綫性和非綫性系統中过渡历程的数値近似計算法

〔苏联〕C. C. 胡哈利可夫著

国防工業出版社

綫性和非綫性系統中过渡历程的数値近似計算法

(迭推公式法)

〔苏联〕C. C. 胡哈利可夫著

陆傳务譯

國防工業出版社

內容簡介

本書叙述綫性和非綫性系統中过渡历程的一种新的數值近似計算法。这种方法是在于按給定的微分方程和問題的初始条件求得迭推公式，然后由这些公式依次逐步地确定未知过渡历程的曲綫的各个縱座标。

書中用有关电工技术、无綫电技术和自动調节理論的一些具体实例对这种方法加以說明。

本書供科学研究机关的工作人員、研究生、工程师和大学生閱讀。

ПРИБЛИЖЕННЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ

〔苏联〕С. С. Хухриков

ОБОРОНГИЗ 1957

*

綫性和非綫性系統中过渡历程的数值近似計算法

陆傳务譯

*

国防工業出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店經售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/32　印張 2 1/4　46 千字

1959年 3 月第一版　1964年 8 月第三次印刷　印数: 5,051—8,100册

統一书号: 15034·310　　定价: (科七) 0.34元

序　言

在实踐中，任何一种技术設备經常要从一种工作状态轉变到另一种工作状态。工作状态的更换不可能在刹那間發生，它总要經过某种“过渡历程”。从而就可看出，过渡历程理論，一般說来，在技术部門中是应用得如何的广泛！特别在电工技术、无綫电技术和自动調节理論等等方面，将普遍的应用。

在电路中，經常会發生各个支路接通和断开，經常發生短路，出現不同类的电流轉換和电路参数的突然改变等等。諸如这些改变，都称之为整流变化，或簡称为整流。由于这些改变，电路中首先便建立起过渡状态，这种状态在整流后經过一段时間才过渡到稳定状态。

上述关于电路的各种情况也都适合于无綫电工程的电路。在无綫电工程（电視和雷达）中，同时也在一般利用各种波形的短暫脉冲的脉冲技术中，过渡历程的研究，从評計历程对无綫电信号失眞的影响的观点来看，也是很重要的。

最后，在自动調节理論中，当分析相应系統的动特性时，也必須与过渡历程發生关系。

为了分析所有可能的过渡历程，常微分方程和偏微分方程（或者是与这些方程相当的积分方程）是必要的数学工具。

当求解与过渡历程有关的各种不同問題时，常常会遇到十分复杂的微分方程。这些方程可能是高阶的（这就要涉及求特征方程的許多根），可能是常系数的或是变系数，最后，也可能是非綫性的。

在現时，仅仅对綫性微分方程和某几类非綫性微分方程才有正规的解法。

在日常工程的实踐中，光是用一般的方法来解类别繁多的微分方程或积分方程是不够的，而必須要能够化到比較簡單的計算方法，卽使是近似計算。

上述表明，用近似法来解不同的微分方程是具有很大的实用价值的。

在現时，下列方法可以算是比較有效的屬于这样的方法：

1. 切綫圖解法。

2. A. A. 卡拉索夫斯基和 Г. C. 波斯别洛夫法。

3. Д. A. 巴詩基洛夫法。

切綫法是解常微分方程的圖解法。不論方程是綫性的，或是非綫性的，甚至还具有与时間有关的系数。代表未知解的曲綫是一些不長的、直綫段組成的折綫，这些直綫段的斜率是由微分方程按已知条件純粹用圖解法来确定的。

A. A. 卡拉索夫斯基和 Г. C. 波斯别洛夫法的要点大体上有如下述。

在未知函数的变換函数中，算子 p 用另一算子 q 来代替，算子 q 与算子 p 是有一定关系的。如果这时使未知函数的变換函数是 p 的一个分式綫性函数的条件成立，那么經过上述的算子代換后，便得到一个分式，它是按新算子 q 的乘幂排列的两个多項式的比。按照通常的规則，把这两个多項式相除，我們便得到一个新的多項式。这个多項式的諸系数，对于这个未知的时間函数，将近似地給出其縱座标的一系列的值。

Д. A. 巴詩基洛夫法的思想在于，一个綫性或非綫性的 n

阶微分方程可以化为 n 个一阶方程的一个方程組，而这些一阶方程，根据指数結构的一些性質，很容易用“割綫”圖解法解出。因而，一阶方程組的圖形解也就能給出所研究的微分方程的解。

一阶微分方程組可以用数値法逐一解出。

上面所提到的各种方法，使有可能近似地解任意阶的微分方程，不論这些方程是綫性的，或是非綫性的，甚至在任何干扰力作用下还具有随时間而变的系数。然而，每一种方法在运用时都受到一些限制。

例如，为了运用切綫法，就需要使微分方程有下面的形式：

$$\psi_n\frac{d^n x}{dt^n}+\psi_{n-1}\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}+\cdots\cdots+\psi_1\frac{dx}{dt}+\psi_0 x=f(t),$$

式中諸系数 ψ_i 旣可能是时間 t 的函数，也可能是变量 x 的函数。

A. A. 卡拉索夫斯基和 Г. С. 波斯別洛夫法只有在这样的場合我們才运用，就是当未知函数的变換函数可以表示为两个多項式的比的一个分式指数函数时。

最后，Д. А. 巴詩基洛夫法仅仅适用于这样的場合，就是当一个 n 阶微分方程可以化为 n 个一阶方程的一个方程組时。

如果用本書中作者所闡明的迭推公式法来解微分方程的話，那末上面所提出的一些限制就不存在了。

所提供的方法不受其他各种方法所受的一些限制，并且，它有可能近似地解任意阶的微分方程（不必知道特征方程的根），不論这些方程是綫性的或者是非綫性的，甚至在任何干扰力作用下还具有随时間而变的系数。

此外，所提供的迭推公式法使有可能在这样的場合算出过渡历程的曲綫，就是当問題的微分方程是未知的，而已知的是傳送函数，或者是系統的頻率特性和相位特性，或者，当这种方法以运算微积的方式来表达时，它就有可能按給定的变换函数近似地算出原函数。

目　录

綫性和非綫性系統中
过渡历程的数値近似計算法

(迭推公式法)

〔苏联〕C. C. 胡哈利可夫著

陆傳务譯

國防工業出版社

內容簡介

本書叙述綫性和非綫性系統中过渡历程的一种新的数值近似計算法。这种方法是在于按給定的微分方程和問題的初始条件求得迭推公式，然后由这些公式依次逐步地确定未知过渡历程的曲綫的各个縱座标。

書中用有关电工技术、无綫电技术和自动調节理論的一些具体实例对这种方法加以說明。

本書供科学研究机关的工作人員、研究生、工程师和大学生閱讀。

ПРИБЛИЖЕННЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ И
НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ
〔苏联〕С. С. Хухриков
ОБОРОНГИЗ 1957
*
綫性和非綫性系統中过渡历程的数值近似計算法
陆傳务譯
*
国防工業出版社 出版
北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号
新华书店北京发行所发行　　各地新华书店經售
国防工业出版社印刷厂印装
*
787×1092 1/32　印張 2 1/4　46 千字
1959年 3 月第一版　1964年 8 月第三次印刷　印数: 5,051—8,100册
統一书号: 15034·310　　定价: (科七) 0.34元

目　录

序　言

在实踐中，任何一种技术設备經常要从一种工作状态轉变到另一种工作状态。工作状态的更換不可能在刹那間發生，它总要經过某种“过渡历程”。从而就可看出，过渡历程理論，一般說来，在技术部門中是应用得如何的广泛！特别在电工技术、无綫电技术和自动調节理論等等方面，将普遍的应用。

在电路中，經常会發生各个支路接通和断开，經常發生短路，出現不同类的电流轉換和电路参数的突然改变等等。諸如这些改变，都称之为整流变化，或簡称为整流。由于这些改变，电路中首先便建立起过渡状态，这种状态在整流后經过一段时間才过渡到稳定状态。

上述关于电路的各种情况也都适合于无綫电工程的电路。在无綫电工程（电視和雷达）中，同时也在一般利用各种波形的短暫脉冲的脉冲技术中，过渡历程的研究，从評計历程对无綫电信号失眞的影响的观点来看，也是很重要的。

最后，在自动調节理論中，当分析相应系統的动特性时，也必須与过渡历程發生关系。

为了分析所有可能的过渡历程，常微分方程和偏微分方程（或者是与这些方程相当的积分方程）是必要的数学工具。

当求解与过渡历程有关的各种不同問題时，常常会遇到十分复杂的微分方程。这些方程可能是高阶的（这就要涉及求特征方程的許多根），可能是常系数的或是变系数，最后，也可能是非綫性的。

在现时，仅仅对綫性微分方程和某几类非綫性微分方程才有正规的解法。

在日常工程的实踐中，光是用一般的方法来解类别繁多的微分方程或积分方程是不够的，而必須要能够化到比較簡單的計算方法，卽使是近似計算。

上述表明，用近似法来解不同的微分方程是具有很大的实用价值的。

在现时，下列方法可以算是比較有效的屬于这样的方法：

1. 切綫圖解法。

2. А. А. 卡拉索夫斯基和 Г. С. 波斯别洛夫法。

3. Д. А. 巴詩基洛夫法。

切綫法是解常微分方程的圖解法。不論方程是綫性的，或是非綫性的，甚至还具有与时間有关的系数。代表未知解的曲綫是一些不長的、直綫段組成的折綫，这些直綫段的斜率是由微分方程按已知条件純粹用圖解法来确定的。

А. А. 卡拉索夫斯基和 Г. С. 波斯别洛夫法的要点大体上有如下述。

在未知函数的变換函数中，算子 p 用另一算子 q 来代替，算子 q 与算子 p 是有一定关系的。如果这时使未知函数的变換函数是 p 的一个分式綫性函数的条件成立，那么經过上述的算子代換后，便得到一个分式，它是按新算子 q 的乘幂排列的两个多項式的比。按照通常的规则，把这两个多項式相除，我們便得到一个新的多項式。这个多項式的諸系数，对于这个未知的时間函数，将近似地給出其縱座标的一系列的值。

Д. А. 巴詩基洛夫法的思想在于，一个綫性或非綫性的 n

阶微分方程可以化为 n 个一阶方程的一个方程組，而这些一阶方程，根据指数結构的一些性質，很容易用“割綫”圖解法解出。因而，一阶方程組的圖形解也就能給出所研究的微分方程的解。

一阶微分方程組可以用数值法逐一解出。

上面所提到的各种方法，使有可能近似地解任意阶的微分方程，不論这些方程是綫性的，或是非綫性的，甚至在任何干扰力作用下还具有随时間而变的系数。然而，每一种方法在运用时都受到一些限制。

例如，为了运用切綫法，就需要使微分方程有下面的形式：

$$\psi_n\frac{d^n x}{dt^n}+\psi_{n-1}\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}+\cdots\cdots+\psi_1\frac{dx}{dt}+\psi_0 x=f(t),$$

式中諸系数 ψ_i 旣可能是时間 t 的函数，也可能是变量 x 的函数。

A. A. 卡拉索夫斯基和 Г. С. 波斯別洛夫法只有在这样的場合我們才运用，就是当未知函数的变換函数可以表示为两个多項式的比的一个分式指数函数时。

最后，Д. А. 巴詩基洛夫法仅仅适用于这样的場合，就是当一个 n 阶微分方程可以化为 n 个一阶方程的一个方程組时。

如果用本書中作者所闡明的迭推公式法来解微分方程的話，那末上面所提出的一些限制就不存在了。

所提供的方法不受其他各种方法所受的一些限制，并且，它有可能近似地解任意阶的微分方程（不必知道特征方程的根），不論这些方程是綫性的或者是非綫性的，甚至在任何干扰力作用下还具有随时間而变的系数。

此外，所提供的迭推公式法使有可能在这样的場合算出过渡历程的曲綫，就是当問題的微分方程是未知的，而已知的是傳送函数，或者是系統的頻率特性和相位特性，或者，当这种方法以运算微积的方式来表达时，它就有可能按給定的变换函数近似地算出原函数。

I 方法的基础

如果以 $\delta(t)$ 代表满足下列条件的所謂冲量函数:

$$\delta(t)=\begin{cases}0 \text{ 当 } t\neq 0 \text{ 时},\\ \infty \text{ 当 } t=0 \text{ 时},\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1,$$

那么任何其他一个函数 $x(t)$ 在时刻 τ 的数值可用下式来确定:

$$x(\tau)=\frac{\int_0^\infty x(t)\delta(t-\tau)dt}{\int_0^\infty \delta(t-\tau)dt}。\qquad (1)$$

如果現在以在点 $t=\tau$ 处具有最大值的某个連續函数 $\varphi(t)$ 来代替冲量函数 $\delta(t-\tau)$，那么等式（1）变为一个近似等式。函数 $\varphi(t)$ 的最大值愈尖，这个近似等式将愈准确。

可以取如下形式的函数作为一个这样的函数（或者說“权”函数):

$$\varphi(t)=t^m e^{-\alpha t}。$$

这样一个函数在点 $t=\frac{m}{\alpha}$ 处有一最大值。m 愈大，这个最大值将愈尖。

在这种場合，近似等式取如下形式: