

SUXING JIAGONG

LIXUE JICHU

基础力学

基础力学
等编著

SUXING JIAGONG

LIXUE JICHU

塑性加工力学基础

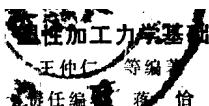
王仲仁 等编著



国防工业出版社

DV57/12
内 容 提 要

本书着重阐明有关塑性加工力学分析的共同规律及基本解题方法。书中既充分反映了英、美、日在塑性加工力学方面的成就，也重点介绍了苏联学者的贡献，同时对我国学者在这方面的研究成果也做了较详细的介绍，不少内容是第一次发表在本书中。全书共十章：第一章介绍了塑性加工过程受力的分析要点；第二、第三章介绍了塑性加工中的应力、应变基本理论；第四章介绍了工程材料的应力、应变特征；第五章介绍了塑性变形过程的基本概念与主要简题；第六章至第十章介绍了塑性加工中的各种求解方法，包括轴对称平面应力的方程联解法，切块法等近似解法，滑移线法，上限法及有限元法。本书侧重讲述塑性力学在加工工艺过程中的应用，并附有大量实例。在附录中还列出了我国部分高校硕士生入学试题及英国曼彻斯特大学1979年硕士生塑性力学课试题。本书既可做机械、冶金及力学专业方面研究生及本科生的教学参考书，也可供从事这方面工作的广大工程技术人员参考。



国防工业出版社出版发行

(北京市车公庄西路老虎庙七号)

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张13⁵/8 360千字

1989年10月第一版 1989年10月第一次印刷 印数：00,001—2,000册

ISBN 7-118-00421-9/O·28 定价：9.10元

前　　言

自《锻压技术》杂志 1980—1981 年连续刊载本人写的《塑性加工力学基础》讲座以来，又有五年的时间了。这期间，很多同志都表示，希望并等待着把讲座内容改写、扩充并公开出版。在写讲座稿时，限于期刊篇幅，未能展开。但是，从中感到广大读者是希望读到一些能说明和解决实际问题的理论，而且，也欢迎尽可能阐述一些概念的实质及如何应用。因为对工程界不少读者来说，连篇的数学公式，如果不了解如何用，将难于体会要领。简单来说，希望写得实用一些，写得实在一些。

基于以上要求，这次将有关内容改写并大大充实。但是，由于塑性力学本身仍处于发展阶段，远不像弹性力学那样成熟，塑性加工方面的理论还很年轻，从苏联学者古布金 1947 年写作《金属压力加工原理》，到现在还不到四十年。由于塑性加工是一种大变形过程，且加工过程中材料性能跟着发生变化，属于几何非线性及物理非线性。因此，很多问题要想定量地给出解析结果是非常困难的。因此，本书作者在系统阐述有关理论及概念的实质时，本着能定量就定量，不能定量就定性的原则，并不停止在一般塑性力学原理的引用，甚至张量的符号仅略有应用。但对于象张量不变量的物理意义及其与塑性加工的本质联系则给予详尽的叙述和定性的分析。

从取材上看，作者尽量全面反映英、美、日学者也反映苏联学者所作的贡献，同时也注意反映我国学者和本书作者们的研究成果。在编写本书前，本人曾主译过 M. B 斯德洛日夫及波波夫编的苏联高校教材《金属压力加工原理》(机械工业出版社，1980 年) 及英国 R. A. C 斯莱特编写的《工程塑性理论及其在金属成形中的应用》(机械工业出版社，1983 年)，因此，在这方面有一

定的有利条件。但由于国内外文献很多，在编写以后，仍然有挂一漏万之感。

从内容上看，本书给出了部分全新的章节，例如第一章塑性加工过程受力分析、第六章轴对称平面应力问题的方程联解法、第五章中关于屈服轨迹上的应力分区等。其中有些（如第一章）是根据本人的教学及研究工作体会编写的，更多的部分则是一些新的研究结果。

关于塑性理论及其应用问题，本人曾有幸与剑桥大学 W. Johnson 教授、北京大学王仁教授及余同希教授、横滨国立大学工藤英明教授、Leighi 大学 Avitzur 教授、清华大学杜庆华教授、王祖唐教授及徐秉业教授、东京大学宫川松男教授、木原淳二教授、木内学教授及中川威雄教授、山东工业大学关廷栋教授、广岛大学小坂田教授及上海交通大学阮雪瑜教授等讨论与请教，受益匪浅。此外，本人经常与所在的哈尔滨工业大学锻压教研室同事和研究生们相互研讨，这对于本书的形成有重要作用。本书第五章及第八章部分内容取自我校教材。

本书第八章由汪涛编写、第九章由李双义编写、第一、二、三、五、七章由本人编写，第四、六、十章部分内容分别由张凯锋、郑鹏飞及王圣平协助编写。全书书稿的整理工作及部分插图的绘制是由张凯锋协助完成的。郭殿俭收集了国内部分大学研究生入学试题，李守栋帮助翻译了李铁生教授提供的英国曼彻斯特大学的试题。此外，李春峰、常志华、方漪、许言午、王强、张陆洋及马二健等也为本书书稿及出版工作贡献了力量。

还应提到的是，《锻压技术》编辑部贾武章及张庆生对讲座及本书出版都曾给予热情支持并付出辛勤劳动，借此机会一并致谢。

王仲仁

于哈尔滨工业大学

一九八七年五月

目 录

符号说明	1
绪论	3
参考文献	9
第一章 塑性加工过程受力分析	13
1.1 关于正压力及摩擦力的分析要点	13
1.2 关于内力的分析要点	18
1.3 关于惯性力的分析要点	25
参考文献	27
第二章 塑性加工应力分析	28
2.1 一点附近的应力表示方法	28
2.2 任意斜面上的应力	31
2.3 应力椭球面	34
2.4 应力张量	35
2.5 应力状态分析的图解法	38
2.6 最大剪应力、八面体平面应力	47
2.7 应力偏量	48
2.8 应力微分平衡条件	51
参考文献	54
第三章 塑性加工应变分析	65
3.1 名义应变与真实应变	55
3.2 用网格尺寸变化表示应变	58
3.3 小变形时应变与位移的关系方程	59
3.4 应变连续方程	63
3.5 任意方向线应变的计算	65
3.6 有限应变与位移关系方程	67
3.7 最大切应变及八面体应变表达式	68
3.8 应变速率与应变速率张量	69
3.9 塑性加工中常用的变形量计算方法	71

参考文献	73
第四章 工程材料加载特性及拉伸或压缩时的失稳	74
4.1 金属材料常规塑性变形应力应变模型	74
4.2 金属材料超塑变形及蠕变的模型	77
4.3 高聚物的应力应变速率模型	80
4.4 粉末压制压力与密度关系模型	82
4.5 鲍辛格 (Bauschinger) 效应	83
4.6 单向拉伸失稳	84
4.7 板材双向拉伸失稳与成形极限图	87
4.8 压缩失稳	90
参考文献	93
第五章 塑性变形过程分析的主要前提	96
5.1 体积不变条件	96
5.2 屈服准则	98
5.3 塑性变形时应力应变关系	125
5.4 屈服图形上的应力分区及其与塑性成形时工件尺寸变化的关系	146
5.5 关于应力张量及应力偏量不变量与塑性加工的本质联系	156
5.6 最小阻力定律及质点运动方向	165
5.7 变形的不均匀性及附加应力	170
5.8 相似原理及塑性加工过程的物理模拟	173
参考文献	174
第六章 轴对称平面应力问题的方程联解法	177
6.1 概述	177
6.2 无摩擦稳态成形的应力应变分布	182
6.3 有摩擦稳态流动锥面成形的应力应变分布	198
6.4 非稳态流动锥面缩颈的应变分布 $\epsilon(r_z')$ 及 $\epsilon(r_\Delta')$	213
6.5 球面缩颈	225
6.6 变形力和毛坯尺寸的确定	228
参考文献	230
第七章 变形力解析的切块法及工程计算法	231
7.1 变形力与单位变形力	231

7.2 变形力解析的切块法（主应力法）	237
7.3 工程计算法	249
参考文献	255
第八章 滑移线场理论及其应用	256
8.1 理想刚塑性平面应变问题	257
8.2 滑移线的若干性质	263
8.3 常见的应力边界条件	270
8.4 常见的滑移线场类型	272
8.5 用滑移线场理论求解的两个典型问题	274
8.6 滑移线场图解计算法及应用举例	278
8.7 平面应变问题的速度场基本理论	285
8.8 滑移线法的应用举例	299
8.9 建立滑移线场的电算法	306
参考文献	315
第九章 上限原理及其在塑性加工中的应用	316
9.1 基本概念	316
9.2 基本能量方程	318
9.3 上、下限原理	323
9.4 简化滑移线场的上限模式及其应用	329
9.5 单元矩形技术及其应用	331
9.6 单元圆环技术及其应用	348
9.7 具有连续速度场的上限模式及其应用	353
9.8 上限单元技术简介	361
9.9 上限法综合评述	365
参考文献	370
第十章 有限元法及其在塑性加工中的应用	373
10.1 单元的基本特性	374
10.2 弹塑性有限元法	383
10.3 刚塑性有限单元法	404
10.4 有限元法在塑性加工中的应用	412
参考文献	421
附录	424

符 号 说 明

- σ_{ij} ——应力张量
 σ'_{ij} ——应力偏张量
 I_1, I_2, I_3 ——应力张量第一、第二、第三不变量
 J_1, J_2, J_3 ——应力偏张量第一、第二、第三不变量
 σ_i ——等效应力
 σ_{oct} ——八面体正应力
 τ_{oct} ——八面体剪应力
 T_i ——表面力
 μ_r ——罗德参数
 β ——中间主应力影响系数
 σ_s ——流动应力
 $K = \sigma_s / \sqrt{3}$
 μ ——摩擦系数
 D ——平均单位变形力
 P ——总变形力
 l, m, n ——方向余弦
 u_i ——位移场
 du ——位移增量场
 \dot{u}_i ——速度场
 ϵ_{ij} ——应变张量
 $d\epsilon_{ij}$ ——应变增量张量
 $\dot{\epsilon}_{ij}$ ——应变速率张量
 I'_1, I'_2, I'_3 ——应变张量第一、第二、第三不变量
 ε_i ——等效应变
 $\dot{\varepsilon}_i$ ——等效应变速率

- ε_m ——平均应变
 ε ——正应变
 δ ——对数应变、真实应变
 γ ——剪应变
 m ——应变速率敏感指数
 n ——应变硬化指数
 dW ——功增量
 \dot{W} ——功率
 \dot{w} ——单位体积变形功率
 e ——耗能系数
 \dot{w}_s ——塑性散逸功率
 \dot{w}_r ——剪切功率
 \dot{w}_f ——摩擦功率
 \dot{w}_s ——力面上表面力所做功率
 Γ ——速度间断符号

绪 论

塑性加工（又称压力加工）是一门跨学科的技术，它是以工件在一定力作用下产生塑性变形作为基本特征的，例如，众所周知的锻造、冲压、轧制、拉拔、挤压等。对于工件的变形分析是建立在材料科学及塑性力学基础上的，装备的设计又是属于机械学科，而且近来工艺过程控制及模具设计越来越借助于计算机（CAD、CAM），但是应该说明塑性变形过程的力学分析是这一过程的核心问题之一。

对韧性材料试件拉伸时，当负荷较小产生弹性变形，在外力去除后，这种变形可以恢复；当达到屈服点时，开始塑性变形，这时外力去除后，物体变形将不恢复。从产生塑性变形到断裂以前这一阶段的力学问题是塑性力学的研究对象。它有两个分支，一是研究弹塑性变形及小塑性变形的力学，主要用于结构的超弹性设计，以充分发挥材料的强度潜力。例如，在物体内故意让它产生塑性变形，产生一个有利的预应力分布，这样可使物体的承载能力提高很多。其次，物体受载时常常不可避免地发生一些塑性变形，因此，还需要探讨它是否对承载能力有不利的影响。另一个分支是研究大塑性变形，主要用于塑性加工及切削过程的分析。本书则是属于后者。随着塑性加工新工艺的不断出现，很多问题迫切需要从塑性力学角度给以阐明。

塑性加工力学主要研究以下几方面的问题：

1. 塑性加工过程的应变分析及尺寸的变化规律，对于所有工序都有一个合理选择坯料、中间毛坯的合理形状设计及达到最终所需形状的问题；

2. 塑性加工过程应力分析，这是产品内在质量分析（例如是否产生中心开裂）及制品残余应力分析的基础；

3. 塑性加工过程受力分析及变形力的计算，这是选择设备、设计模具的依据。

为了能弄清以上问题，有必要学习以下基础理论：

1. 应力理论，特别是关于应力偏量的理论；
2. 应变理论，特别是关于大变形的理论及实验方法；
3. 应力应变关系理论，这是塑性力学与弹性力学有根本区别的地方；
4. 屈服准则及屈服图形上的应力分区；
5. 变形力的解析方法，包括切块法、滑移线法、上限法及有限元法等。

塑性力学的发展大体上可以分为三个阶段：孕育期，主要是在法国，发生在上世纪六十年代及七十年代；奠基期，主要是在德国，在二次世界大战开始以前；实用期，经过从四十年代后期到五十年代，获得迅速和巨大的发展。目前，塑性力学的应用研究已经在英国、苏联、美国、日本及我国都有相当的发展。以下简述发展史。

1864 年 Tresca 发表了关于冲孔及挤压的最初试验结果，通常认为塑性理论学科的历史从此开始。由 Tresca 的结论而引出一个屈服准则，该准则说明当最大剪应力达到一个临界值时，金属产生塑性屈服。1870 年 Saint-Venant 最先将 Tresca 屈服准则引至塑性的数学理论，用来确定对已产生部分塑性变形的管上施加扭转或弯曲时的应力。这是对塑性的数学理论的最早贡献之一。Saint-Venant 还确定了由内压引起全塑性管内的应力，还建立了平面应变时由有关应力及应变等的五个方程组成的方程组，即二维塑性应变问题。继 Saint-Venant 之后，Lévy 于 1870 年提出三维应力与应变间的关系式，Lévy 还推荐了平面应变问题线性化的方法。

此后，经历近 40 年的停滞阶段。本世纪初在德国取得某些进展，1909 年 Haar 及 Von Karman 由变分原理获得塑性方程式，在后来的十年中，作了不少关于管子在不同应力状态下屈服的实验，实验结果有不同的结论，提出了各种屈服准则。1913 年

Von Mises 用公式表示的新屈服准则，对于很多金属是最合适的。Von Mises 当时提出此式时纯出于数学上的考虑。值得指出的是，类似的屈服准则，较早的虽然不是以精确的形式给出，但当时要从塑性数学理论角度来解释还是不现实的。后来，Von Mises 屈服准则由 Hencky 解释为：当弹性剪应变能达到一个极值时开始屈服。Von Mises 还独立地提出了与 Lévy 类似的应力与应变间关系表达式。

1920 年 Prandtl 曾指出塑性平面应变问题是双曲线型的，他还确定了用光滑平冲头压入一平面所需的压力。Prandtl Hencky 提出了适用于 Prandtl 特解的一般理论，明确了平面应变滑移线场的几何特性，到后来 Geiringer 得到了沿滑移线流动的速度协调方程。可以认为 Von Karman 是首先应用塑性理论来分析工艺过程的，三年以后，他在 1925 年分析了轧制金属带材时应力分布，当时所用的是初等方法。以后，Sachs 及 Siebel 对于线材拉拔用所谓“切块法”建立类似的理论。

1926 年 Lode 对薄管同时施加拉力及内压并测量总的应变，在这以前 Lévy-Von Mises 应力应变关系一直未被证实是正确的，Talor 及 Quinney 曾进行了过细的实验，其结果与 Lode 的实验显示出某些分歧。1930 年 Reuss 将弹性应变分量引进应力应变关系式，Schmidt 在 1932 年和 Odquist 在 1933 年指出 Lévy-Von Mises 方程如何才能考虑变形硬化，这些都使塑性理论得到进一步推广。

1934~1945 年的战争激发了研究工作，特别在美国及英国是如此，Hill 的经典性著作《塑性的数学理论》对直到 1949 年为止的这一期间的进展作了卓越的描述。

A. P. Green 在五十年代前期发表了一系列平面应变的解，取得重要的成就^[1]。Alexander 及 Johnson 的著作^{[2], [3]}是对平面应变滑移线求解的另外一些贡献。关于平面应变滑移线场理论的公开著作在 Johnson、Sowerby 及 Venter 的专著^[4]中列出了大量文献目录。

英国从事塑性加工力学研究的代表人物及其代表性著作有 W. Johnson、P. B. Mellor^[5]、G. W. Rowe^[6]、T. Z. Blazynski^[7]、R. A. C. Slater^{[8]、[9]}以及华大学者许道经^[10](T. C. Hsu)。在回转加工方面有 J. B. Howkyard^[11]及 E. Appleton^[12]。

在美国有以下代表人物，B. Avitzur^{[13]、[14]}、E. G. Thomsen^[15]、S. Kobayashi^[16]及 T. Altan。

苏联学者 С. И. 古布金在 1947 年写了《金属压力加工原理》^[17]，这是苏联在塑性加工方面第一本系统的著作。在书中，古布金尽可能把塑性加工中的现象上升到规律性的认识。后来他又写了三卷集的《金属塑性变形》^[18]。Е. П. 翁克索夫在五十年代就提出工程计算法^[19]。最近他主编的《金属塑性变形原理》^[20]是塑性加工界的巨著，这本书除了苏联学者以外，英国 W. Johnson、日本的工藤英明及小坂田宏造、加拿大的 Sowerby 都参加了编写。苏联包曼高等工业大学锻压教研室主任 E. A. 波波夫也是该书的主要作者之一，他曾与 M. B. 斯德罗日夫编写苏联高校教材《金属压力加工原理》，重版五次，其中第四版已译成中文^[21]。他本人给出了冲压工序分析的系统理论。A. Д. 托姆良诺夫对滑移线理论应用于塑性加工作出了贡献^[22]。

日本在塑性加工力学方面作了大量的工作，工藤英明在 1958 年提出平面应变问题的上限解^[23]，他引出单元直角三角形变形区的概念，分析了变形区中的几种可能的速度场，这种方法后来又推广到轴对称挤压及锻造中^[24]。1984 年他主持了在东京召开的第一届国际塑性加工会议。他在冷锻方面有较深的研究。宫川松男的研究范围相当广泛，论著颇多，目前主要负责超塑性方面的研究^[25]。木内学在上限法方面进行了较深入的研究，他和 Avitzur 一样用的是连续速度场^[26]。中川威雄在精冲等新技术开发方面作了大量的研究工作^[27]。小坂田宏造在冷锻及有限元法方面作了深入的研究^[28]。小林勝及西村尚主要从事超塑性方面的研究^[29]。

在国内，建国以来在塑性理论及其工程应用方面也有不少著

作。近年来，国内出版发行了一系列有关弹塑性理论及金属塑性加工力学方面的专著^{[30]~[44]}，这些重要的著作对于分析研究金属塑性成形过程提供了理论基础。

塑性成形一般是在屈服以后断裂以前这一变形范围内完成，刘叔仪在文献[45]中非常形象地提出断裂钟面下的现实应力空间，并指明三向拉应力下随着应力的增大必然出现断裂及流体静压力对提高塑性的作用，为寻求合理的加工方案指明方向。

屈服准则及塑性应力应变关系通常都是利用薄管进行实验，杨南生曾在国外作过实验研究，王仲仁等在电子拉力机上对 Sn-Pb 超塑性薄壁管在不同应变速率下进行实验研究，实验证明当应变速度提高时，Von Mises 屈服椭圆均匀地向外扩张^[47]。在屈服准则的表达形式方面周承倜曾建议用余弦屈服条件表示平面应力状态的屈服准则，这时理想塑性平面应力问题可化为类似于平面应变问题，使求解得到简化。

不同条件下的变形抗力是变形过程分析的基础性数据，张作梅等曾提出柱体均匀压缩的试验方法，并给出常用材料在不同条件下的变形抗力数据^[48]。

李敏华及王仁曾对有关塑性变形时应力应变关系的文献进行总结^[61]。考虑到塑性加工中往往需要简便地定出工件各部分尺寸的变化趋向（不是定量计算），在文献[52]中给出“应力应变顺序对应规律”，它适用于应力顺序不变且应力主轴方向变化不大的变形区域或变形过程。文献[54]中还给出了平面应力状态及三向应力状态下屈服轨迹上的应力分区。朱图陵提出塑性变形中应力状态的本质是空间应力向量与主等倾轴的夹角 Ψ 和它在 π 平面上的投影的方位角 θ ，前者反映塑性与抗力的高低，后者决定应变状态的形式。

对于粉末锻造，属于多孔材料的成形问题，这时流体静压力有显著影响，姜奎华曾对这时的屈服准则进行了分析。

在滑移线理论中，王仲仁及顾震隆给出一种用摩尔圆求证 Hencky 方程的方法^[66]，该文已在国际机械工程教育杂志 (IJM-

EE) 1981年刊出。该方法便于工程应用。关于摩擦系数测定,霍文灿介绍了圆弧冲头压入法,林治平介绍了用圆环试件测摩擦系数^[40]。关廷栋曾作了模锻变形抗力滑移线解法与工程计算解法比较,并进行了实验校核^[68]。

关于滑移线场理论推广应用于非平面应变问题的研究方面,王仲仁、汪涛对轴对称挤压与相应的平面应变挤压进行了一系列比较性实验研究,并作出了下述结论:“当轴对称挤压工件的子午面与平面应变挤压的物理平面在几何形状尺寸相同、外摩擦条件一致的前提下,同一变形材料的轴对称挤压所需单位力约为相应平面应变挤压的 $\sqrt{3}$ 倍。”

王仁较早地将滑移线场理论用于分析平板间的塑性流问题^[60]。文献[61]较早地将滑移线场理论用于解考虑加工硬化的环形件应力计算问题。朱吉君曾将滑移线理论用于计算三辊仿形斜轧变形力问题。赵静远及储家佑曾分别将滑移线理论用于研究复合挤压的流动分区^[63]及变形力计算^[64]。王仲仁、汪涛利用滑移线场理论提出了复合挤压分流点位置的计算公式^[65],并对筒形件变薄旋压力及极限变薄率进行了计算。李铁生首先将矩阵算子法介绍到国内,从建场一直到力学计算^[66]。

关廷栋等还对极限分析中的上限法从理论上进行了系统化^[67]。李双义利用基元矩形技术对平变正挤、反挤的优化上限解进行了简便、有效的分析^[68]。陈适先利用连续速度场分析计算了筒形件变薄旋压力。阮雪榆、王学文等运用上限法求解镦挤复合成形工艺过程中的功率消耗和单位变形力。

近年来,非线性有限元法在金属塑性成形的分析中获得了应用。王仲仁、富大欣利用弹塑性有限元法求解了径向挤压的应力分布^[69]。王祖唐等则分析了静液挤压的应力应变场。乔端、李国基、王祖唐、谢水生等在刚塑性有限元分析塑性加工问题方面作了许多有成效的工作^[67]。孟凡中对非线性有限元中的有限变形理论进行了系统的整理与研究^[48]。

李硕本等曾对各种冲压成形方法的力学特点进行分析并提出

新的分类方法^[60]。

姜奎华曾用联解方程的方法分析板料拉深工序的应力应变分布。胡世光曾给出拉深成形极限图^[62]。

上海交通大学、北京机电研究所、郑州机械所及华南工学院等单位曾对冷挤力进行了大量的实验研究^[63]，在此基础上阮雪瑜等给出了黑色金属冷挤压工序许用变形程度的图线与计算公式^[50]。康达昌曾对冷挤压凹模的受力进行了分析^[48]。余同希对板材双向弯曲进行了系统研究^[49]。

应当指出，以上只是介绍了部分与塑性力学及其应用有关的文献，对于那些侧重从金属学角度或工艺及模具设计方面的大量文献并未列入，这是由于所引文献应与本书内容相适应而决定的。

参 考 文 献

- 〔1〕 Green, A. P., On symmetrical extrusion in plane strain, *J. Mech. Phys. Solids.*, 3, 189, 1954.
- 〔2〕 Alexander, J. M., The effect of Coulomb friction in the plane strain compression of a plastic-rigid material, *J. Mech. Phys. Solids*, 3, 233, 1955.
- 〔3〕 Johnson, W., Extrusion through square dies of large reduction, *J. Mech. Phys. Solids*, 4, 191, 1956.
- 〔4〕 Johnson W., Sowerby R., Venter R. D., A Source Book of Plane Strain Slip Line Fields for Metal Deformation Processes, Pergamon Press, 1981.
- 〔5〕 Johnson, W. and Mellor, P. B., Engineering Plasticity, Van Nostrand Reinhold, London, 1973.
- 〔6〕 Rowe, G. W., Principles of Industrial Metalworking Processes, Edward Arnold, London, 1977.
- 〔7〕 Blazynski, T. Z., Metal Forming: tool profiles and flow, Macmillan London, 1976.
- 〔8〕 Slater, R. A. C., Johnson, W., The Effects of Temperature, Speed and Strain-rate on the Force and Energy Required in Blanking, *Int. J. Mech. sci.*, 9, 271, 1967.
- 〔9〕 R. A. C. 斯莱特，《工程塑性理论及其在金属成形中的应用》，王仲仁、袁祖培等译，机械工业出版社，1983年。