工程电磁理论方法

符果行　　编著

人民邮电出版社

内 容 简 介

本书仅限于宏观经典理论及场的边值问题的理论和计算，着重介绍处理电磁工程问题的数学方法，而各类物理现象均以其工程应用实例的形式归入不同的数学方法之中，将工程电磁理论与数学方法紧密结合起来。

全书分三篇共十一章，内容包括电磁理论基础，长、扁旋转，椭圆柱，直角，圆柱和球等坐标系的变量分离理论和方法及其在静态问题和波动问题（如平面波、柱面波和球面波的导行、谐振、辐射、散射和绕射等）中的应用，并偏重于波动问题。

本书适合于电磁场与微波技术专业的科技人员、教师、研究生和高年级大学生参考之用。

工程电磁理论方法

编 著　符果行

责任编辑：俞天林

•

人民邮电出版社出版发行

北京东长安街27号

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所经销

•

开本：850×1168 1/32　　1991年2月第一版

印张：$16^{24}/_{32}$ 页数：268　　1991年2月河北第1次印刷

字数：443千字　　印数：1—2 000 册

ISBN7-115-04386-8/TN·411

定价：8.15元

序

当今微波技术和天线工程已经发展到十分成熟的地步，而且正在向更新的领域扩展，如毫米波技术就是围绕开拓和应用新的电磁频谱而发展起来的。在这类专业理论和技术的应用中，为我们提供了大量的电磁工程边值问题，从已有的浩如烟海的文献资料足以表明，以经典电磁理论为基础的电磁工程的应用仍然是当前的重要课题，而求解和处理各类电磁工程边值问题又是解决其应用问题的关键，它有着极其丰富的内容。《工程电磁理论方法》是一本专论电磁工程边值问题的书，由于它在内容和结构上所具有的某些特点，我愿意向关心、了解和需要这方面知识的读者推荐这本书。

正如作者在绪论中所指出的那样，本书以方法论的观点统一论述工程电磁理论问题，且仅限于宏观经典理论和场的边值问题的理论与计算。内容的安排是按照数学方法的类似性，而不是按照物理现象的类似性。主要目的是介绍处理电磁工程问题的数学方法。将工程电磁理论与数学方法相结合是本书的一个显著特点。对诸如平面波、柱面波、球面波、波导、辐射、散射和绕射这类以物理特征相区别的问题，不逐一进行纵向论述，而是在统一的处理方法中进行横向联系。这样安排内容的一个优点是让读者不致囿于某一特定的物理现象本身，而能站在处理方法的角度将各种物理现象联系起来，以达到举一反三、灵活应用的目的。这一特色在同类书籍中尚属少见。

本书将静态问题与波动问题对比进行论述，对有关微波理论与技术及天线工程等书籍中的场论基础和工程电磁理论与方法进行了比较系统而有重点的概括。在介绍基本理论的基础上，按照静态场方程、标量波动方程和矢量波动方程的求解问题，选择有用的电磁

工程问题的典型实例进行分析和计算，也适当汇集了近年来科技文献中代表专业发展方向的研究成果，力求将理论与计算密切结合起来。

本书内容充实，论述严谨，还论及了同类书籍中少见的问题，有一定深度和特色。对电磁场与微波技术专业的从业人员、教师、研究生和高年级大学生颇有参考价值，相信读者会从中获得有益的知识。

林为干

（中国科学院学部委员、电子科技大学教授）

1989年2月20日

前 言

本书以方法论的观点统一论述工程电磁理论问题，着重对有关微波理论与技术及天线工程等书籍中的场论基础和工程电磁理论问题进行了比较系统而有重点的概括，并适当注意从近年来的科技文献中涉猎一些代表专业发展方向的有用实例和研究成果。写作本书的目的在于期望读者能够通过本书的阅读，可以顺利地学习和研究更高层次的专业技术书籍，或借助于本书所论述的处理工程电磁理论方法，可以有助于对所研究的课题进行理论分析和实际计算。

为了达到这一目的，本书具有若干特色。首先，不企求涉足电磁理论的一切领域，仅限于宏观经典理论和场的边值问题的理论与计算。在一般的电磁理论书籍中，是按照静电场、恒定磁场、边值问题、时变场和波等内容分章叙述的，各章涉及的电磁理论是十分丰富的，我们无法对这些内容都进行深入论述，于是选择场的宏观经典理论中的边值问题作为考虑的重点。这是因为边值问题涉及各种数学物理方法的应用，为培养分析计算能力提供了有利的条件，指明了有效的途径；而且，用数学物理方法来处理场的边值问题，在电磁场工程应用上有较大的实用价值。对于内容较深入的微波技术和天线工程一类专业技术问题，如果剥去“工程”和“技术”的外衣，实质上就是一个电磁场问题，也就是求解场的边值问题。其次，内容的安排是按照数学方法的类似性，而不是按照物理现象的类似性。主要目的是以方法论为指导思想，介绍处理电磁工程问题的场论基础和数学方法，而各类物理现象均以其应用实例的形式归入不同的数学方法之中。如平面波、柱面波和球面波的导行、谐振、辐射、散射和绕射等问题的实例归入分离变量法中。但本书有别于数学物理方法一类书籍，数学物理方法侧重于数学理论的严格

推证，工程电磁理论方法在其所提供的数学模型基础上赋予它明确的物理解释，并用于解电磁场工程的边值问题，阐明如何根据方法的应用条件和现象的物理要求来选择适合的场解。最后，理论与应用同时并重，力求在介绍基本原理和方法的基础上，通过精选，列举有用的电磁工程问题的典型实例，并汇集相应的习题。因此，这是一本以工程电磁理论与数学方法相结合阐明和处理各种电磁现象和边值问题为其特点的书。

求解电磁场工程的边值问题具有丰富的内容和实用价值。从场的理论和方法看，边值问题的求解方法有三大类。第一类是严格解析法，包括分离变量法、格林函数法、保角变换法和函数变换法（傅氏变换和拉氏变换）等；第二类是近似解析法，包括微扰法、变分法、逐步逼近法（叠代法）和高频方法（几何光学法、物理光学法、几何绕射法和物理绕射法）；第三类是数值法，包括有限差分法，有限元法和矩量法等。综观这三大类方法，各有其特点和优缺点，都有它们各自适用于求解的一些问题，不能偏废。如何求解电磁场工程的边值问题，这既是一种复杂的技术，也是一种巧妙的艺术，局限于某一种方法可能会走向僵化，不利于科学技术的发展。所以对于千变万化的具体问题，需要具有灵活多变的应变能力，采用多种解法或几种解法联合使用，这就是所谓混合法，看来这是一个发展方向。

为了不过多增加篇幅，本书不拟全面而系统地介绍电磁场边值问题的各种数学处理方法，只阐述严格解析法中的基本方法一分离变量法，及其在各类电磁工程问题中的应用。分离变量法是一种经典的微分方程法，它可以求解一类具有理想边界条件的典型边值问题，而且是建立、发展和检验其他近似法和数值法的基础。本书分三篇共十一章：第一篇是电磁理论基础，从基本方程，基本定理和基本解法三方面重点地介绍了电磁理论基础，着重于分析手段和处理方法，在内容的深度和广度两方面有所深化和开拓；第二篇是场的分离变量理论和方法，着重阐述了一般正交曲线坐标系中波动

方程可分性的理论和长、扁旋转椭球坐标系和椭圆柱坐标系的分离变量理论和方法及其应用；第三篇是常用坐标系中的分离变量理论和方法，着重阐述了直角、圆柱和球三种常用坐标系的分离变量理论和方法及其应用。对各篇内容的考虑需要指出两点。首先，力求在更普遍的形式下来介绍数学理论和处理方法，所以先提出一般正交曲线坐标系可分性的理论，再逐步特殊化为各种更简单实用的坐标系，这也是没有把第三篇的内容安排在第二篇的内容之前的原因。这是在认定读者对数字物理方法已具备必要知识的前提下作这一安排的。如果读者对数学物理方法的知识尚不够熟悉，也可以将这两篇的顺序颠倒来阅读。其次，对于工程问题的应用，波动问题比静态问题有更广泛的实用价值，所以本书偏重介绍波动问题及其应用，但也适当兼顾作为其基础的静态问题及其应用。因此，第一篇介绍的是波动问题的电磁理论基础；第二篇结束时特别介绍了旋转椭球函数与马丢函数的应用，着重指出在求解波动问题时具有丰富多彩的内容，以作为该篇的一个小结；第三篇开始时特别介绍了波导和谐振腔的波型和特征参量，以作为该篇进一步介绍波动问题的一个准备。

本书大体上采用了作者为电子科技大学研究生讲授电磁场理论课所写教材的体系，而内容则有所深化和拓展，适合于电磁场与微波技术专业或需要这方面知识的科技人员、教师、研究生和高年级大学生参考之用。

作者

1989年1月20日

目　录

第一篇　电磁理论基础

第二篇　场的分离变量理论和方法

第三篇 常用坐标系中场的分离变量理论和方法

第一篇

电磁理论基础

本篇是以下各章求解电磁边值问题的理论基础。内容包括基本方程、基本定理和基本解法。由基本方程可以导出或推证基本定理，基本定理又为基本方程的求解提供了理论依据，从而确定其各种基本解法。

第一章 电磁场基本方程

§1.1 麦克斯韦方程的微分形式 组成关系

麦克斯韦电磁理论是根据早期发展起来的电学和磁学的基本定律而创建起来的。反映空间变化规律的静态场基本定律（高斯定理、安培环路定律、静电场的保守性和磁通连续性原理）所描述的电场与磁场是彼此无关的，在考虑时间变化的条件下，可以将静态场的基本定律加以修正，推广为反映时空变化规律的时变场与波的麦克斯韦方程。法拉第电磁感应定律揭示了变化的磁场可以激发电场，麦克斯韦的一个重要贡献是在安培环路定律中引入了位移电流项，从而解决了时变场中的电流连续性问题，揭示了变化的电场也可以激发磁场。变化电场与变化磁场在空间不断地相互激发和转化，麦克斯韦进一步预言了电磁波的存在，提出光是电磁波的学说。麦克斯韦的重要预见为后来的赫兹实验所证实，经他修正和总结的麦克斯韦方程反映了宏观电磁现象的普遍规律，定量地描述了

电场和磁场间以及它们与电荷和电流间的相依关系和时空变化规律。所以麦克斯韦方程是电磁理论的基本方程，它为电磁理论的建立和发展奠定了重要的基础，也为无线电电子技术，特别是微波技术与天线工程的发展和应用奠定了重要的基础。

麦克斯韦方程的微分形式是描述空间任一点上场与场源的时空变化关系，它只适合于媒质的物理性质不发生突变的点。其形式为

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{1.1-1a}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \tag{1.1-1b}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \tag{1.1-1c}$$

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho \tag{1.1-1d}$$

式中

$\vec{E}$ = 电场强度(V/m)

$\vec{H}$ = 磁场强度(A/m)

$\vec{B}$ = 磁通密度(Wb/m^2)

$\vec{D}$ = 电通密度(C/m^2)

$\vec{J}$ = 电流密度(A/m^2)

ρ = 电荷密度(C/m^3)

方程（1.1～1a～d）分别称为麦克斯韦-安培定律，法拉第电磁感应定律，高斯磁场定律和高斯电场定律。这四个方程并不是完全互相独立的。对于时变场，可以证明，有两个方程不是独立的。如果麦克斯韦方程中两个旋度方程和电流连续性方程考虑为独立方程，则可导出两个散度方程。取式（1.1-1b）的散度，得

$$\nabla\cdot\nabla\times\vec{E}=\nabla\cdot\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)=-\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{B})$$

由于$\nabla\cdot\nabla\times\vec{E}\equiv 0$，故有

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{B})=0$$

因为$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\neq 0$，由此得到式（1.1-1c）。再对式（1.1-1a）取散度，得

$$\nabla\cdot\nabla\times\vec{H}\equiv\nabla\cdot\vec{J}+\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{D})$$

由于$\nabla\cdot\nabla\times\vec{H}\equiv 0$，已知电流连续性方程为

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t} \tag{1.1-2}$$

故有

$$-\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{D})=\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{D}-\rho)=0$$

因为$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\neq 0$，$\frac{\partial\rho}{\partial t}\neq 0$，且在全空间$\rho=0$时$\vec{D}=0$，由此得到式（1.1-1d）。显然两个散度方程是非独立方程，但这两个方程并不是多余的。根据亥姆霍兹定理，一个在远区消失的矢量场是由其旋度和散度共同唯一确定的。需要指出，独立方程与非独立方程的区分是相对的，我们也可以将式（1.1-1a，b，d）考虑为独立方程，此时式（1.1-1c）和（1.1-2）就是非独立方程。

上面已经指出，如果考虑麦克斯韦方程的两个旋度方程及电流连续性方程作为独立方程，这三个方程中有五个矢量函数$\vec{E}$、$\vec{H}$、$\vec{D}$、$\vec{B}$、$\vec{J}$和一个标量函数ρ，由于一个矢量函数可以分解为三个标量函数，这相当于共有十六个标量函数。而上面三个独立方程实际上是由七个标量方程构成的，仅有这三个独立方程无法确定十六个未知标量函数。所以，这三个独立方程是麦克斯韦方程的非限定形式。要使方程的数目和未知量的数目相等，还必需利用描述媒质在电磁场作用下的特性关系式，这类关系式称为组成关系。当引入三个这样的辅助矢量方程后，相当于提供了另外的九个标量方程，使未知场函数与场方程的数目一致，场方程就变成为可解的了，因而构成麦克斯韦方程的限定形式。

对于自由空间（如真空或空气介质），其组成关系最简单，有

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E} \tag{1.1-3a}$$

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H} \tag{1.1-3b}$$

$$\vec{J}=0 \tag{1.1-3c}$$

式中ε_0和μ_0分别称为自由空间的电容率（或介电常数）和导磁率。在国际单位制中

$$\epsilon_0=\frac{1}{C^2\mu_0}\approx\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}\quad \mathrm{F/m}$$

$$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\quad \mathrm{H/m}$$

$$C=\frac{1}{(\mu_0\varepsilon_0)^{1/2}}\approx3\times10^8\quad \mathrm{m/s}$$

对于均匀各向同性线性媒质，在电磁场的作用下，其内部电荷的运动导致媒质的极化、磁化和传导三种状态，它们分别由极化强度矢量$\vec{P}$、磁化强度矢量$\vec{M}$和传导电流密度矢量$\vec{J}$来表示。其中极化强度矢量和磁化强度矢量分别定义为

$$\vec{P}=\lim_{\Delta V\to0}\frac{\sum\vec{p}_e}{\Delta V}\quad \mathrm{C/m^2} \tag{1.1-4a}$$

$$\vec{M}=\lim_{\Delta V\to0}\frac{\sum\vec{p}_m}{\Delta V}\quad \mathrm{A/m} \tag{1.1-4b}$$

式中$\vec{p}_e$和$\vec{p}_m$分别称为电偶极矩和磁偶极矩。因而，$\vec{D}$和$\vec{B}$可以分别写为复合矢量形式

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P} \tag{1.1-5a}$$

$$\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M}) \tag{1.1-5b}$$

媒质的组成关系是以实验为基础的。对于线性媒质，$\vec{P}$与$\vec{E}$和$\vec{M}$与$\vec{H}$均成正比关系，可分别写成

$$\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E} \tag{1.1-6a}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \tag{1.1-6b}$$

式中χ_e和χ_m分别称为媒质的相对电极化率和相对磁极化率。因此组成关系可写成

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} = (1 + \chi_e)\varepsilon_0 \vec{E} \tag{1.1-7a}$$

$$\vec{B} = (1 + \chi_m)\mu_0 \vec{H} \tag{1.1-7b}$$

令

$$\varepsilon = (1 + \chi_e)\varepsilon_0 \qquad \mu = (1 + \chi_m)\mu_0 \tag{1.1-8}$$

分别表示媒质的电容率和磁导率，均匀各向同性线性媒质的组成关系最后表示成

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \tag{1.1-9a}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \tag{1.1-9b}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \tag{1.1-9c}$$

式中

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_e \tag{1.1-10a}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m \tag{1.1-10b}$$

分别称为媒质的相对电容率和相对磁导率；σ称为媒质的电导率(S/m)。

从上面的介绍可以看出，只要各个场矢量之间的结构关系是未知的或者是不确定的，方程（1.1-1a，b）和（1.1-2）即构成麦克斯韦方程的非限定形式。此时可以引入多种替换形式来描述麦克斯韦方程，例如利用式（1.1-5a，b），我们已经引入$\vec{E}$、$\vec{H}$、$\vec{D}$、$\vec{B}$、$\vec{P}$和$\vec{M}$六个矢量来描述媒质中的电磁场，其中只有四个是独立的，因而可以其中任意四个矢量来描述麦克斯韦方程，建立麦克斯韦方程的各种非限定形式。当各个场矢量之间的结构关系已知时，麦克斯韦方程变成限定的。在很多边值问题中，当电流密度$\vec{J}$考虑