

【美】 G.V.雷克莱狄斯 A.拉文德兰 K.M.拉格斯迪尔 编

工程最优化 —方法与应用

孙彦兵 陶维本 丁惠梁 杨立 译

丁惠梁 章国栋 校

北京航空航天大学出版社

343372

工程最优化

—方法与应用—

G.V.雷克莱狄斯

[美] A.拉文德 兰 编
K.M.拉格斯迪尔

孙彦兵 陶维本 丁惠梁 杨立 译
丁惠梁 章国栋 校

北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书是关于工程最优化的书籍。主要从工程设计、运行等应用的角度，强调了最优技术的各种方法和策略。针对变量和单一目标，讨论了经典的和最新的各类重要的最优化数值方法。本书还着重介绍了基本假设、方法的基本步骤与各类方法的相对优劣，使工程使用者对各类方法有清晰的了解，以选择并正确使用这些方法，解决实际问题。此外，还介绍了工程问题的最优化模型抽象化的方法及公式表示法、初始点的生成和求解等实用技术问题。

本书各章有大量的例题，各章后面还有习题，可供读者练习。因此，本书可作为工科院校优化设计课程的教学参考书，也可供工程设计、企业管理等方面人员参考。

Engineering Optimization

Methods and Applications

G. V. REKLAITIS

A. RAVINDRAN

K. M. RAGSDELL

John Wiley & Sons

1982

工程最优化——方法与应用



孙彦兵 编译 刘忠 校

责任编辑 刘忠

北京航空航天大学出版社出版

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经销

北京市昌平长城印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张：27.75 字数：655千字

1990年2月第一版 1990年2月第一次印刷 印数：0001—2000册

ISBN 7-81012-165-0/TH·006 定价：14.20元

译 者 的 话

最优化技术已在各个领域里得到广泛的应用，并取得了明显的经济效益。最优化技术的进一步推广和普及，都需要适合于工程和应用的教材和计算机程序。目前，以应用为主的最优化书籍尚不多见，本书则是一个例外。

本书主要从工程设计、运行等应用的角度，强调了最优化技术的各种方法和策略，针对变量和单一目标函数的问题，讨论了经典的和最新的各类重要的最优化数值方法，着重介绍了方法的逻辑和基本假设、方法的基本步骤与各类方法的相对优劣，使工程使用者能对各类方法有清晰的了解，以选择与正确使用这些方法，解决其面临的问题。此外，还重点介绍了工程问题的最优化模型抽象化的方法和公式表示法、初始点的生成和求解等实用技术问题。正因为如此，本书在美国工科院校中获得广泛的采用。译者深信，它亦将成为我国广大工科院校师生和工程科技人员所喜爱的参考书。目前，国内已有一些可供使用的最优化方法程序包，其功能与本书介绍的OPTLIB 等相似。我们深信只要本书所介绍的方法与这些计算机程序相结合，必将推动最优化技术的广泛应用。

在翻译和使用本书过程中，航空航天部 623 所丁惠梁同志编制了最优化方法程序库，包括了各种优化策略的常用算法，可供教学或实际最优化设计中使用。

在本书出版过程中，北京航空航天大学杨为民教授审阅了全稿，并给予大力支持，在此表示感谢。

限于水平有限，错误在所难免，敬请读者批评指正。

译 者

序（摘译）

本书是有关最优化方法实际应用方面的教科书，主要研究在设计、运行和分析中提出来的，与工程应用有关的技术和策略，重点放在适用于连续变量问题的各种方法。这些连续变量问题含有实约束函数和单一的目标函数。简言之，我们处理的方法属于非线性规划方法。在此范围内，广泛评介了所有各类重要的最优化方法，从适用于单变量函数极小化方法直到最适用于大型非线性约束问题的技术。书中不仅讨论了在历史上和在推动这一领域以后的发展中起了重要作用的经典方法，而且还讨论了很有应用前途的新技术，如序列二次规划法。

希望我们的研究能使读者了解各种方法的逻辑思路、各方法所基于的关键假设以及各方法的相对优劣。只在需要说明关键步骤或算法特点时，才给出证明和数学推导。一般情况下，我们仅仅列出介绍证明过程的原始文献，而用本书的篇幅来指出和解释关键步骤的数学意义。因此，我们的目的是向工程师们介绍最优化方法，而不是面向研究计算机算法的软件专家。从而我们特别重视实用性问题，如模型的建立、方法的提供、求解的准备、初始点的产生以及解题策略的选择。书中重要的是第十三章，专门用来研究进行最优化工作的策略；第十二章评述了包括最新最优化软件在内的各种软件对比研究结果；第十四章讨论了三个重要的专题研究。另外，每章都用相当部分介绍工程实例，这些例题主要是选自作者在化学工业和机械工程的工作实践。虽然现在已有不少很好的书，它们详细地论述了非线性规划的丰富理论和数值分析问题，然而本书则以上述的特色而独具一格，即广泛地论述了各种最新的方法；从概念的高度抓住问题而不是刻板地介绍方法；集中对工程设计应用问题进行探讨。

本书经过了八年的发展和完善，这期间作者在Purdue大学给大学高年级和一年级研究生讲授多学科性的工程最优化课，用过本书多种不同的初期版本，全部课程一学期授完。对于这些学生来说，这门课程是首次系统地介绍最优化方法。学生应具备的数学知识是微积分学和线性代数，这是两门典型的理科学士(BS)工程课，也是对本书读者所要求的预备知识。作者在工程最优化电视教学中的经验也使本书的组织得益不浅。电视教学播送的对象是整个地区的学校、兼职理科硕士生(MS)以及在职专业工程人员。所以我们确信，本书既可用于常规课堂讲授也可用作电视教学、工程技术界的短训班以及自学者的教材。

G.V.雷克莱狄斯

A.拉文德兰

K.M.拉格斯迪尔

印第安纳，西拉法艾特1983年夏

目 录

第一章 最优化导论	1
1.1 应用最优化方法的一些要求	1
1.1.1 定义系统边界	1
1.1.2 性能标准	2
1.1.3 独立变量	3
1.1.4 系统模型	3
1.2 工程最优化的应用	4
1.2.1 设计应用	5
1.2.2 在运行和规划方面的应用	9
1.2.3 分析和数据处理方面的应用	12
1.3 最优化问题的结构	14
1.4 本书的范围	15
参考文献	16
第二章 单个变量的函数	17
2.1 单变量函数的特性	17
2.2 最优化准则	19
2.3 区间减缩法	24
2.3.1 确定区间阶段	25
2.3.2 区间减缩阶段	26
2.3.3 各种区间减缩法的对比	29
2.4 多项式近似法即点估计法	30
2.5 需用导数的方法	33
2.5.1 Newton-Raphson 法	33
2.5.2 二等分法	34
2.5.3 割线法	35
2.5.4 三阶搜索法	36
2.6 各种方法的比较	38
2.7 综述	39
习题	39
参考文献	43
第三章 多变量函数	44
3.1 最优化准则	45
3.2 直接搜索法	47
3.2.1 S² 方法即单纯形法	48
3.2.2 Hooke-Jeeves 模式搜索法	52
3.2.3 Powell 的共轭方向法	55
3.3 利用梯度的算法	62
3.3.1 Cauchy 法	63

3.3.2 牛顿法	65
3.3.3 修正的牛顿法	67
3.3.4 Marquardt 法	67
3.3.5 共轭梯度法	68
3.3.6 准牛顿法	72
3.3.7 一个基于梯度的算法	75
3.3.8 梯度的数值近似	76
3.4 方法对比与数值结果	77
3.5 结束语	79
习题	81
参考文献	85
第四章 线性规划	89
4.1 线性规划模型的公式描述	89
4.2 双变量线性规划问题的图解法	92
4.3 标准形式的线性规划问题	94
4.3.1 不等式约束的处置	95
4.3.2 对无限制变量的处置	95
4.4 单纯形法原理	96
4.4.1 求极小值的问题	103
4.4.2 无界的最优解	103
4.4.3 退化与循环问题	104
4.4.4 人为变量的使用	104
4.4.5 两阶段的单纯形法	105
4.5 用计算机解线性规划问题	106
4.5.1 计算机程序	106
4.5.2 单纯形法的计算机程序	107
4.5.3 单纯形法的计算效率	107
4.6 线性规划的灵敏度分析	108
4.7 线性规划的应用	110
4.8 线性规划的其它专题	111
4.8.1 对偶性原理	111
4.8.2 对偶的单纯形法	111
4.8.3 整数规划	111
4.9 综述	112
习题	112
参考文献	118
第五章 有约束时的最优性准则	119
5.1 等式约束的问题	119
5.2 拉格朗日乘子法	119
5.3 拉格朗日乘子法的经济学解释	122
5.4 Kuhn-Tucker 条件	123
5.4.1 Kuhn-Tucker 条件或 Kuhn-Tucker 问题	124
5.4.2 对 Kuhn-Tucker 条件的解释	125
5.5 Kuhn-Tucker 原理	126

5.6 鞍点条件	129
5.7 二阶最优性条件	131
5.8 综述	136
习题	136
参考文献	139
第六章 变换法	140
6.1 罚函数原理	140
6.1.1 各种惩罚项	141
6.1.2 惩罚参数R的选择	152
6.2 算法、编码及其它问题	152
6.3 乘子法	154
6.3.1 罚函数	155
6.3.2 乘子修正规则	155
6.3.3 罚函数的拓扑特征	155
6.3.4 乘子法的停机判断	156
6.3.5 乘子法特征	157
6.3.6 R问题的尺度选择	158
6.3.7 变量界限	159
6.3.8 其它MOM型程序	162
6.4 综述	162
习题	162
参考文献	167
第七章 约束条件下的直接搜索法	170
7.1 问题的准备	170
7.1.1 等式约束的处理	171
7.1.2 可行初始点的形成	172
7.2 无约束搜索法的修正	173
7.2.1 处理约束条件的困难	173
7.2.2 复合形法	174
7.2.3 讨论	179
7.3 随机搜索法	180
7.3.1 直接取样法	180
7.3.2 组合的试探方法	183
7.3.3 讨论	184
7.4 综述	185
习题	185
参考文献	188
第八章 约束问题的线性化方法	189
8.1 连续线性规划的直接使用	189
8.1.1 线性约束情况	189
8.1.2 一般非线性规划的情况	195
8.1.3 讨论和应用	200
8.2 可分离规划	202
8.2.1 单变量函数	203

8.2.2 多变量可分离函数.....	204
8.2.3 可分离问题的线性规划解.....	206
8.2.4 讨论和应用.....	208
8.3 切平面法	211
8.3.1 基本的切平面算法.....	211
8.3.2 Kelley算法.....	213
8.3.3 计算的状态和特性.....	216
8.3.4 讨论.....	219
8.4 综述.....	219
习题	220
参考文献.....	223
第九章 以线性化为基础的方向生成法.....	225
9.1 可行方向法.....	225
9.1.1 基本算法	226
9.1.2 有效的约束集和干扰.....	228
9.1.3 讨论.....	230
9.2 线性约束的单纯形法扩充形式.....	231
9.2.1 凸单纯形法	231
9.2.2 简约梯度法.....	239
9.2.3 收敛的加速.....	241
9.3 广义简约梯度法	243
9.3.1 隐式的变量消除.....	243
9.3.2 基本的GRG算法.....	246
9.3.3 基本方法的推广.....	251
9.3.4 计算方面的考虑.....	256
9.4 梯度投影法	258
9.4.1 线性约束情况.....	259
9.4.2 一般非线性规划情况.....	264
9.4.3 GRG法与投影法之间的关系.....	269
9.5 设计应用	270
9.5.1 问题的提法.....	270
9.5.2 一般公式.....	272
9.5.3 模型的简化和求解.....	273
9.6 综述	276
习题	276
参考文献.....	280
第十章 约束问题的二次逼近法.....	282
10.1 直接二次逼近法.....	282
10.2 拉格朗日函数的二次逼近法.....	285
10.3 约束最优化的变度法.....	290
10.4 讨论	294
10.4.1 问题的比例变换	294
10.4.2 约束的不相容性	294
10.4.3 H(·)的修改	295

10.4.4 GRG 与 CVM 的比较	295
10.5 综述	297
习题	298
参考文献	300
第十一章 特定结构问题及其算法	301
11.1 整数规划	301
11.1.1 整数规划模型的公式表示	301
11.1.2 整数线性规划问题的求解	303
11.1.3 问题公式描述和求解的准则	307
11.2 二次规划	308
11.2.1 二次规划的应用	308
11.2.2 Kuhn-Tucker 条件	311
11.3 余转枢问题	312
11.4 几何规划	317
11.4.1 具有正项式函数的几何规划	317
11.4.2 广义几何规划	327
11.4.3 工程应用	335
11.5 综述	335
习题	335
参考文献	340
第十二章 约束优化方法的比较	342
12.1 比较的基本原则	342
12.2 比较试验的简要历史回顾	343
12.3 Sandgren 的研究工作	344
12.3.1 初试和最终试验的结果	346
12.4 Schittkowski 的研究工作	350
12.5 Fattler 对几何规划的研究	352
12.6 现有的程序介绍	355
12.7 综述	357
参考文献	358
第十三章 最优化研究的对策	361
13.1 模型的建立	361
13.1.1 模型构造的精确程度	362
13.1.2 模型的种类	364
13.2 解题过程	367
13.2.1 模型组装	367
13.2.2 求解准备	369
13.2.3 执行的策略	384
13.3 解的评价	390
13.3.1 解的有效性	390
13.3.2 灵敏度分析	391
13.4 综述	393
习题	393
参考文献	398

第十四章 工程问题研究	400
14.1 用混合整数规划确定燃煤混合工厂的最优位置	400
14.1.1 问题说明	400
14.1.2 模型表达式	400
14.1.3 结果.....	403
14.2 乙二醇-乙烯醚生产处理的最优化	404
14.2.1 问题说明.....	404
14.2.2 模型表达式.....	405
14.2.3 问题的准备.....	408
14.2.4 对最优化运算的讨论.....	409
14.3 压缩空气能量贮存系统的设计	410
14.3.1 问题说明.....	411
14.3.2 模型表达式.....	411
14.3.3 数值结果.....	415
13.3.4 讨论.....	416
14.4 综述	417
参考文献	417
附录A 线性代数知识	419
A.1 集合	419
A.2 矢量	419
A.3 矩阵	420
A.3.1 矩阵运算.....	420
A.3.2 方阵的行列式.....	421
A.3.3 矩阵求逆.....	422
A.3.4 矩阵条件.....	423
A.3.5 稀疏矩阵.....	423
A.4 二次型	423
A.4.1 主子式	424
A.4.2 完全平方	425
A.5 凸集	428
附录B 凸函数和凹函数	430
附录C 高斯-约旦消去法	432

第一章 最优化导论

本章是对最优化理论及其工程应用的基本介绍。通俗地讲，最优化理论是一些数学结论和数值方法。根据这些结论和方法，无需列举并计算出所有可能的候选解，就能从一组解中找出最优的解。最优化技术是工程设计的基础，因为工程师的传统职责就是设计出新的、较好的、较有效的又较廉价的系统，或者对现有系统的运行提出改进的方案和实施步骤。

最优化方法这种不必试算全部可能方案，就能确定最佳结果的威力，就在于它应用了合适的数学理论，并用明确定义的逻辑过程在计算机上进行迭代的数值计算。所以，为建立最优化方法需要掌握一些基础的矢量矩阵运算、某些线性代数和微积分知识以及一些实数分析原理。我们应用数学概念和方法不仅是为了使问题的处理更严密，而且是因为它们是研究、定义和理解计算过程的最佳语言。

由于绝大多数工程应用问题所涉及的范围和最优化方法的数值计算极冗长，所以最优化技术主要靠计算机来实施。虽然我们以计算机为基础来研究其方法，但是，我们并不深入探讨程序设计的细节和编程技术。与此相反，我们的重点是方法所基于的逻辑思路、选择合适的方法的要点和使工程应用获得成功的考虑因素。

1.1 应用最优化方法的一些要求

为了把数学结论和最优化理论的数值方法应用到具体的工程问题中，必须明确地描绘出要优化的工程系统的边界，为对候选解排序以定出“最佳”解规定出定量的标准，选择用来描写或区别候选对象的系统变量，以及建立用来描述变量之间关系的系统模型。这种综合过程就是对工程最优化问题进行公式描述的过程。对问题建立好的公式描述是最优化研究成功的关键，这在很大程度上是一种技巧。这种技巧来自实践和对成功应用范例的研究，而它的基础则是对最优化理论的各种方法的长处、弱点和特点的了解。基于这些原因，本书介绍了一些选自各种文献和本书作者实践经验的工程应用问题。此外，在给出优化方法的同时，我们尽量说明它们的相对优点和缺点，只要可能就给出或引用实际的计算结果。

下面几节我们要较详细地讨论对问题进行公式描述的基本原理。在 1.2 节将研究几个应用问题的公式，以继续这种讨论。

1.1.1 定义系统边界

在研究最优化之前，明确地定义出要研究系统的边界是很重要的。在这里，一个系统就是所研究的整体中受约束部分。系统边界就是把该系统同整体的剩余部分相区分的界限。因为系统边界被用来把系统与其周围环境相隔开，为了便于分析，我们假设所选择的典型系统与其周围环境的所有相互作用都被制约。然而，相互作用总是存在的，所以，定义系统边界是近似处理真实系统过程中的第一步。

在许多情况下可能发现初选的边界太小，因此，为了全面分析一个已知工程系统，可能需要将系统边界扩大，把对所研究系统影响较大的分系统包括进去。例如，假设一个生产作业线上有一个喷漆车间，在这车间里加工好的零件固定在流水线上并喷上不同的颜色。在开始研究喷漆车间时，我们可能认为它同工厂的其余部分是隔绝的。但是，后来也许发现我们推出的系统最佳批量和喷漆的顺序受零件最后精加工车间的影响很大，于是必须决定是否要把系统边界扩充包括该加工系统。扩大系统边界必然会增加复合系统的规模和复杂程度，从而使研究变得更加困难。显然，为了使工程师们更容易处理最优化问题，我们总是喜欢把大的复杂的系统分成可以分别单独研究的较小分系统。但是，我们必须意识到，这样的分解可能隐含着使真实系统的简化误入歧途的危险。

1.1.2 性能标准

假设我们已选定了所关心的系统，并且也已定义了它的边界，下一步就需要选择标准，根据这个标准可以评定系统的设计或运行性能，从而可以识别出“最佳”设计或一组“最佳”运行条件，在许多工程应用问题中，常以经济性作为标准。但是在精确定义这种标准时还有相当多的选择可能。如总投资费用、年度费用、年度净利润、投资回收率、费用-收益比或净现值。在其他的情况下，性能标准可能包括某些技术指标。例如，最短的生产时间，最高的生产率，最小能量消耗，最大扭矩，最大重量，等等。不管选择什么样的标准，从最优化的意义上说，“最佳”总意味着一个具有最小或最大性能指标值的候选系统。

应注意，本书讨论的最优化方法只能按照一个标准或性能度量指标来确定最优解。例如，不可能找到这样一个解，它同时使成本最小、可靠性最大又使得能量消耗为最小。这又是对真实问题的一个重大简化，因为在许多实际情况下，人们希望能获得对若干不同标准而言都是“最佳”的结果。

处理多项优选标准的一种方法是，选某个标准作为主标准，其余的作为次要标准。以主标准作为最优化的性能尺度，而同时对次要标准规定可接受的最小最大值，作为问题的约束。例如，在研究喷漆车间时，公司内不同的小组很可能选择如下不同的标准：

1. 车间领导可能寻求一个颜色和零部件变化最少而生产周期长的设计，使单位时间内喷涂零部件的数量最大。

2. 销售部门则倾向于使每种类型和颜色的零部件库存量最大的设计，这可以使顾客从订购到发货的时间最短。

3. 公司财政人员则倾向于库存量最小的设计，这样可减小零部件库存所积压的资金额。这些显然是不可能同时都被优化的相互矛盾的性能标准。一种合适的折衷方法是，选择最小年度费用作为主性能指标；然后将如下的要求作为次要条件，即每种零部件的库存量不允许低于或超过约定值，而生产周期中每周所允许的零部件类型和颜色的改动次数不超过某个可接受的最大值。

总之，为了应用本书中讨论的方法，必须用单性能标准来描述最优化问题。现在也有能处理多标准最优化问题的先进技术，但是这种新的发展中的技术课题已完全超出了本书的范围。有兴趣的读者可参阅最新的专门教科书^[1, 2]。

1.1.3 独立变量

建立最优化问题公式的第三个关键环节是选择独立变量。这些独立变量应足以描写该系统可能的候选设计或系统运行条件。在选择独立变量时有几个因素需要考虑。

第一，必须判明哪些变量的值是能够改变的，哪些变量的值是被所选系统边界以外的外部因素规定了的。例如，在喷漆车间问题中，零部件的类型和所用的颜色显然已被产品的技术要求或顾客的订货要求所规定。这些是已确定了的系统参数。但另一方面，在可提供的零部件类型和库存要求所限定的范围内，喷涂颜色的顺序则是一个独立变量，它在制订生产计划时是可以改变的。

此外，把可以作为固定参数处理的系统参数，同受到外部和不可控制因素影响而波动的参数相区分，这也很重要。例如，在喷漆车间中，设备故障率和工人缺勤率可能很高，以至严重影响车间的生产。显然，要使所得到的最佳计划是现实可行的，则在建立生产计划问题的模型时，必须考虑这些关键系统参数的变化。

第二，在建立模型时，要把所有影响系统运行的或影响设计定义的所有重要变量都考虑进去，这也很重要。例如，如果在煤气系统设计时我们只考虑圆柱罐的高度、直径和壁厚为独立变量，而未考虑用压气机提高贮气压力的可能性，我们很可能得到一个非常美的设计。对于选定的压力，我们无疑会找到使贮气罐费用最小的一组尺寸，但是，如果把贮气压力作为独立变量并把压缩机的费用计进性能标准，我们可能因所需贮气罐的体积减少而得到一个总费用更低的设计。因此，独立变量的选取，应使所有重要的备选方案都能包括在优化模型之中。一般来说，排除可能的备选方案将导致次最优解。

最后，变量选择中还要考虑对系统研究的详尽程度。要计及所有关键的独立变量固然重要，而防止因大量引入次要的细节而把问题弄得模糊不清，同样也很重要。例如，在对含有各种不同设备（压力容器、塔、泵、压缩机和热交换器）的一个作业流程进行初步设计时，人们通常不具体地考虑每个设备的所有设计细节。热交换器很可能用传热面积以及管际空间和管子的压力降来描述。详细设计变量，如管子的数目和尺寸、管子和壳体的通道的数目、隔板间隔、端板形式以及壳体尺寸，通常在只包含该部件的单独设计系统中考虑。在选择独立变量时，一个很好的法则是，只考虑那些对组合系统的性能标准有重大影响的变量。

1.1.4 系统模型

一旦性能标准和独立变量被选定后，用公式描述优化问题的下一步工作就是建立模型，该模型描绘了各变量间的相互关系和独立变量对性能标准的影响。原则上，最优化的研究可以用对系统直接做试验的方法来进行。于是，可将系统或流程的独立变量赋以预选的值，系统就在这个预定的条件下运行，系统的性能指标则通过观测性能而得到。然后用最优化方法来预告，改善所选择的独立变量值，试验就以这种方法不断进行。实际上，大多数最优化问题的研究都借助于实际系统的简化数学表示，即所谓的模型来进行。之所以采用模型，是因为实际系统来进行研究太昂贵、太费时或太冒险。尤其在工程设计中一般都应用模型，因为模型为研究主要设计变量的变化对系统性能的影响，提供了既便宜又快捷的方法。

一般来说，模型由基本的材料和能量的平衡方程、工程设计关系式以及描述系统内物理现象的物理特性方程式所组成。通常还要对这些方程补充一些不等式，用以来确定允许运行范围，规定最小或最大的性能要求，或对可获得资源规定边界。总之，模型是由在计算一个设计或预计一个工程系统性能时，通常必须考虑的所有环节组成。十分清楚，组装模型是一件很费时间的工作，并且要求对所探讨的系统要有详尽的了解。在后面的各章，我们将有机会更详细地讨论模型建立的方法和技巧。现在我们只简单地说明，模型是一些方程式和不等式的集合，它们规定了系统变量间的相互联系和变量的容许值。

根据前面的讨论，我们了解到，一个适合于应用最优化方法求解的问题，是由一个性能尺度、一组独立变量以及一个关联所有变量的模型所组成。显然，根据这些相当一般和抽象的要求，可以明显看到，最优化方法可以应用到非常广泛的问题中。事实上，我们要讨论的方法已经应用到很多的问题中，如过程和结构设计、投资策略计划、仓库网络的布局、最佳货运路线的确定、保健系统的规划、军队的布署以及零部件的设计等，以上仅举了几个例子。在本书中，我们的重点是工程应用。其中某些应用例子及其公式描述将在下节讨论。

1.2 工程最优化的应用

在工程问题的所有分支中，最优化理论有如下四个主要方面的应用：

1. 部件或整个系统的设计；
2. 现有运行系统的计划和分析；
3. 工程分析和数据处理；
4. 动态系统控制。

在本节中将简略地探讨前三个方面的应用。

动态系统控制是本书所讨论的各种方法中的一个重要方面，但是它还需要研究一些专门的问题，这些已远远超过本书的范围。

当谈到最优化方法在设计和运行中的应用时应记住，最优化仅仅是在获得最优化设计或高效率运行的整个过程中的一步。一般来说，整个过程（如图 1.1 所示）由一个迭代循环的过程所组成，其中包括对系统结构的综合或定义、模型的公式描述、模型参数的优化以及对求解结果的分析。只有在求解了一系列的最优化问题以后，才能得到最终的最优设计或新的运行计划，而每一次求解的结果都将用来形成下一步的系统结构的新设想。为了简洁起见，本节的例子仅示出这种迭代循环中的一个周期，并且主要涉及最优化这一步的准备工作。但这并不意味着在工程设计和系统分析过程中最优化方法是主要的部分。最优

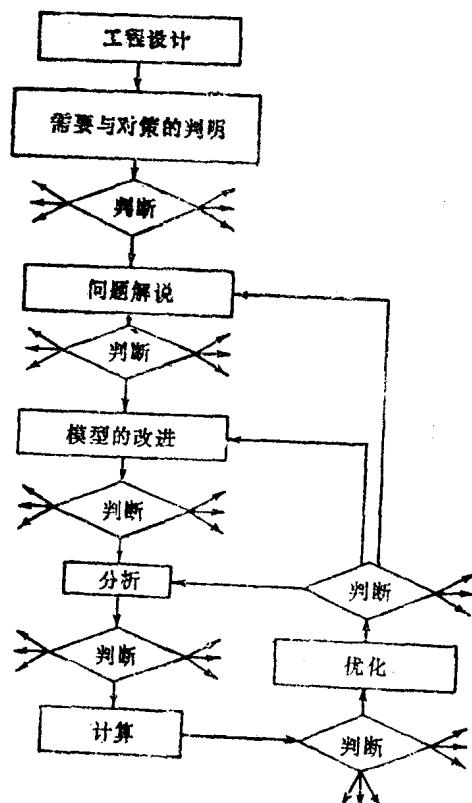


图 1.1 工程设计流程

化理论是一个非常强有力的工具，但要用得有效，则必须要由对所研究系统有透彻了解的工程师来熟练地、灵活地应用它。下面的例子主要用来说明设计和分析过程中提出的各种常见的最优化问题格式。

1.2.1 设计应用

工程设计的应用范围由各个结构单元设计到单个设备设计，直到整个生产设施的初步设计。为了进行最优化，假设系统的结构或形状为已知，那么最优化问题就化简为选择元件的尺寸和运行参量，使所选择的性能标准获得最佳值。

例1.1 氧气供应系统的设计

说明 炼钢生产中用的氧气顶吹转炉(BOF)是一种用纯氧的分批给料的大型化学反应装置，转炉循环地运行操作。矿石和助熔剂装进转炉后，在规定的时间周期内冶炼，然后出钢。这种周期性运行使得氧气需要量呈周期性变化。如图1.2所示，在一个循环中，有一个供氧速率为 D_0 的低用量时间间隔 t_1 和一个速率为 D_1 的高用量时间间隔($t_2 - t_1$)。BOF中用的氧气由氧气工厂生产，用标准的制冷和蒸馏复合法把氧气从空气中分馏出来。氧气分馏出来。氧气工厂生产高度自动化，它以固定速率供氧。为了使连续生产的氧气厂与周期性运行的BOF相协调，必须设计一个简单的由压缩机和贮气罐组成的蓄气系统(图1.3)。这个系统可以有多种可能的设计方案。最简单的一种是氧气工厂的生产速率选为 D_1 ，即BOF的高用量速率。这样，在低用量区间，过剩氧气可以全部释放到空气中去。在另一种极端情况下，氧气工厂的生产速率可以选择这样的一个值，在这个值下，使得氧气工厂在BOF一个生产周期内生产的氧气总量正好够BOF需要。在低用量期间生产的过剩氧气被压缩存贮起来，供高用量期间使用。其它各种折衷方案可以是氧气释放和蓄气的某个组合。现在的问题就是要选择最佳设计方案。

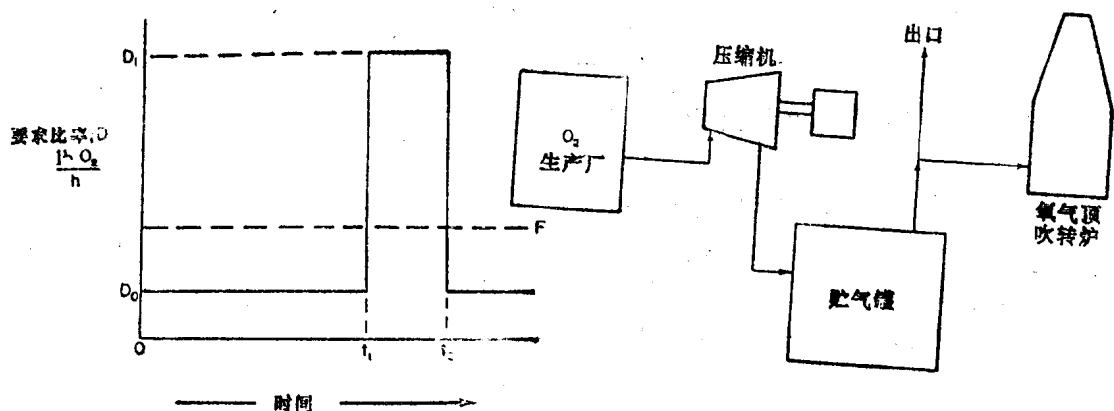


图1.2 氧气需用量循环

$$D = \begin{cases} D_0 & \text{当 } 0 \leq t \leq t_1 \\ D_1 & \text{当 } t_1 \leq t \leq t_2 \text{ 并重复上面长度 } t_2 \text{ 的周期} \end{cases}$$

图1.3 例1.1的氧气生产系统设计

公式描述 现在研究的系统由氧气工厂、压缩机和贮气罐组成。假设BOF以及它的循环周期要求已由外部条件限定。则比较合理的系统设计性能指标是总的年度费用，其中包括氧气生产费用(固定的和可变的)、压缩机运行费用以及压缩机和贮气罐的固定费用。主要的独立变量是氧气工厂生产速率 F (lbO₂/h)、压缩机设计功率 H (hp)、贮气罐设计容

量 $V(\text{ft}^3)$ 以及贮气罐最大压力 $p(\text{psi})$ 。假设氧气工厂的设计是标准的，因而可用生产速率来描述工厂的特性。同样，假设贮气罐也属于批准的标准氧气设备。

模型则由关联各主要独立变量的基本设计方程组成。

如果用 I_{\max} 表示最大的必须贮存的氧气量，应用修正的气体定律，则有

$$V = \frac{I_{\max}}{M} \frac{RT}{p} z \quad (1.1)$$

式中 R —— 气体常数；

T —— 气体温度（假设不变）；

z —— 可压缩性系数；

M —— 氧气的分子量。

由图 1.1 可知，必须贮存的最大氧气量应等于用量曲线在 t_1 和 t_2 之间以及 D_1 和 F 之间所围的面积。因而

$$I_{\max} = (D_1 - F)(t_2 - t_1) \quad (1.2)$$

将式 (1.2) 代入式 (1.1) 则得

$$V = \frac{(D_1 - F)(t_2 - t_1)}{M} \frac{RT}{p} z \quad (1.3)$$

设计的压缩机必须能输送流量为 $(D_1 - F)(t_2 - t_1)/t_1$ 的气体，并把气体压缩到最大压力 p 。假定是绝热的理想气体压缩过程^[8]，则有

$$H = \frac{(D_1 - F)(t_2 - t_1)}{t_1} \frac{RT}{k_1 k_2} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (1.4)$$

其中 k_1 —— 单位变换系数；

k_2 —— 压缩机效率；

p_0 —— 供氧压力。

除式 (1.3) 和 (1.4) 外，氧气工厂生产速率 F 必须足以提供所需要的总氧气量，即

$$F \geq \frac{D_0 t_1 + D_1(t_2 - t_1)}{t_2} \quad (1.5)$$

而且，最大的贮气罐压力必须大于供氧压力

$$p \geq p_0 \quad (1.6)$$

性能标准由氧气工厂的年度费用构成，即

$$C_1(\text{美元}/年) = a_1 + a_2 F \quad (1.7)$$

其中 a_1 和 a_2 是这类一般工厂的经验常数，包括燃油费用、水费以及劳务费用。

贮气罐费用由一个幂公式确定，即

$$C_2(\text{美元}) = b_1 V^{b_2} \quad (1.8)$$

其中 b_1 和 b_2 是与贮气罐具体构造有关的经验常数。

相类似，压缩机的费用由下面的公式确定，即

$$C_3(\text{美元}) = b_3 H^{b_4} \quad (1.9)$$

压缩机的动力费用可近似地用 $b_3 t_1 H$ 计算，其中 b_3 是单位时间单位的动力费用。因而，总的费用函数为

$$\text{年度费用} = a_1 + a_2 F + d \{ b_1 V^{b_2} + b_3 H^{b_4} \} + N b_3 t_1 H \quad (1.10)$$

其中 N 是每年的循环次数， d 是相应的年度费用系数。