

塑性力学进展

● 王 仁 黄克智 朱兆祥 主编

● 中国铁道出版社



SUXINGLIXUE JINZHAN

塑性力学进展

王 仁 黄克智 朱兆祥 主编

中 国 铁 道 出 版 社

1998年·北京

编者前言

1985年2月份在教育部支持下于北京大学召开一次塑性力学讨论班,本书为讨论班上各位报告人事后整理的讲稿集。参加讨论班的有全国高等学校塑性力学教师和研究生等八十余人,讨论班的目的是共同学习和探讨塑性力学的近代进展,希望从基础理论和实际应用两个方面提高塑性力学的教学和研究水平。

近年来由于充分利用材料性能的需要,也由于新型材料的出现以及使用条件的多样化,塑性力学的研究一直很活跃,1984年第十六届国际理论和应用力学大会上有关塑性力学及其应用的论文有76篇,占固体力学论文的五分之一。由于计算方法的进展,分析边值问题的关键在于正确代表材料物理本质而又便于运算的本构关系。塑性力学问题不但在物理上是非线性的,而且一般都要处理大变形,在几何上也常是非线性的,在问题的分析上造成很大的困难。为此塑性力学讨论班把重点放在这两个方面。

本书按讨论班内容分成本构关系(前九章)和塑性力学的应用(后六章)两个方面。限于篇幅,各个章节着重于阐明基本概念,对更细致的讨论将给出容易找到的参考文献。

为了衔接起见,在第一章中简短地介绍了大变形分析的基本概念,它们在后面好几章中要用到。第二章专门谈一下塑性本构关系中要用到的内变量概念,它是刻划物质受到塑性变形后内部不可逆状态变化的量。按照这个观点,材料内部受到的损伤当作连续介质来处理时,也可用内变量来表示。第三章介绍了损伤和断裂,介绍了这方面的进展,它们是近年来塑性力学突出的发展。第四章扼要地介绍了内时本构理论,给出了好几个例题使这个理论能得到更好的理解。第五章介绍高应变率下本构关系的实验结果和理论,这些对于处理塑性动力问题是十分重要的。对本构关

系的研究和理解不能脱离实验和材料内部变形机理，第六章总结了关于塑性本构关系的宏观实验研究，第七、八章从微观和细观的角度讨论了塑性变形的物理基础，这些方面在我国都比较薄弱，希望引起注意。第九章介绍岩土介质的塑性本构关系中的特点和问题，由于实际应用上的需要，近年来在国际上对此有很多研究，国内也开始重视。后一部分第十章关于塑性稳定性的介绍是属于结构分析的，这方面的工作也是浩如烟海，这里着重于阐明基本概念。第十一章关于塑性力学在压力加工中的应用，着重分析板在加工过程中的大幅度塑性变形进程，第十二章关于塑性力学在强度分析中的应用，特别分析在机械零件中沟槽所引起的应力集中问题。第十三章介绍塑性理论在近代工程强度设计规范中的应用。第十四章专门讨论对利用塑性变形来进行能量吸收装置的分析，牵涉到塑性动力问题。

从以上可见本书涉及的方面很广，然而由于塑性力学的应用愈来愈多，它们也还是不全面的，不过希望通过这些介绍和有关的参考文献，读者可以对近代塑性力学的进展有一个较深入的认识。我们希望以后还能继续介绍这方面的进展。

由于各章是分头撰写的，符号，名称虽也做过一些统一，但完成得并不好，另外由于组织上的疏忽，有少量重复的地方。好在各章基本上是独立的，关系还不大。编者为未能做到完全的统一，请读者原谅，内容中难免有不妥和错误的地方也希望读者指出，使我们的工作能够不断进步。

最后还要特别感谢铁道出版社对我们工作的支持。

王仁、黄克智、朱兆祥

一九八六年四月

目 录

第一章 现代连续介质力学的若干基本概念	1
1.1 引 言.....	1
1.2 物体的构形、运动和变形.....	1
1.3 应 变.....	8
1.4 变形的时间变化率.....	10
1.5 应 力.....	15
1.6 应力率和客观性.....	16
参考文献	20
第二章 塑性理论中的内变量方法	21
2.1 内变量的提出.....	21
2.2 具有内变量的普遍热力学理论.....	23
2.3 弹塑性理论的内变量表述.....	26
参考文献	30
第三章 损伤与断裂	31
3.1 引 言.....	31
3.2 损伤力学.....	31
3.3 考虑内变量的塑性本构关系之一例.....	33
3.4 Lemaitre-Chaboche 损伤理论	38
3.5 Rousselier 损伤理论	45
3.6 连续介质损伤力学用于结构的破坏分析.....	54
3.7 拉伸强度.....	55
3.8 在损伤材料中的裂纹.....	59
参考文献	61
第四章 本构关系的内蕴时间理论及其应用	66
4.1 引 言.....	66

4.2	连续介质热力学的一些概念与定律	68
4.3	耗散型材料本构方程的形式不变性定律	75
4.4	内蕴时间的定义及内时本构方程	79
4.5	内时理论在梁的弹塑性分析中之应用	86
4.6	含切口板循环弹塑性应变场的有限元内时分析	94
4.7	固支薄圆板弹塑性弯曲的一种弹塑性分析	99
4.8	内时理论在断裂与低周疲劳分析中之应用	102
4.9	超高压自增强厚壁圆筒残余应力场的内时弹塑性分析	106
4.10	砂土的内时本构描述	108
	参考文献	116
第五章	粘塑性本构关系	119
5.1	固体材料动力特性的某些实验结果	119
5.2	过应力模型理论	124
5.3	粘塑性模型理论	127
5.4	拟线性本构方程理论	135
5.5	Bodner-Parton 理论	138
	参考文献	140
第六章	塑性本构关系的实验研究	144
6.1	引言	144
6.2	1950年以前的实验研究工作	144
6.3	1950年以来塑性本构关系的实验研究	151
	参考文献	174
第七章	塑性变形的物理理论	179
7.1	塑性变形的微观研究	179
7.1.1	引言	179
7.1.2	塑性单晶体的塑性变形	180
7.1.3	多晶体聚集模型	188
7.1.4	亚微观塑性变形计算的若干进展	192
7.1.5	宏观塑性变形特征	193

参考文献	196
7.2 晶体塑性理论-Hill自治理论	198
7.2.1 引言	198
7.2.2 晶体塑性变形几何学	198
7.2.3 弹性本构定律	201
7.2.4 硬化公式和弹塑性本构关系	202
7.2.5 多晶集合体的塑性微观力学	204
7.2.6 宏观本构方程的确定	207
参考文献	215
第八章 晶体滑移塑性理论(T.H.Lin林同骅的工作)	217
8.1 绪言	217
8.2 单晶体内的滑移	219
8.3 基本方程和计算方法简介	221
8.4 屈服曲面	226
8.5 塑性应变增量的方向	228
8.6 应力应变关系	231
8.7 结束语	234
参考文献	235
第九章 岩土介质的弹塑性本构关系	237
9.1 引言	237
9.2 正则屈服面的本构理论	239
9.3 奇异屈服面的本构理论	243
9.4 弹塑性耦合情况的本构理论	246
9.5 间断面的本构理论	249
9.6 小结	253
参考文献	253
附录 土的本构关系述评	255
一、前言	255
二、土的本构关系特点	255
三、土塑性本构关系理论的建立	257

四、土的塑性本构模型简介	258
五、结 束 语	265
参考文献	266
第十章 结构的塑性稳定性	268
10.1 引 言	268
10.2 稳定性准则	273
10.3 简单模型的塑性稳定性分析	274
10.4 初缺陷的渐近分析结果	282
10.5 残余应力的效应	284
10.6 十字型柱体(平板)的塑性稳定性和对初缺陷 的敏感性	287
10.7 局部屈曲和整体屈曲的相互作用	291
10.8 Hill 关于弹塑性材料唯一性和稳定性的一般 理论和应用例题	298
10.9 结 束 语	304
参考文献	304
第十一章 塑性力学在板的压力加工中的应用	306
11.1 引 言	306
11.2 梁的塑性弯曲的工程理论	307
11.3 板条的圆柱形弯曲	315
11.4 在边缘弯矩作用下的矩形板和圆板	322
11.5 圆板在半球模中的冲压	325
11.6 圆环板和圆板的皱曲	328
11.7 矩形板在双向曲模中的冲压	333
11.8 简短的结语	339
参考文献	340
第十二章 塑性力学在机械强度中的应用	343
12.1 概 述	343
12.2 具有沟槽构件的破坏过程及影响因素	344
12.3 具有尖角沟槽板件的拉伸	353

12.4	带孔受拉平板的极限载荷	358
12.5	具有沟槽杆件的扭转	368
	参考文献	173
第十三章	工程强度设计规范中的塑性准则	373
13.1	强度设计规范的基础性突破	373
13.2	应力分类	378
13.3	应力评定	383
	参考文献	385
第十四章	利用金属塑性变形原理的能量吸收装置	387
14.1	引言	387
14.2	拉伸元件和弯曲元件	388
14.3	横向受压的圆环和圆管	389
14.4	轴向受压的圆管	395
14.5	轴向受压的方管	402
14.6	利用金属成形原理的装置	406
14.7	结 语	406
	参考文献	407

第一章 现代连续介质力学的 若干基本概念

中国科技大学近代力学系 朱兆祥

1.1 引言

连续介质力学中的许多基本概念，诸如运动、变形、应力、应变和它们的变化率等等，在近三十年来得到了深入的重新研究和系统整理。人们关心连续介质力学中物理规律在各种坐标系中的不变性，于是大量地引入了张量表述方法；人们又关心这些规律在各种参考系中的不变性，于是提出了物理规律或物理量表述的客观性原理；关于大变形的深入研究，引出了应变可加性的争论。这一切加深了塑性力学的基础，而且使得流行文献中关于塑性理论的表述发生了显著的变化，因而有必要概括地介绍现代连续介质力学的若干基本概念和流行的表述方法。

许多塑性力学家如Prager, Lee, Naghdi等都投入了这场深化运动。其中最具有代表性的是 R. Hill的一系列工作，引进了许多新鲜思想，取得许多重要的基础性结果。郭仲衡等^[1]已对 Hill的方法和结果在我国作了系统介绍。在美国，以 C. Truesdell 为代表的学派更为全面而系统地总结并发展了现代连续介质力学的基础，建立了公理化的理论体系。这个学派所使用的表述方法和符号系统目前已普遍地流行了（参考文献^{[2], [3]}）。

1.2 物体的构形、运动和变形

一个物体是许许多多物质粒子（质点）的连续集合。每个粒子都可以用一个标记 X 来命名。 X 可以是一组文字或一组数字。

在一个特定时刻，每个粒子 X 在空间中占有一个位置 x 。

对组成物体的所有粒子位置的完全的刻划叫做物体的一个构形（位形，配置）。

物体上各点位置随时间的变化，也即构形随时间的连续变化，叫做物体的运动：

$$x = x(X, t) \quad (1-1)$$

构形的变化包括粒子之间相对距离不变的刚性移动和转动，也包括粒子之间相对距离发生变化的变形。广义的变形包括刚性运动和纯变形。

描述物体的运动需要一个参考标架。固联于这个参考标架，可以建立一个坐标系 (x_1, x_2, x_3) 用以确定粒子的流动位置 x ，这样的坐标系叫做空间坐标系（Euler 坐标系）。

描述物体的变形需要一个参考构形。根据这个参考构形来判断流动构形的变形程度。参考构形可以任意选择，通常把物体在初始时刻的实际构形作为参考构形。

物质粒子的标记 X 可以用不同的方法来规定。一个比较简单的办法是把粒子在参考构形中的位置 X 来命名这个粒子 X 。为确定 X ，需要建立一个坐标系 (X_1, X_2, X_3) 。这个坐标系可以任意选择，独立于参考标架和空间坐标系，用以描述粒子在参考构形中的位置。这样的坐标系叫做物质坐标系（Lagrange 坐标系）。

于是物体的运动可以写成

$$x = x(X, t) \quad (1-2)$$

这个式子也可以看成以 t 为参量的坐标变换，即物质坐标和空间坐标之间的变换。

在本文中，为简单起见，两个坐标系都选用直角坐标系，而且是共轴的。一个流动粒子的位置在两个坐标系中是不同的，只有在初始时刻才重合在一起。

变形陡度

在参考构形中的两个相邻的粒子 X 和 $X+dX$ ，它们之间的距离是 dX ；到 t 时刻，这两个粒子在现时构形中的距离是

$$d\mathbf{x} = \mathbf{x}(X+d\mathbf{x}, t) - \mathbf{x}(X, t) \quad (1-3)$$

对 $\mathbf{x}(X+dX, t)$ 在 X 点作 $Taylor$ 展开，略去高阶小量，可得

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}dX, \quad dx_i = F_{iL}dX_L \quad (1-4)$$

式中

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial X}, \quad F_{iL} = \frac{\partial x_i}{\partial X_L} \quad (1-5)$$

是一个线性变换，它把参考构形中粒子 X 的邻域映入现时构形中位置 $\mathbf{x}$ 的邻域中，或者说， $\mathbf{F}$ 把初始的微段 dX 变换成现时的微段 $d\mathbf{x}$ 。 $\mathbf{F}$ 一方面使 dX 伸长，同时又使它旋转一个角度。所以 $\mathbf{F}$ 刻划了一个粒子邻域的整个变形过程，它在现代连续介质力学的变形描述中起着重要的核心作用，叫做变形陡度。

变形陡度是一个二阶非对称张量，它的九个分量的全体形成一个从物质坐标变换到空间坐标的变换矩阵。(1-4)和(1-5)中的左式是这种变换和变换矩阵的直接记法或矩阵记法，右式是其分量记法或坐标记法。下标 i 和 L 都取值1, 2, 3；下标重复出现时(如 L)表示对此下标从1到3取和。小写下标表示空间坐标中的分量，大写下标表示物质坐标中的分量。 F_{iL} 具有两种下标，表示它是兼属于两种坐标的二点张量的分量。这九个分量有明确的几何含义。若令 dS , ds 分别表示变形前后微段的长度，以 ds 除(1-4)式的两边，得

$$\mathbf{F}\mathbf{N} = \lambda_N \mathbf{n} \quad (1-6)$$

式中

$$\mathbf{N} = \frac{dX}{dS}, \quad \mathbf{n} = \frac{d\mathbf{x}}{ds}, \quad \lambda_N = \frac{ds}{dS} \quad (1-7)$$

分别表示变形前微段方向，变形后微段方向和变形前后微段的伸长比。

为得到 $\mathbf{F}$ 的分量，可对(1-6)式左乘以单位向量 $\mathbf{N}'$ ，得

到

$$F_{N'N} \equiv N'^T F N = \lambda_{N'} N'^T n \quad (1-8)$$

例如取 N 为 X_1 方向, N' 依次取 X_1, X_2, X_3 等三个坐标轴的方向, 便可得出:

$$\left. \begin{aligned} F_{11} &= \lambda_1 \cos \theta_{11} \\ F_{21} &= \lambda_1 \cos \theta_{21} = \lambda_1 \sin \theta_{11} \cos \phi_1 \\ F_{31} &= \lambda_1 \cos \theta_{31} = \lambda_1 \sin \theta_{11} \sin \phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式中 λ_1 指 X_1 轴方向微段的伸长比, 各角度如图 1-1 所示。其他分量可类似地写出。

变形陡度张量 (变换矩阵) 的行列式 $\det F$ 就是两种坐标间变换的 Jacobian 行列式 J :

$$J = \det F = \left| \frac{\partial x_i}{\partial X_l} \right|$$

(1-10)

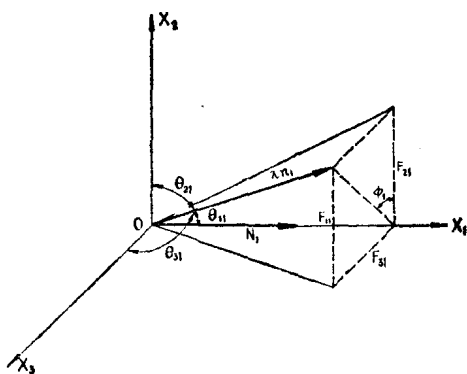


图 1-1 变形陡度的几个分量

在 x 点上三个不共面的微段 dx_1, dx_2, dx_3 所形成的微体的体积为

$$dv = dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3 = |dx_1, dx_2, dx_3|$$

这个行列式的对应的矩阵为

$$\begin{aligned} [dx_1, dx_2, dx_3] &= [F dX_1, F dX_2, F dX_3] \\ &= [F][dX_1, dX_2, dX_3] \end{aligned}$$

对此式取行列式, 便有

$$dv = \det F |dX_1, dX_2, dX_3| = J dV \quad (1-11)$$

dV 是变形前三个微段 dX_1, dX_2, dX_3 所形成的微体的体积。这样, 变形陡度矩阵的行列式 $\det F$ 也即 Jacobian 行列式之值 J 正是微体体积膨胀比, 而由质量守恒定律, 这个比值也正是变形前

后物体在 $\mathbf{x}$ 处的密度之比，其值永远为正：

$$J = \frac{dv}{dV} = \frac{\rho_0}{\rho} > 0 \quad (1-12)$$

这表明矩阵 F 是可逆的，因而有逆 F^{-1} ，满足

$$FF^{-1} = I, \quad \frac{\partial x_i}{\partial X_L} \frac{\partial X_L}{\partial x_i} = \delta_{ii} \quad (1-13)$$

逆矩阵 F^{-1} 可写成

$$F^{-1} = \frac{\partial X}{\partial \mathbf{x}}, \quad F_{Li}^{-1} = \frac{\partial X_L}{\partial x_i} \quad (1-14)$$

最后，不加证明地写出变形前后微面的关系式：

$$d\mathbf{a} = J F^{-1T} d\mathbf{A}, \quad da_i = J \frac{\partial X_L}{\partial x_i} dA_L \quad (1-15)$$

变形陡度的分解

非对称张量 F 可以唯一地分解成为它的对称部份 S 和反对称部份 A 之和：

$$F = S + A \quad (1-16)$$

其中 $S = S^T$, $A = -A^T$ 。故有

$$S = \frac{1}{2} (F + F^T), \quad A = \frac{1}{2} (F - F^T) \quad (1-17)$$

可以注意到 A. E. H. Love^[3] 在 1927 年提出的延伸度张量 ϵ (Elongation tensor)，和后来被 Новожилов^[4] 解释为平均转动张量的 ω 是和这两个张量 S 和 A 相关的。

所谓延伸度是指变形后微段 $d\mathbf{x}$ 在变形前微段 $d\mathbf{X}$ 方向上的投影 dx_N 和变形前微段长度 dS 之差对 dS 的比值 ϵ ：

$$\epsilon = \frac{dx_N - dS}{dS} = \lambda \cos \theta - 1 \quad (1-18)$$

式中 λ 是微段的伸长比， θ 是变形过程中微段的转角。上式可以张量化：

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{d\mathbf{x}^T d\mathbf{X} - d\mathbf{X}^T d\mathbf{X}}{dS^2} = \frac{d\mathbf{X}^T (F^T - I) d\mathbf{X}}{dS^2} \\ &= \mathbf{N}^T (F^T - I) \mathbf{N} \end{aligned}$$

如果注意到 $d\mathbf{x}^T d\mathbf{X} = d\mathbf{X}^T d\mathbf{x} = d\mathbf{X}^T F d\mathbf{X}$, 则上式也可写成

$$\varepsilon = N^T (F - I) N$$

合并上二式, 可得

$$\varepsilon = N^T \mathbf{\varepsilon} N, \quad \varepsilon = \varepsilon_{LM} N_L N_M \quad (1-19)$$

式中

$$\mathbf{\varepsilon} = \frac{1}{2} (F^T + F) - I = S - I \quad (1-20)$$

我们命粒子 X 的位移为 $\mathbf{u}$, 则在同轴坐标的前提下, 变形后粒子 X 的位置 $\mathbf{x}$ 为

$$\mathbf{x} = X + \mathbf{u} \quad (1-21)$$

于是可对上式求对 X 的微商得出

$$F = I + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X} \quad (1-22)$$

这样, 把上式代入 (1-20), 便可得到延伸度张量的显式表达式:

$$\mathbf{\varepsilon} = S - I = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X} \right)^T \right\} \quad (1-23)$$

同样, 据 (1-17) 式可得平均转动张量的显式表达式

$$\omega = A = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X} - \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X} \right)^T \right\} \quad (1-24)$$

只有在变形很小的情况下, ε 和 ω 才分别表示纯变形和纯转动, 而在一般情况下, 它们都是兼有变形和转动的因素, 其详细论证可参阅[4]和[5]。

变形陡度的积分解

可逆张量 F 可以唯一地作乘法分解, 成为一个正交张量 R 右乘以一个正定对称张量 Λ 的积, 或者同一个正交张量 R 左乘以一个正定对称张量 V 的积:

$$F = R\Lambda = VR \quad (1-25)$$

因为 (1) 对于一个任取的单位向量 N , 必有:

$$FN = \lambda n \neq 0$$

$$(2) \lambda^2 = (FN)^T (FN) = N^T (F^T F) N > 0$$

因此, 张量 $F^T F$ 必定是正定的。又,

$$(3) (F^T F)^T = F^T F$$

所以, 张量 $F^T F$ 又是对称的。

(4) 这样, 张量 $F^T F$ 有三个正特征值 $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$, 并有三个互相正交的特征向量 N_1, N_2, N_3 。在以它们为标架的主坐标系中, 张量 $F^T F$ 可表为

$$C \equiv F^T F = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha}^2 N_{\alpha} N_{\alpha} \quad (1-26)$$

(5) 以 $\{\lambda_{\alpha}^2\}$ 的正平方根 $\{\lambda_{\alpha}\}$ 为特征值, $\{N_{\alpha}\}$ 为特征向量, 可以构筑一个 C 的平方根张量 Λ :

$$\Lambda = \sqrt{C} = \sqrt{F^T F} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} N_{\alpha} N_{\alpha} \quad (1-27)$$

它是正定的, 对称的, 因而允许存在一个对称的逆张量 Λ^{-1} 。

(6) 于是, 可以令

$$F \Lambda^{-1} = R$$

则由

$$R R^T = F \Lambda^{-1} (F \Lambda^{-1})^T = F (\Lambda^2)^{-1} F^T = (F F^{-1}) (F F^{-1})^T = I$$

可知 R 是正交张量, 而

$$\det R = \det F \det \Lambda^{-1} > 0$$

所以 R 是一个不伴随反射的纯转动张量。

(7) 这样就得出变形梯度张量 F 的右分解

$$F = R \Lambda \quad (1-28)$$

可以证明这样的极分解是唯一的。

(8) 同理可以得出 F 的左分解:

$$F = V \Lambda \quad (1-29)$$

这里 R 是在分解中的同一个转动张量, V 是 Λ 的相似张量

$$V = R \Lambda R^{-1} \quad (1-30)$$

所以张量 V 也是正定的, 对称的, 而且和 Λ 有同样的特征值 $\{\lambda_{\alpha}\}$, 但是有不同的特征向量 $\{n_{\alpha}\}$:

$$\mathbf{V} = \sqrt{\mathbf{B}} = \sqrt{\mathbf{F} \mathbf{F}^T} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} \mathbf{n}_{\alpha} \mathbf{n}_{\alpha} \quad (1-31)$$

(9) 特征向量 $\{\mathbf{N}_{\alpha}\}$ 叫做物质主轴, 特征向量 $\{\mathbf{n}_{\alpha}\}$ 叫做空间主轴, 由 (1-30) 式可知, $\mathbf{R}$ 的作用在于把三个物质主轴转到相应的空间主轴:

$$\mathbf{n}_{\alpha} = \mathbf{R} \mathbf{N}_{\alpha} \quad (1-32)$$

从而可得

$$\mathbf{R} = \mathbf{n}_{\alpha} \mathbf{N}_{\alpha} \quad (1-33)$$

张量 $\mathbf{\Lambda}$ 和 $\mathbf{V}$ 分别叫做右、左伸长张量, 它们的作用在于把一点附近的纤维伸长(除主轴上的纤维外, 一般还附带有微小的转动)。右分解的变形过程是先伸长, 继之以主轴转动, 左分解的变形过程是先主轴转动, 继之以伸长。两者所得的结果是一样的。实际上把 (1-33), (1-27) 或 (1-31) 代入 (1-25), 都可得出

$$\mathbf{F} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} \mathbf{n}_{\alpha} \mathbf{N}_{\alpha} \quad (1-34)$$

1.3 应 变

应变的量度平常是指纯变形的量度, 把主轴转动效应排除在外。因为材料本构关系反映的是材料对于应变, 或应变历史, 或应变的时间变化率的反应, 和刚性转动是不相干的。因此, 像变形陡度张量和延伸度张量等不能是应变的量度。而由 $\mathbf{F}$ 构成的张量 $\mathbf{C}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{\Lambda}$, $\mathbf{V}$ 等排除了转动的影响, 是可以作为应变的量度的。事实上, 在非线性弹性力学中确实使用 $\mathbf{C}$, $\mathbf{C}^{-1}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{B}^{-1}$ 等作为纯变形的量度。但是这些张量在参考构形中都化为 $\mathbf{I}$, 而不为零, 和平常对于应变的观念不合。

通常要求应变的量度在未变形的参考构形中为零, 而当变形很小时能够转化成习用的工程应变即线性应变的形式。因此通常的应变量度都取成 $(\lambda-1)$ 的函数的形式, 加以张量化。例如: 真