-Hill Book Company, Inc.
1948

內容簡介

本书闡述动力学基础理論，并通过实际問題来説明理論，将动力学的一般原理同它在各个工程領域中的一些比較重要的技术方面的应用結合起来.

本书包括的材料比較丰富．第一章論述质点动力学及其运动微分方程在各种不同特殊情况下的解；第二章介紹质点系的概念，进而論述了动量、动量矩两个重要定理及能量守恒定律；第三章論述約束系統动力学，介紹了广义坐标和广义力的概念；第四章論述保守系統的微振动理論；最后一章是关于刚体的定点轉动和迴轉仪理論． 在論述一般原理的章节之后，并給出了有关的一些工程技术方面的实例.

本书可作为工科大学机械、动力、造船等系各个专业的参考书，也可供新毕业的助教及从事实际工作的工程师作参考进修之用.

高等动力学

S. 鉄摩辛柯 D. H. 楊著
陈凤初譯

*

科学出版社出版（北京朝阳門大街 117 号）
北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号
中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1962 年 9 月第一版 书号：2591 字数：362,000
1962 年 9 月第一次印刷 开本：850×1168 1/32
（京）0001—4,420 印张：13 13/16 插頁：3

定价：2.80 元

序

应用科学的各个不同領域的現代发展，已經大大地增加了力学作为基础工程課程的重要性．高速机器的使用日益增加，不断向人們提出許多复杂的問題，要解决这些問題需要具有振动理論和动力平衡方面的完备知識；現时导弹的研究同样引起人們对弹道学和迴轉仪理論发生新的兴趣；而有关結构性能在各种动力載荷作用下的实驗研究也同样引起人們对結构动力学中許多新問題的注意．为了适应这种日益增长的需要，使学生在动力学方面获得更广博的訓練，美国的許多工科大学目前都已經开設了一系列属于这一分支方面的高等力学課程．这本书主要就是为这些課程提供教材而写的，但对从事动力学問題方面的研究工作或实际工作的工程师来講，可能也是有益的．

在編写这本书的过程中，作者企图結合实际問題来說明理論，将动力学的一般原理同它在各个工程領域中的一些比較重要的技术方面的应用結合起来．

第一章論述的是質点动力学及其运动微分方程在各种不同的特殊情况下的解．实际应用方面包括有一节专講在各种不同类型的阻力作用下的直綫运动；有几节講振动問題；再有一节講行星运动；另有一节講外弹道学．考虑到运动微分方程并不是永远可能获得严格解这一点，在这一章里另外还介紹了应用图解和数值积分的几种近似方法．一般說来，这些方法的精确度对于解决实际問題是完全能令人滿意的，让工科学生具备一些近似求解动力学問題的知識，看来也有需要．

第二章介紹質点系的概念，进而論述了动量、动量矩这两个重要定理以及能量守恆定律．結合这些原理方面的应用計有：火箭运动、碰撞現象和流体运动；另外还有几节专講发动机的动力平衡

和飞輪計算的問題. 后面提到的这几节是写得足够詳細的，为的是it学生对这些重要的工程問題具有一定的实际概念.

第三章論述的是約束系統动力学，介紹了广义坐标和广义力的概念. 其中詳尽地介紹了应用虛功原理同达朗伯原理相結合的建立运动方程的方法，并在这个方法的基础上推导出拉格朗日运动方程的普遍形式,同时列举了大量例題說明这一方程的应用;最后有一节簡要地論述了哈密頓原理.

第四章論述的是保守系統的微振动理論. 其中詳尽地論述了两个自由度系統的自由振动和強迫振动；着重介紹了动力消振器的理論;論述了多自由度系統主頻率的近似計算方法;还有一节专講梁的横向振动,作为无限多自由度系統的一个例子;最后有两节专講追随定常运动的振动的几个例子以及变速消振器理論. 这一章从头至尾都是应用拉格朗日方法来建立运动方程的.

最后一章論述的是刚体的定点轉动,从有关的运动学开始,推导出欧拉运动方程. 其中的迴轉仪理論是作为这些方程的应用提出来的,同时結合了迴轉罗盘仪、迴轉摆和迴轉稳定仪等技术方面的应用.

这本书包含的材料比通常一門課程所講的为多，可能很少有教师愿意从头至尾逐章逐节进行講授的. 估計到这种情况，本书每一章的編排几乎都能独立成章，为的是使这些材料尽可能适合任何組合的需要. 譬如,作者認为,第三章的材料和第四章的部分材料相結合就可以用作拉格朗日方程及其在振动問題方面的应用的短期講授;再如,第一章的材料同样可以用作动力学运动微分方程的图解和数值积分方法的短期講授；第二章和第五章也可以分别用作发动机动力平衡以及迴轉仪理論的短期講授.

全部教材中除了包含大量例題之外，另外还給出 150 个左右未附題解的习題,絕大部分都放在論述一般原理的章节之后,为的是让学生有机会鍛炼一下自己独立应用理論的能力. 大部分习題都給出答案.

在編著这本书的过程中，作者参考了各种理論动力学和应用

动力学的著作，計有：蓝姆（Lamb）："Dynamics"；鲁斯（Routh）："Elementary Rigid Dynamics"；特别是毕采諾（Biezeno）与格拉梅尔（Grammel）的著作："Technische Dynamik"† 中有关論述发动机动力平衡方面的材料。

此外，作者也在一定程度上参考了一些苏联的著作：尼古拉依（Е. Л. Николаи）："Теоретическая механика"，卷 III，莫斯科，1939；洛強斯基（Л. Г. Лойцянский）与鲁里耶（А. И. Лурье）："Курс теоретической механики"，卷 III，莫斯科，1934。

S. 鉄摩辛柯

D. H. 楊

加里福尼亚，巴罗阿耳托 1948 年 9 月

† 該书第四卷"內燃机"已有中文譯本，科学出版社 1959 年出版。

符　　号

A	面积，振幅
a	面积，半径，加速度
B	抗弯刚度
C	抗扭刚度
c	粘滞阻力系数
D, d	直径
A, B, C, D	积分常数
a, b, c	尺寸大小，系数，量
E	弹性模量
e	自然对数的底，偏心率(偏心距)
F	力
f	频率、摩擦系数
G	剪切弹性模量
g	重力加速度
H	动量矩(角动量)
h	高度
I	轉动慣量
I_x, I_y, I_z	轉动慣量
I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}	慣量积
i	迴轉半径，普通的数，$\sqrt{-1}$
J	极轉动慣量
j	任意的数
K	常量
k	弹簧常量
L	拉格朗日函数，长度
l	长度
M	力矩
m	质点的质量
N	法向力(正压力)
n	任意的数
O	坐标原点
P	力

p	圓周頻率,压力
Q	广义力,流量
q	广义坐标
R	阻力,合力,半径
r	半径,根
S	軸向力
s	曲綫位移,应力
T	动能,切向力
t	时間
V	势能,体积,收尾速度(极限速度)
v	速度
W	重量
w	单位体积的重量
X, Y, Z	力的分量
x, y, z	直角坐标
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	速度分量
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	加速度分量
α	相角
β	放大因子
γ	单位体积的质量,阻尼因子
α, β, γ	角,量,方向余弦
δ	挠度,变分記号
ε	相角
λ	振幅
μ	摩擦系数,动力粘滞系数
ρ	质量密度,曲率半径
τ	振动周期
ω	角速度
θ, ϕ, ψ	轉角
ξ, η, ζ	坐标
$\bar{F}, \bar{v}, \overline{AB}$	矢量

目　　录

第一章　質点动力学

1. 直綫运动的微分方程

有質量沒有大小的点被定义为質点．許多物体因自身大小比起它的运动幅度来微不足道而被看成質点；質点动力学研究的正是这种物体在外力作用下的运动規律．这种研究主要是以牛頓(Newton)运动定律的前两个定律为基础．第一定律說：任何質点如不受力作用就不会改变它原有的运动状态，原先靜止的，継續保持靜止；原先运动的，継續作匀速直綫运动．这一定律有时也称作慣性定律，它确定了物質反抗运动变化的固有属性，同时又間接地引出了力的概念，即說明力是改变物体或迫使物体改变运动状态的唯一原因．第二定律說：一个質点在一已知力作用下产生的加速度，方向与力一致，大小与力成正比†．从这一定律可知，一已知力对一已知質点的效应与其他可能同时作用于該質点的力的效应无关，此外，也与力作用上去之前質点原先的运动无关．例如，質点在方向已知的恆力作用下产生的恆加速度，方向始終与力一致，不論質点原先的运动是否沿此方向．因此，我們一开始就应該明确：質点的运动不仅与它所受的力有关，而且与它的初始运动有关．

在特殊情形中，如果作用力的合力方向始終不变、質点的初始运动又沿此合力方向，那末，質点便作直綫运动．在这种情况下，

† 中譯本編者按：牛頓第二定律的原来表述是：运动的变化(指动量随时間的变化率)与作用力成正比，并沿力的作用方向发生．如上的表述具有普遍意义．只有在質量不变的情况下，力所产生的加速度，方向与力一致，大小与力成正比．近代物理学証明，物体的質量是随运动速度的变化而变化的；不过，在平常的速度大小范围内，質量的变化极微，实际上可看作不变．

可将运动所沿的直綫取作 x 軸（图 1），而位移 x 对时間 t 的二阶导数就是质点的加速度，可用記号 $\ddot{x}$ 表示．令合力的大小为 X，第二运动定律便可写成如下方程：

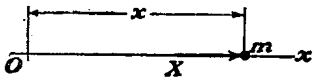

图 1

$$m\ddot{x} = X, \tag{1}$$

式中比例常量 m 表示质点的质量†．这就是直綫运动的微分方程，显然是一个二阶常微分方程．

方程(1)可以写成多种不同的形式，这些形式視作用力 X 的变化規律而异．例如，作用力可能是自变量时間的函数 $X = F(t)$；也可能是质点沿其軌迹的位移的函数 $X = F(x)$；在有阻力出現的情形中，它也可能是速度的函数 $X = F(\dot{x})$；更常見的則是以上几种情形組合的情况，即

$$m\ddot{x} = F(x, \dot{x}, t). \tag{1a}$$

举例来說，設有一以弹簧悬系的质量 m，在外加变力 $Q=F(t)$ 的作用下，可在空气中沿竖直方向上下振动（图 2）．对該质量 m 来講，它除了受 Q 力作用外，还受有与位移 x 成正比的弹簧力以及与速度 $\dot{x}$ 成正比的阻力作用．这样，方程(1)便可写成

$$m\ddot{x} = -kx - a\dot{x} + F(t). \tag{1b}$$

这是一个常系数綫性微分方程[1)]．

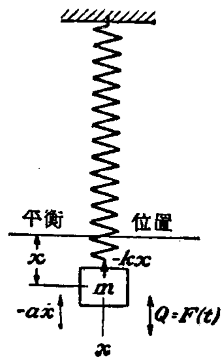

图 2

图 3 是一悬臂梁式的薄弹簧，下端系一质量 m，弹簧的有效长度可通过移动支点 A 加以調节，使其按任一預定規律随时間而变更．这样，在考察质量 m 的横向振动时，弹簧特性是一随时間变化

† 中譯本編者按：把质量单单看作是运动方程中力与其所产生的加速度之間的比例常量，这种观点是不正确的．质量是物质的最根本的属性之一，它一般由慣性表現出来；一已知的力作用于一自由物体时，其所产生的加速度大小决定于物体的质量大小．

1) 方程 (1b) 的解放在第 5，第 6 和第 7 节中討論．

的量，在沒有任何外力 Q 作用时，运动方程可写成

$$m\ddot{x} = -F(t)x - a\dot{x}. \qquad (1c)$$

这是一个变系数綫性微分方程.

設在图 2 所示的情形中，将阻力取成与速度的平方成正比，那末，运动方程便可写成

$$m\ddot{x} = -kx - a\dot{x}^2 + F(t). \qquad (1d)$$

这是一个非綫性微分方程.

若要完整地描写質点的直綫运动，就需要知道質点在每一瞬时 t 的位移 x. 这样，在任一給定的具体問題中，中心任务就是要确定一个函数

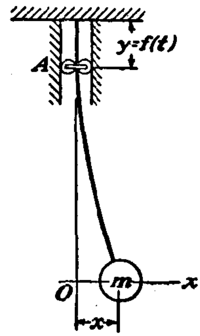

图 3

$$x = f(t), \qquad (2)$$

它既能滿足方程 (1)，又能滿足給定的运动初始条件. 通常，一个二阶微分方程的解可以写成一个含有两个任意常数的函数，具有这种不定形式的函数称作微分方程的通解，而通解可以看成是一族在 xt-平面內的曲綫，对上述两个任意常数所給定的每一对特定值都将单一地确定該族曲綫中的某一条曲綫. 从解析的观点看，問題通常可以分作两步：第一步是求通解；第二步是根据已知的运动初始条件(初位移 x_0 和初速度 $\dot{x}_0$) 决定任意常数，即根据下列条件：

$$\text{当 } t = 0 \text{ 时：} \quad x = x_0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0 \qquad (3)$$

来确定两个任意常数的数值.

对一个已知函数进行微分，也即求它的逐阶导数，恆可以按照一定的数学规則演算；可是，逆問題，即对一个已知微分方程进行积分，找出它的原函数 (primitive)，就要困难得多，并沒有普遍的解法可以遵循. 最簡单的是变量可以分离的情形，它的解恆可以应用連續两次簡单求积 (simple quadrature) 得到. 例如，取作用力 $X = F(t)$ 的情形(图 4)来考慮. 方程 (1) 可以写成

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} F(t). \qquad (a)$$

求上式的积分，可先将它化成

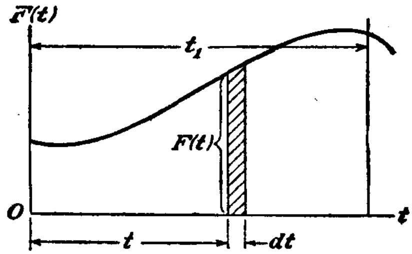

图 4

$$d\dot{x}=\frac{1}{m}F(t)\,dt,$$

再用简单求积得到[1)]

$$\dot{x}+C_1=\frac{1}{m}\int_0^t F(t)\,dt,$$

式中 C_1 是积分常数．要算出这个常数，得利用已知的初始条件 $(\dot{x})_{t=0}=\dot{x}_0$．当 $t=0$ 时，上式中的积分为零[2)]，求得 $C_1=-\dot{x}_0$．由此得出速度-时間方程为

$$\dot{x}=\dot{x}_0+\frac{1}{m}\int_0^t F(t)\,dt. \tag{4}$$

引用記号

$$G(t)=\int_0^t F(t)\,dt, \tag{b}$$

按照前述步驟継續演算第二次积分，求得

$$x+C_2=\dot{x}_0 t+\frac{1}{m}\int_0^t G(t)\,dt.$$

現設 $(x)_{t=0}=x_0$，求得 $C_2=-x_0$，由此得出位移-时間的普遍式为

$$x=x_0+\dot{x}_0 t+\frac{1}{m}\int_0^t G(t)\,dt. \tag{5}$$

方程 (4) 和 (5) 表明：对于質点的任一直綫运动，只要它所受的作用力可以写成时間的函数，方程 (1) 的求解恆可以化成如上两个定积分来計算．应該注意，在这两个方程中，含有 x_0 和 $\dot{x}_0$ 的各項表示初始运动的影响，而各个积分项則表示作用力的效应．

---

1) $\int_0^t F(t)\,dt$ 这一积分应該了解作原函数 (integral function) 在任一瞬时 t 及 $t=0$ 时的两个值的差值．

2) 假定 $t=0$ 时，$F(t)$ 为一有限值．

例題　一質点，在力 $X = P_0\sin\omega t$ 作用下作直綫运动，試求其速度-时間及位移-时間的普遍式.

解　利用方程 (4)，求得

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \frac{P_0}{\omega m}\Big[-\cos\omega t\Big]_0^t = \dot{x}_0 + \frac{P_0}{\omega m}(1 - \cos\omega t), \qquad (c)$$

相应的速度-时間图見图 5(a).

在此取

$$G(t) = \frac{P_0}{\omega}(1 - \cos\omega t),$$

并利用方程 (5)，得

$$x = x_0 + \dot{x}_0 t + \frac{P_0}{\omega^2 m}(\omega t - \sin\omega t), \qquad (d)$$

相应的位移-时間图見图 5 (b). 显然，这一运动是由以下两个运动迭加而成：振幅为 $P_0/\omega^2 m$、周期为 $2\pi/\omega$ 的簡諧运动和速度为 $\dot{x}_0 + P_0/\omega m$ 的匀速运动.

从方程(4)和(5)可以看出：(一)假若質点不受力作用，它将以初速 $\dot{x}_0$ 匀速前进；(二)假若質点所受的力 $F(t)$ 只作用一个很短的时間 dt，因而产生所謂冲量 $F(t)dt$，則在 dt 时間內由冲量引起的位移可以略去不計，而速度的瞬时改变量为 $d\dot{x} = (1/m)F(t)dt$. 这两点認識为我們提供了另一种对于在力 $X = F(t)$ 作用下，質点的直綫运动的位移-时間方程的表示方法. 結合图 4 的力-时間图来看，可以将連續不断的作用力設想成一系列无限小的冲量，每一个无限小冲量

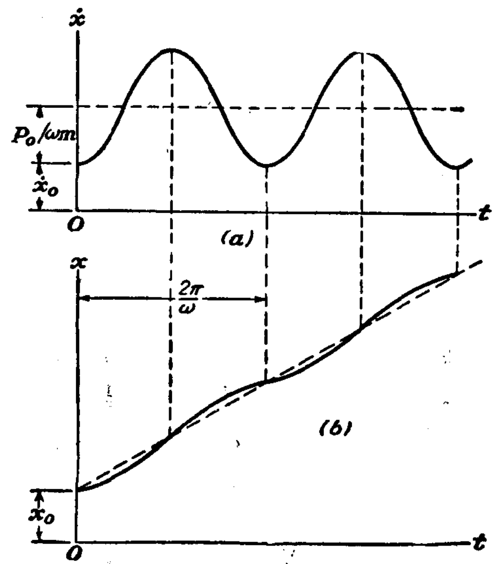

图 5

都用狹条面积 $F(t)dt$ 表示. 在这些冲量中，取恰在瞬时 t 作用

的那个冲量来考虑，从瞬时 t 到任一后継的瞬时 t_1，由該冲量所引起的位移为

$$d\dot{x}(t_1-t)=\frac{1}{m}F(t)\,dt\,(t_1-t).$$

因此，从 $t=0$ 到 $t=t_1$，由于各个冲量的連續作用，换言之，卽由于外加力的連續不断的作用，到瞬时 t_1 为止，质点的总位移为

$$\frac{1}{m}\int_0^{t_1}F(t)(t_1-t)dt, \qquad (e)$$

位移-时間方程的全式可以写成

$$x=x_0+\dot{x}_0t_1+\frac{1}{m}\int_0^{t_1}F(t)(t_1-t)dt. \qquad (6)$$

对积分式 (e) 可作如下簡单的几何說明. 鉴于图 4 中的 $F(t)\,dt$ 代表的是狹条面积，因此，$F(t)\,dt(t_1-t)$ 显然就是这块面积对經过 t_1 的縱坐标（取作軸綫）的静矩，因此，整个积分只不过是力-时間图中介于 $t=0$ 和 $t=t_1$ 这两条縱坐标之間的有限面积对經过 t_1 的这个縱坐标的静矩. 方程 (6) 对于研究质点在力 $X=F(t)$ 作用下的直綫运动頗有用处.

上面闡述的几何概念为我們提供了一个非常簡单的图解方法. 例如，有一质点，质量为 m，在力 $X=F(t)$ [見图 6 (a)的力-时間图]作用下作直綫运动，我們企图求得該质点的位移-时間曲綫. 为此，可以設想 t-軸为一悬臂梁，右端夹住，其上有分布載荷作用，分布情况如同图 6 (a)給出的力-时間图. 現将上述分布載荷用一系列的集中力代替，其数値分别与梯形面积 A_1, A_2, A_3, ⋯ 成正比，作用綫分别通过相应面积的形心. 据此作出这一力系的索多边形 $abcd\cdots$，如图 6 (c) 所示. 根据图解静力学[1)]可知，将上述多边形与其第一条索 ab 之間的任一截距 h_1 乘上图 6 (b) 中的极距 H，卽得图示阴影面积对經过 t_1 的縱坐标（取作軸綫）的静矩. 因此，将这一截距乘上 H，除以 m，卽得质点在力 $X=F(t)$的作用下对应于瞬时 t_1 的位移. 扼要地說，卽与索多边形 $abcde\cdots$ 內切的平滑曲綫就是所求的位移-时間曲綫.

設想初位移为 x_0，初速度为 $\dot{x}_0$，由此得对应于任一瞬时 t_1 的总位移 x 为

1) 参閱作者的另一著作: Theory of Structures, p. 30, McGraw-Hill, New York, 1945.