

椭圆偏振测量术和偏振光

〔美〕 R. M. A.阿查姆 N. M. 巴夏拉 著

梁民基 尹树百 张福初 王广阳 译

内 容 简 介

本书是有关椭圆偏振测量术方面的一本专著。椭圆偏振测量术广泛应用于物理、化学、生物、光学、电子学、机械、金属、医学等领域。全书共分六章：第一章介绍偏振光各种数学表示法；第二章介绍利用这些数学表示法讨论偏振光与偏振光学系统的光学元件的相互作用，着重于复平面表示法的应用；第三章利用前两章阐述的数学工具对椭圆偏振测量仪的测量理论进行分析；第四章根据待测试样的宏观性质给出为解释椭圆偏振仪测量数据必需的一些结果和方法；第五章介绍各种椭圆偏振仪及其操作技术；第六章介绍椭圆偏振测量术在测定材料的光学性质、半导体、电化学、生物学和医学以及其他各方面的应用，并给出一些典型的实例。

本书可供科研部门和高等院校从事光学、半导体、电化学、医学、生物学和表面科学的科研及教学的广大科技工作人员与师生阅读。

R. M. A. Azzam N. M. Bashara

ELLIPSOMETRY AND POLARIZED LIGHT

North-Holland Publishing Company, 1977

椭圆偏振测量术和偏振光

〔美〕 R. M. A. 阿查姆 N. M. 巴夏拉 著

梁民基 尹树百 张福初 王广阳 译

责任编辑 陈德义

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 11 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
1986 年 11 月第一次印刷 印张：23
印数：0001—2,150 字数：525,000

统一书号：15031·757

本社书号：4687·15—4

定价：5.35 元

译 者 的 话

1945年, A. Rothen 描述了一种用以测定薄膜表面光学性质的仪器, 即椭圆偏振测量仪。自此以来, 人们在这个领域中, 无论在理论上和应用上都做了大量工作。尽管如此, 诚如本书作者在前言及书中所指出的, 迄今还没有一部专著全面地论述这个课题。本书的问世在某种程度上可以弥补这一缺陷。

这里需要指出两点: 首先, 本书在论述偏振光时, 着重其过程的数学描述, 而不是偏振光的物理以及偏振光与物质的相互作用。读者如能参照 M. 玻恩与 E. 沃耳夫的名著《光学原理》*一书中的有关章节阅读, 定然会获益匪浅。其次, 目前人们所说的椭圆偏振测量术, 实际上是指对基片上薄膜的光反射偏振的研究。在本书中, 作者却是把它作为广义椭圆偏振测量术(即偏振测量术, 测定光学系统的偏振传递函数)这个范围内的一部分进行阐述的。这样编排的优点是使读者对这个问题能有更透彻的了解。

本书内容充实, 论述严谨, 给出的参考文献全面。本书大部分章节具有永久的价值。

最后想说明的是, 椭圆偏振测量术目前在我国还是一门新的学科分支。鉴于译者水平有限, 译文一定会有不少缺点和错误, 恳请读者批评指正。

* 原书名: Max Born and Emil Wolf, PRINCIPLES OF OPTICS—*Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, (5th ed.), Pergamon Press, 1975. 中译本分上、下册, 杨荫荪等译校, 科学出版社 1978、1981 年出版。——责任编辑注。

前 言

椭圆偏振测量术* 是研究两媒质间界面或薄膜中发生的现象及其特性的一种光学方法,其原理是利用偏振光束在界面或薄膜上的反射或透射时出现的偏振变换。有两方面原因使椭圆偏振测量术成为特别诱人的一项测量方法:(1)它的非扰动特性(当光束波长和强度选择合适时),因而适用于现场测量;(2)在精确测定诸如松散分布的准单层原子和分子形成过程这样的界面效应方面,它具有相当高的灵敏度。

由于界面和薄膜起重要作用的自然现象和人工制品种类繁多,故椭圆偏振测量术必然涉及到分布范围很广的各个领域:例如物理学、化学、材料和摄影科学、生物学,以及有关光学、电子学、机械、冶金和生物医学的工程。

纵然人们对椭圆偏振测量术的关注正在日益增长,遗憾的是目前还没有一本用英文写就的论述这一专题的书籍问世**。《椭圆偏振测量术和偏振光》一书是试图弥补这方面的不足。我们深信,本书充分深入地涉及了椭圆偏振测量术理论、仪器和应用各个方面,希望本书对本领域的初学者和专家都有用处。

书的内容编排如下。第一章叙述描写偏振光的各种数学方法。第二章利用这些表示法讨论偏振光与组成椭圆偏振仪之类的偏振光学系统的各光学元件的相互作用,此处特别强调偏振的复平面表示法,因为这一简洁有效的表示法在光学中一直被人们忽视。本书这一部分的潜在用途已超出了椭圆偏振测量术的范畴,它将对每一个研究人员,无论是普遍研究偏振矢量波或者专门钻研偏振光的人员,都具有重大价值。第三章把前两章开发的数学工具用来分析椭圆偏振仪的测量理论,包括对光学元件缺陷造成的影响的全面研究。第四章论述分层平面结构对偏振光的反射和透射,着力阐明一些结果和方法,它们对如何用待测特定样品的宏观性质来解释椭圆偏振测量数据至为重要。既然第一至第四章已论述了椭圆偏振测量术的理论基础,本书后两章就着重这个专题的实用方面。第五章研究椭圆偏振测量术的仪器,第六章介绍了椭圆偏振测量术的许多重要应用。

本书之所以这样编排,是为了对椭圆偏振测量术各个方面作一有机综合阐述。在初始阶段只关心椭圆偏振测量术应用的读者可以着重阅读第四至第六这三章。另一方面,仪器设计人员却会发现,头三章介绍的方法和技术乃是他们工作中必不可少的。

在编写本书时我们一般是详中取简,选择一种对初学者确有帮助的处理方法。对于理解本书所述的绝大部分理论,只要求读者具备矩阵代数和复变数的基本知识。

除了依靠作者们本人在这一领域所写的论文外(这些在本书的一些章节、尤其是第二和第三章是显而易见的),我们还无偏见地从其他为数众多的研究者在刊物发表的论著中旁征博引(特别是在第五和第六章),并附上每种情况下给出的适当的参考文献。尽管书末所附的参考文献并非网罗无遗,但都是这一领域中富有代表性的,当然也不可避免地会

* 以下简称椭圆偏振测量术。——译者注

** 除了 Moisil 和 Moisil 用罗马尼亚文写的一本专著外(见本书参考文献 [315]),还有几篇评述椭圆偏振测量术的出色文章。

遗漏若干重要的文献。

R.M.A. Azzam 极其感谢开罗大学准其请长假。国立科学基金会冶金和材料学部支持了电学材料实验室工作,这对进行本书报道的某些研究项目是极其关键的。从美国海军研究办公室的冶金学发展规划,也得到了有益的支持。我们还欣然评价 P. Barrows 夫人和 D. Van Schooten 夫人对本书文字上所给予的帮助。最后,我们希望把这一著作奉献给我们的父母和妻子。

R.M.A. Azzam

N.M. Bashara

目 录

译者的话

前言

第一章 光波的偏振	1
1.1 偏振的概念	1
1.2 多色光和单色光	1
1.3 具有任意空间结构的单色光的偏振	1
1.3.1 椭圆偏振	4
1.3.2 线偏振和圆偏振	5
1.4 谐波场的相位复矢量(相量)表示法	6
1.5 均匀 TE 平面波	7
1.6 均匀 TE 平面波的琼斯矢量	8
1.6.1 波的强度	10
1.6.2 一些偏振态的琼斯矢量	10
1.6.3 正交琼斯矢量和正交归一琼斯矢量组	12
1.6.4 坐标旋转引起的琼斯矢量变换	12
1.6.5 琼斯基矢量和偏振基态	13
1.6.5.1 笛卡儿基矢量	13
1.6.5.2 圆基矢量	14
1.6.5.3 任意的基矢量	16
1.6.6 给定椭圆偏振态的笛卡儿琼斯矢量和圆琼斯矢量	17
1.7 光偏振态的复数表示	18
1.7.1 偏振光的笛卡儿复平面表示	18
1.7.1.1 正交偏振态	20
1.7.1.2 等方位角线和等椭率线	21
1.7.2 偏振光的圆复平面表示	27
1.7.3 偏振光的广义复平面表示	29
1.8 偏振光的庞加莱球表示	31
1.9 准单色波的偏振态	34
1.9.1 准单色波的琼斯矢量	35
1.9.2 斯托克斯参数和斯托克斯矢量	37
1.9.3 相干矩阵表示	40
第二章 偏振光在偏振光学系统内的传播	44
2.1 偏振光学系统	44
2.2 琼斯矩阵表示法	44
2.2.1 琼斯矩阵元 T_{ij} 的物理意义	46
2.2.2 级联光学系统	47
2.2.3 一些基本光学元件的琼斯矩阵	48

2.2.3.1 透射型元件	48
2.2.3.2 反射型元件	51
2.2.4 在坐标旋转作用下笛卡尔琼斯矩阵的变换	52
2.2.5 圆琼斯矩阵及广义琼斯矩阵	53
2.3 琼斯矩阵表示中偏振椭圆的各种信息的可分性——偏振传递函数	55
2.4 复平面表示中光学系统产生的偏振椭圆变换	56
2.5 庞加莱球表示中光学系统产生的偏振椭圆变换	60
2.6 琼斯矩阵表示中振幅和相位信息的可分性——振幅传递函数和相位传递函数	62
2.6.1 本征值问题——光学元件的一般分类法	64
2.6.1.1 椭圆延迟器	65
2.6.1.2 部分椭圆起偏器	66
2.6.1.3 理想椭圆起偏器	67
2.6.1.4 其他偏振元件	67
2.7 与偏振相关的光学系统透射强度	68
2.7.1 具有等衰减或等放大的偏振态的轨迹	68
2.7.2 强度透射率的简化表示	71
2.7.3 Malus 定律的推广	72
2.7.4 一些特殊的光学系统	73
2.8 复平面表示中把任意偏振态分解成两个互为正交的偏振态的方法	74
2.8.1 复平面表示中两个偏振态的密切度	75
2.8.2 庞加莱球表示中把任意偏振态分解成两个互为正交的偏振态的方法	76
2.9 光学系统所造成的、与偏振相关的相移	77
2.10 各向异性媒质中偏振光的传播	78
2.10.1 偏振椭圆的变化	80
2.10.1.1 在各向异性均匀媒质中的传播	81
2.10.1.2 在各向异性非均匀媒质中的传播	85
2.10.2 复振幅的变化	89
2.11 部分偏振准单色光在非消偏振光学系统中的传播——相干矩阵表示法	92
2.11.1 部分偏振入射光在非消偏振线性光学系统传播时的强度透射率	94
2.12 部分偏振准单色光在非消偏振光学系统中的传播——米勒矩阵表示法	96
第三章 椭圆偏振仪的测量理论和分析	99
3.1 引言	99
3.2 光学系统的琼斯矩阵的椭圆偏振测量——广义椭圆偏振测量术基础	101
3.3 具有已知本征偏振的光学系统的椭圆偏振测量术	101
3.4 具有正交线性本征偏振态的光学系统的本征值比的椭圆偏振测量原理	102
3.4.1 消光椭圆偏振测量术	107
3.4.2 补偿器方位角固定条件下的消光方案, 其中 $C = \pm \frac{1}{4} \pi, \delta_c = -\frac{1}{2} \pi, T_c = 1$	107
3.4.3 补偿器置于光学系统后的另一种椭圆偏振仪布局	110
3.4.4 反射与透射椭圆偏振测量术中的本征值之比 ρ_s	112
3.4.5 PCSA 布局的椭圆偏振仪和 PSCA 布局的椭圆偏振仪的统一处理方法——双线性偏振传	

递函数的应用实例	113
3.5 具有正交圆本征偏振态的光学系统的本征值比的椭圆偏测量原理	117
3.6 具有椭圆本征偏振态的光学系统的本征值比的椭圆偏测量原理	120
3.7 方位角误差和元件缺陷对 ρ 椭圆偏测量的影响	122
3.7.1 非理想光学元件的缺陷板	124
3.7.2 两光学元件的位置互换	125
3.7.3 PCWSW'A 布局的椭圆偏仪	126
3.7.3.1 方位角误差	127
3.7.3.2 元件缺陷	127
3.7.3.3 椭圆偏测量角 ϕ 与 Δ 的误差	132
3.7.3.4 两区域平均法	135
3.7.3.5 四区域平均法	138
3.7.3.6 补偿器方位角和位置的选择	139
3.8 元件有缺陷(包括非相干效应)的椭圆偏测量术	141
3.8.1 在 PCWSW'A 布局的椭圆偏仪上的应用	143
3.8.1.1 起偏器与检偏器的缺陷	144
3.8.1.2 补偿器缺陷	148
3.8.1.3 入射窗口、光学系统以及出射窗口的缺陷	148
3.8.2 区域平均法	149
3.8.3 元件的消偏振	151
3.8.4 讨论	152
3.9 广义椭圆偏测量术	154
3.9.1 作为可控偏振滤光器的起偏器-补偿器组合体	155
3.9.2 消光方案与补偿条件	158
3.9.2.1 检偏器固定的消光方案	158
3.9.2.2 补偿器固定的消光方案	158
3.9.2.3 起偏器固定的消光方案	160
3.9.3 多消光点测量法	162
3.9.4 PSCA 布局的椭圆偏仪	163
3.10 其他布局的椭圆偏仪	163
3.10.1 不使用补偿器的消光椭圆偏仪	163
3.10.1.1 只探测偏振椭圆的方位角而根本不测量椭率的椭圆偏仪	163
3.10.1.2 自补偿椭圆偏仪,其依据是反射相位差 Δ 具有入射角的可调谐性	166
3.10.2 光度椭圆偏仪	168
3.10.2.1 静态光度椭圆偏仪	169
3.10.2.2 动态光度椭圆偏仪	170
3.10.3 干涉椭圆偏仪 (IE)	174
3.11 调制椭圆偏测量术	176
3.11.1 PSA 布局	176
3.11.2 PCSA 布局	177
第四章 分层平面结构上偏振光的反射和透射	179
4.1 引言	179
4.2 两种各向同性媒质间平面界面处光的反射和折射	179

4.3	环境媒质-薄膜-基片系统的反射和透射	186
4.4	环境媒质-薄膜-基片系统的反射椭圆测量术和透射椭圆测量术的方程	190
4.4.1	反射椭圆测量术	190
4.4.1.1	入射角恒定的椭圆测量函数 $\rho(\phi, d)$ 的轮廓线 (CAIC)	190
4.4.1.2	椭圆测量函数 $\rho(\phi, d)$ 的等厚度曲线 (CTC)	194
4.4.1.3	笛卡儿曲线	198
4.4.2	透射椭圆测量术	198
4.4.3	适用于环境媒质-薄膜-基片系统反射椭圆测量和透射椭圆测量的方程的线性近似	200
4.4.3.1	反射	200
4.4.3.2	透射	201
4.4.3.3	ϕ 和 Δ 的灵敏度因子	202
4.4.3.4	线性近似的有效性	207
4.5	反射椭圆测量术严格方程的数值解	209
4.5.1	可以解析反演求解的几种情况	210
4.5.2	数值-反演问题的一般表述和误差函数选择	211
4.5.3	多人射角 (MAI) 椭圆测量术	213
4.5.3.1	MAI 系统与方程的不相干性 (或相互依赖关系): 参数相关性试验	213
4.5.3.2	Hessian 矩阵和收敛速率	215
4.5.3.3	空气-SiO ₂ -硅系统实例	217
4.6	各向同性分层平面结构的反射和透射	220
4.7	各向异性分层平面结构的反射和透射	226
4.7.1	位于半无限大各向同性环境媒质和基片间、有限的各向异性膜层引起的反射和透射	231
4.7.2	位于各向同性环境媒质中、半无限大各向异性基片引起的反射和透射	234
4.7.3	在简单特殊情况下反射率矩阵的显含表达式	235
4.7.3.1	各向同性环境媒质和各向异性单轴基片	235
4.7.3.2	各向同性环境媒质和各向异性双轴基片	236
4.7.3.3	在各向同性环境媒质中各向同性基片上的各向异性单轴薄膜	237
4.7.3.4	在各向同性环境媒质中各向同性基片上的各向异性双轴薄膜	238
4.7.3.5	在各向同性环境媒质中单轴基片上的单轴薄膜	238
4.8	复有不连续薄膜的表面以及界面粗糙的表面这两者的椭圆测量术	239
第五章	椭圆测量术的仪器和操作技术	243
5.1	引言	243
5.2	基本仪器——消光椭圆仪	243
5.2.1	光学元件	244
5.2.1.1	线性起偏器	244
5.2.1.2	延迟器	247
5.2.1.3	其他偏振光学元件	248
5.2.2	椭圆仪中无偏振效应的光学元件	249
5.2.3	光源和光检测器	250
5.3	消光椭圆仪的操作	251
5.3.1	镜筒的调准直	251

5.3.2 椭偏仪刻度盘的校准	253
5.3.3 消光方案	256
5.4 误差源及其误差修正	259
5.4.1 方位角误差、光学元件和样品盒窗口的缺陷	259
5.4.2 椭偏仪缺陷参数的测定	260
5.4.3 光束偏离误差	261
5.4.4 多次反射的自准直杂散光束的影响	264
5.4.5 有关椭偏仪光束的某些假设所引起的误差	265
5.4.5.1 带宽的影响	265
5.4.5.2 光源偏振和元件的消偏振的影响	265
5.4.5.3 准直和偏振分布非均匀的影响	266
5.4.6 与偏振有关的光检测器灵敏度	267
5.4.7 残余的机械缺陷	267
5.4.8 其他误差	268
5.4.9 模型误差	268
5.5 消光椭偏仪的精度	268
5.6 消光椭偏仪的自动化	270
5.6.1 马达驱动的自动消光椭偏仪	270
5.6.2 电光效应的自消光椭偏仪	272
5.7 自动光度椭偏仪	274
5.7.1 旋转检偏器椭偏仪	274
5.7.2 偏振调制椭偏仪	276
第六章 椭偏测量术的应用	279
6.1 引言	279
6.2 材料的光学性质和光谱椭偏测量术	279
6.2.1 体型材料的光学性质	279
6.2.2 薄膜态材料的光学性质	286
6.3 物理吸附和化学吸附	290
6.4 半导体表面及金属表面的氧化	296
6.5 电化学	303
6.6 椭偏术在生物学和医学中的应用	308
6.6.1 血和外表面的相互作用——血凝	309
6.6.2 薄膜中抗原-抗体的免疫反应	311
6.6.3 电吸附免疫试验	313
6.6.4 细胞表面(膜)的材料测定	313
6.7 椭偏术在其他方面的应用	316
附录	326
参考文献	331
内容索引(汉英对照)	338

第一章 光波的偏振

1.1 偏振的概念

偏振是各种矢量波共有的一种性质。例如,电磁波和固体中的弹性波、自旋波都具有这种性质。对各种矢量波来说,偏振是指用一个场矢量来描述空间某一个固定点所观测到的矢量波(电场、应变、自旋)随时间变化的特性。

光波实质上就是电磁波。完整描述光波需要用到四个基本的场矢量: 电场强度 E , 电位移密度 D , 磁场强度 H 和磁通量密度 B 。在这四个矢量中选用电场强度 E 来定义光波的偏振态。这种选择是根据以下事实: 当光与物质发生相互作用时,光波的电场对电子的作用力比磁场对电子的作用力大得多¹⁾。通常,只要确定了 E 的偏振态就可求出其余三个场矢量 D 、 H 和 B 的偏振态。这是因为 E 、 D 、 H 和 B 之间的关系由麦克斯韦方程及其有关的物质方程给出。下面,我们将致力研究如何根据在空间固定点观测到电矢量 $E(r, t)$ 随时间变化的特性来定义光波的偏振。

1.2 多色光和单色光

对光波的 $E(r, t)$ 矢量随时间的变化进行傅里叶分析,即可得到各种不同频率的光谱(傅里叶)分量,覆盖范围从 10^{13}Hz 远红外区到 10^{16}Hz 远紫外区。这四个数量级的频率间隔即为电磁波谱中的光波部分,而其中只有一个数量级 ($\sim 4-8 \times 10^{14}\text{Hz}$) 才表示可见光范围。上述光波区域的低频端和高端分别与微波波段和X射线波段平滑地连接。若经傅里叶分析得到的是呈连续分布或分立分布的、包括多个光谱频率的复合光谱,那么这样的光波称为多色光;另一方面,若光波经傅里叶变换后其光谱仅由光谱宽度为零的单一分立频率所组成,则这种光波称为单色光。在多色光与单色光之间,还存在着准单色光波,其光谱线很窄但不等于零。本书只涉及单色光波和准单色光波。

1.3 具有任意空间结构的单色光的偏振

对单色波来说,其电矢量 E 随时间的变化完全按正弦函数变化。倘若假定这个随时间作简谐变化的光波电场的空间结构是任意的,则所进行的讨论便能适用于不同类型的光波²⁾。

- 1) 电磁场对于以速度 v 运动的电荷 q 的总作用由两部分构成: 电场力 qE 和洛伦兹力 $qv \times B$, 后者与前者的量值比不可能超过 vB/E 或 v/c , 这里 c 为光速。因为对于所研究的情况 $v/c \ll 1$ 均成立,故可将洛伦兹力忽略不计。
- 2) 具有一般空间结构的光波包括以下几种类型: 通过薄膜或光纤传导的行波, 谐振腔中的驻波以及平面波照射透镜时在光束会聚区域内的光场等。在偏振术中, 平面偏振波通常经由镀有薄膜的基片的反射。薄膜中的总合成场由行波和驻波叠加而成。

在空间的某一固定点,沿三个相互垂直的方向 x, y, z , 可将电矢量 $\mathbf{E}$ 的最普遍形式的振动分解成三个独立的线性简谐振动 E_x, E_y, E_z , 即

$$\mathbf{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (1.1)$$

$$E_i = \tilde{E}_i \cos(\omega t + \delta_i) \quad i = x, y, z \quad (1.2)$$

式中 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 是沿坐标轴的单位矢量; $\tilde{E}_i$ 和 δ_i 分别表示此线性振动沿第 i 个坐标轴的振幅和相位; ω 表示角频率。

能够证明,若将固定的观测点作为原点,从它出发引出一个矢量来表示瞬间电矢量

$\mathbf{E}$, 则该矢量的端点在空间中画出如图 1.1 所示的一椭圆³⁾。这一椭圆以等于光频 $f = 2\pi\omega$ 的重复速率周期性地再现。

将式 (1.2) 的三个线性振动中的每一个分解成两个沿相同轴向、彼此的时间相位差为 90° 的共线的振动:

$$E_i = (\tilde{E}_i \cos \delta_i) \cos \omega t - (\tilde{E}_i \sin \delta_i) \sin \omega t \quad i = x, y, z \quad (1.3)$$

这样分解的意义可以由图 1.2 来说明,沿着三个坐标轴 $i = x, y, z$ 的三个振动构成的群 $E_i \cos(\omega t + \delta_i)$ 可以分解成两个子群。子群 $(\tilde{E}_i \cos \delta_i) \cos \omega t$ [$i = x, y, z$] 代表沿各坐标轴的三个同相线性振动,它们按 $\cos \omega t$ 方式随时间变化。第二个子群 $(\tilde{E}_i \sin \delta_i) \sin \omega t$ [$i = x, y, z$] 代表按 $-\sin \omega t$ 规律随时间变化的三个同相线性振动,也就是说,它与第一个子群的时间相位差为 90° 。从图

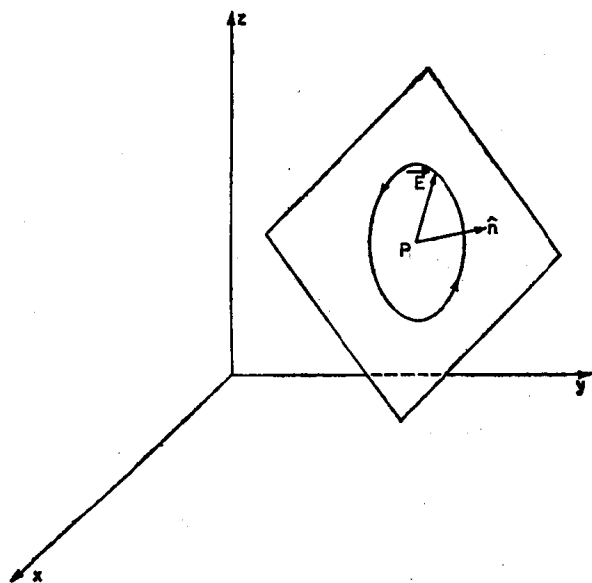


图 1.1 对一个随时间作简谐变化的光波,若从固定观测点 P 引出一矢量来表示瞬间电场 $\mathbf{E}$, 则该矢量的端点在空间中周期性地画出一椭圆。 $\hat{n}$ 是椭圆平面的单位法向矢量。

1.3 不难看出,沿不同方向的两个(因而也是任意多个)同相线性振动合成量也是一线性振动,它与各振动分量同相。因而,能够用一个合成线性振动来取代 $\cos \omega t$ 和 $\sin \omega t$ 振动分量中的任意一个。假如用 $\hat{a}_1$ 和 $\hat{a}_2$ 表示沿合成振动方向的单位矢量, a_1 和 a_2 分别表示它们的振幅,则总的电矢量 $\mathbf{E}$ 可写为:

$$\mathbf{E} = (a_1 \cos \omega t) \hat{a}_1 - (a_2 \sin \omega t) \hat{a}_2 \quad (1.4)$$

根据每个子群的三个线性振动的合成振幅达到最大时进行计算,从它们便很容易确定出式(1.4)中的振幅 a_1 和 a_2 、单位矢量 $\hat{a}_1$ 和 $\hat{a}_2$ 。所以, $a_1, a_2, \hat{a}_1$ 和 $\hat{a}_2$ 由下式给出,

$$\begin{aligned} a_1 &= [(\tilde{E}_x \cos \delta_x)^2 + (\tilde{E}_y \cos \delta_y)^2 + (\tilde{E}_z \cos \delta_z)^2]^{\frac{1}{2}} \\ a_2 &= [(\tilde{E}_x \sin \delta_x)^2 + (\tilde{E}_y \sin \delta_y)^2 + (\tilde{E}_z \sin \delta_z)^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (1.5)$$

3) 这里给出的证明并非唯一的。另一种方法就是构成一个 3×1 阶的列矢量 $\mathbf{E}$, 其元素由式 (1.2) 给出;并寻求一个由 3×3 阶旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 表示的、从 $xyz \rightarrow x'y'z'$ 的坐标变换。由此得到一个新的矢量 $\mathbf{E}' = \mathbf{R}\mathbf{E}$, 其元素分别为 $E_{x'} = a \cos \omega t$, $E_{y'} = \pm b \sin \omega t$ 和 $E_{z'} = 0$ 。 $\mathbf{R}$ 的第一行和第二行元素给出了其长度分别为 $2a$ 和 $2b$ 的椭圆长轴和短轴的方向余弦, $\mathbf{R}$ 的第三行元素给出了椭圆平面单位法向矢量 $\hat{n}$ 的方向余弦。

4) 在电机工程中经常使用这一术语来表示两个正弦变化量之间的 $1/2\pi$ 的相移。

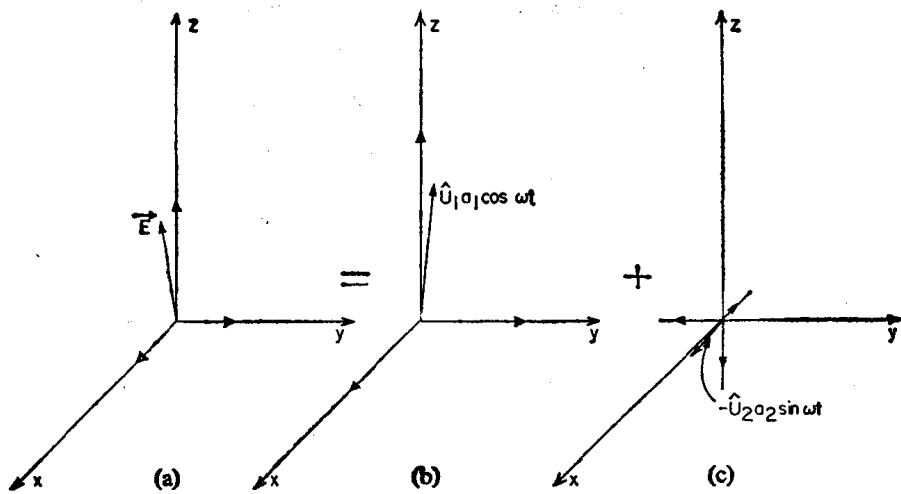


图 1.2 (a) 中沿三个坐标轴 x, y, z 的三个线性振动构成的群 $\tilde{E}_i \cos(\omega t + \delta_i)$ 可以分解为两个子群: (b) 中的 $(\tilde{E}_i \cos \delta_i) \cos \omega t$ 和 (c) 中的 $-(\tilde{E}_i \sin \delta_i) \sin \omega t$ 。这里, $i = x, y, z$, $\hat{u}_1 a_1 \cos \omega t$ 和 $-\hat{u}_2 a_2 \sin \omega t$ 分别是由子群 (b) 和子群 (c) 合成的线性振动。

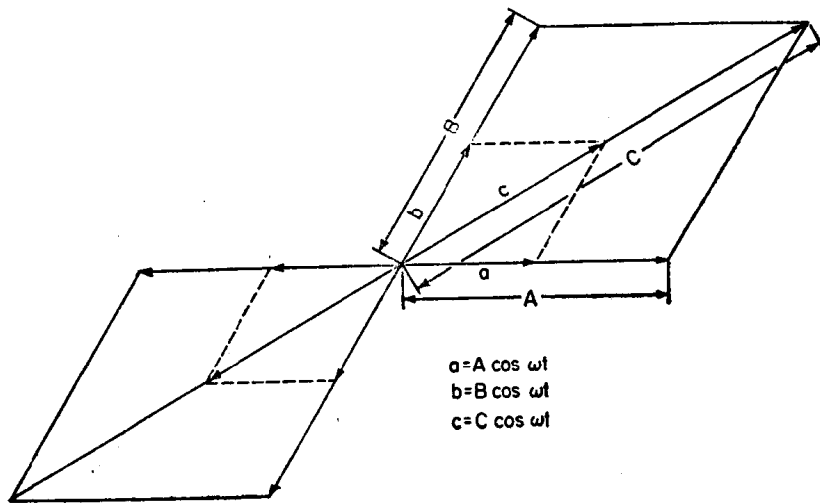


图 1.3 沿不同方向的两个同相线性振动 $A \cos \omega t$ 和 $B \cos \omega t$ 的合成量 $C \cos \omega t$ 也是线性振动。它与各振动分量同相。

$$\begin{aligned}\hat{u}_1 &= \frac{1}{a_1} (\tilde{E}_x \cos \delta_x, \tilde{E}_y \cos \delta_y, \tilde{E}_z \cos \delta_z) \\ \hat{u}_2 &= \frac{1}{a_2} (\tilde{E}_x \sin \delta_x, \tilde{E}_y \sin \delta_y, \tilde{E}_z \sin \delta_z)\end{aligned}\quad (1.6)$$

从式(1.4)可以明显地看出, 电矢量 $\mathbf{E}$ 端点的轨迹限定在由单位矢量 $\hat{u}_1$ 和 $\hat{u}_2$ 所组成的平面内。 $\mathbf{E}$ 的轨迹平面上的单位法向矢量 $\hat{n}$ 为

$$\hat{n} = (\hat{u}_1 \times \hat{u}_2) / |\hat{u}_1 \times \hat{u}_2| \quad (1.7)$$

还需证明 $\mathbf{E}$ 的轨迹是一个椭圆。 在图 1.4 中, 假定了由单位矢量 $\hat{u}_1$ 和 $\hat{u}_2$ 构成的平面与纸面相重合, 并用 γ 表示这两个单位矢量间的夹角。 倘若

$$\cos \gamma = (\hat{u}_1 \cdot \hat{u}_2), \quad \sin \gamma = |\hat{u}_1 \times \hat{u}_2| \quad (1.8)$$

将式(1.4)中的 $\mathbf{E}$ 分别作与 $\hat{u}_1$ 平行 ($\parallel$)、垂直 ($\perp$) 的投影, 即可得到

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= a_1 \cos \omega t - (a_2 \cos \gamma) \sin \omega t \\ E_{\perp} &= -(a_2 \sin \gamma) \sin \omega t \end{aligned} \quad (1.9)$$

从式(1.9)消去 t , 便可发现电矢量端点的坐标 $(E_{\parallel}, E_{\perp})$ 满足下列方程:

$$\frac{E_{\parallel}^2}{a_1^2} + \frac{E_{\perp}^2}{(a_2 \sin \gamma)^2} - \frac{2E_{\parallel}E_{\perp} \cot \gamma}{a_1^2} = 1 \quad (1.10)$$

这是位于单位矢量 $\hat{u}_1$ 和 $\hat{u}_2$ 平面中的椭圆方程。通过坐标旋转, 可由 a_1 、 a_2 和 γ 确定椭圆长轴方位以及半长轴、半短轴的长度⁵⁾。

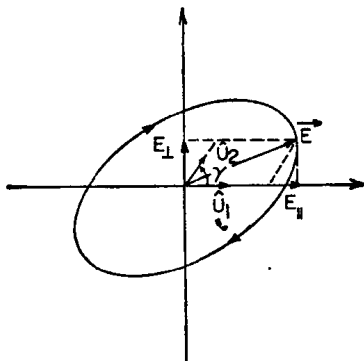


图 1.4 图 1.2 (b), (c) 的 $\hat{u}_1 a_1 \cos \omega t$ 和 $-\hat{u}_2 a_2 \sin \omega t$ 叠加形成一个偏振椭圆。

1.3.1 椭圆偏振

在空间某固定点, 若光波电矢量的轨迹在空间中有规律地重现同一个椭圆形态, 则称光波在该点是椭圆偏振的。上述讨论表明, 椭圆偏振是完全单色的光波电场最一般的偏振态。

为了完整地说明椭圆偏振光, 需要知道:

- (1) 偏振椭圆平面在空间的取向;
- (2) 椭圆在该平面内的取向, 椭圆的形状以及它的旋向性;
- (3) 椭圆的振幅大小;
- (4) 绝对瞬间相位。

偏振椭圆平面在空间的取向可由垂直于该平面的单位法线 $\hat{n}$ 的取向来确定。参照笛卡尔坐标系, $\hat{n}$ 可由它的三个方向余弦给出。因为方向余弦的平方和为 1, 所以只需要知道两个实数值即可确定椭圆平面的取向。对于任意空间结构的单色光波, 单位法线有两种不同的选择: 可以是 $\hat{n}$ 或 $-\hat{n}$ 。也就是说, 必须规定单位法线的意义。为清楚起见, 可以把 $\hat{n}$ 的方向认为是平均能流在法向上的方向(按时间平均的坡印廷矢量的法向分量)⁶⁾。由于我们主要研究平面行波, 所以, $\hat{n}$ 的方向明确无误地就是光波的传播方向。

如果这里认为偏振椭圆平面与纸面相重合且 $\hat{n}$ 的方向从纸面垂直指向读者, 则参照图 1.5 不难规定椭圆在平面内的取向、椭圆的形状以及旋向性。在该图中, X 和 Y 是两个固定参考方向, 与 $\hat{n}$ 一起形成一正交右手坐标系。表征在该平面内偏振椭圆的几个系数的定义如下:

(1) 方位角 θ 是椭圆主轴与 X 轴正方向间的夹角, 它决定了椭圆在其所在平面内的取向。对于物理上可区分的方位角, 其值应限于

$$-\frac{1}{2}\pi \leq \theta < \frac{1}{2}\pi \quad (1.11)$$

(2) 椭率 e 是椭圆的半短轴 b 与半长轴 a 之比

5) 确定式(1.9)偏振椭圆系数的另一种方法是将这个公式写成如下的形式: $E_{\parallel} = \tilde{E}_{\parallel} \cos(\omega t + \delta_{\parallel})$, $E_{\perp} = \tilde{E}_{\perp} \cos(\omega t + \delta_{\perp})$ 。这里 $\tilde{E}_{\parallel} = [a_1^2 + (a_2 \cos \gamma)^2]^{1/2}$, $\delta_{\parallel} = \tan^{-1}(a_2 \cos \gamma / a_1)$; $\tilde{E}_{\perp} = a_2 \sin \gamma$, $\delta_{\perp} = \frac{1}{2}\pi$ 。假如我们构造复数 $\chi = (\tilde{E}_{\perp} / \tilde{E}_{\parallel}) \exp[j(\delta_{\perp} - \delta_{\parallel})]$, 则由式(1.86)和(1.87), 从 χ 直接得到方位角 θ 和椭率 $\tan \delta$ [式(1.11)–(1.15)]。偏振椭圆的振幅[图 1.5 和式(1.16)]由 $(\tilde{E}_{\parallel}^2 + \tilde{E}_{\perp}^2)^{1/2}$ 给出。

6) 对于驻波的情况, 坡印廷矢量的时间平均值为零。 $\hat{n}$ 方向的选择仍有两种可能性。

$$e = \frac{b}{a} \quad (1.12)$$

(3) 偏振椭圆的旋向性决定了椭圆的旋进方式。这个参数只能由两个分立值中取其中一个。如果正对着 $\hat{n}$ 所指的方向观察 (也就是说, 对于行波是对着光线的传播方向观察, 一般说来是指正对着图 1.5 中纸面的方向观察), 椭圆按顺时针方向扫过, 那么偏振是右旋偏振的。当正对着 $\hat{n}$ 的方向观察时, 若椭圆按逆时针方向扫过, 则偏振是左旋偏振。

若使椭率 e 分别为正或负对应于右旋偏振和左旋偏振, 则数学上很容易将旋向性合并到椭率 e 的定义中去。采用这种标记法后不难看出, 把 e 的范围限定在

$$-1 \leq e \leq 1 \quad (1.13)$$

之中便能得到所有的物理上能够区分的椭率值。

我们也发现引入如下的椭率角 ϵ 是很方便的,

$$e = \tan \epsilon \quad (1.14)$$

从式(1.13), 很容易知道 ϵ 是限定在这样一个范围内

$$-\frac{1}{4}\pi \leq \epsilon \leq \frac{1}{4}\pi \quad (1.15)$$

(4) 利用半长轴和半短轴 a 和 b , 可以容易地确定椭圆振动的振幅(大小)⁷⁾

$$A = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.16)$$

式(1.16)定义的振幅是椭圆振动的强度的量度, 其平方值与位于场内观测处的光波能量密度成正比。

(5) 绝对相位 δ 决定了 $t=0$ 时电矢量的初始位置与椭圆主轴间的夹角 (参见图 1.5)。绝对相位 δ 的可能取值范围规定为

$$-\pi \leq \delta < \pi \quad (1.17)$$

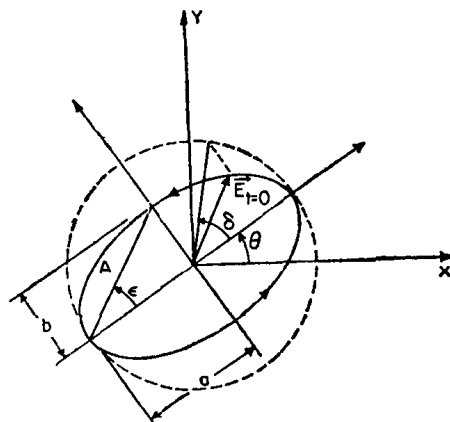


图 1.5 定义在该平面内偏振椭圆的四个系数是 (1) 主轴对于固定参照方向 x 的方位角 θ ; (2) 椭率 $e = \pm b/a = \pm \tan \epsilon$, 符号 + 和 - 分别对应于右旋偏振及左旋偏振; (3) 总振幅 $A = (a^2 + b^2)^{1/2}$; (4) 绝对相位 δ 。这里所讨论的偏振是左旋偏振。注意如何由初始电场 $E_{t=0}$ 和辅助圆 (由虚线表示) 决定出绝对相位的方法。

1.3.2 线偏振和圆偏振

圆偏振和线偏振是一般椭圆偏振态当其椭率取特定值 ± 1 或零时的两种特殊情况。值 $e = +1$ 相应于右旋圆偏振态而 $e = -1$ 相应于左旋圆偏振态。当 $e = 0$ 时, 光波是线偏振光。图 1.6 表出了圆偏振态和线偏振态这两种特殊情况。注意, 这两种圆偏振态的方位角是不确定的。所有的线偏振态 (有无限多个这样的偏振态对应于各种可能的方位角取值) 都没有旋向性。

在结束本节之前, 需要着重指出, 这里用了两种不同的但却等价的方法对单色光波的

7) 利用振幅 A 和椭率角 ϵ , 即可求出椭圆半长轴 a 和半短轴 b : $a = A \cos \epsilon$, $b = A \sin \epsilon$ 。(参见图 1.5)。

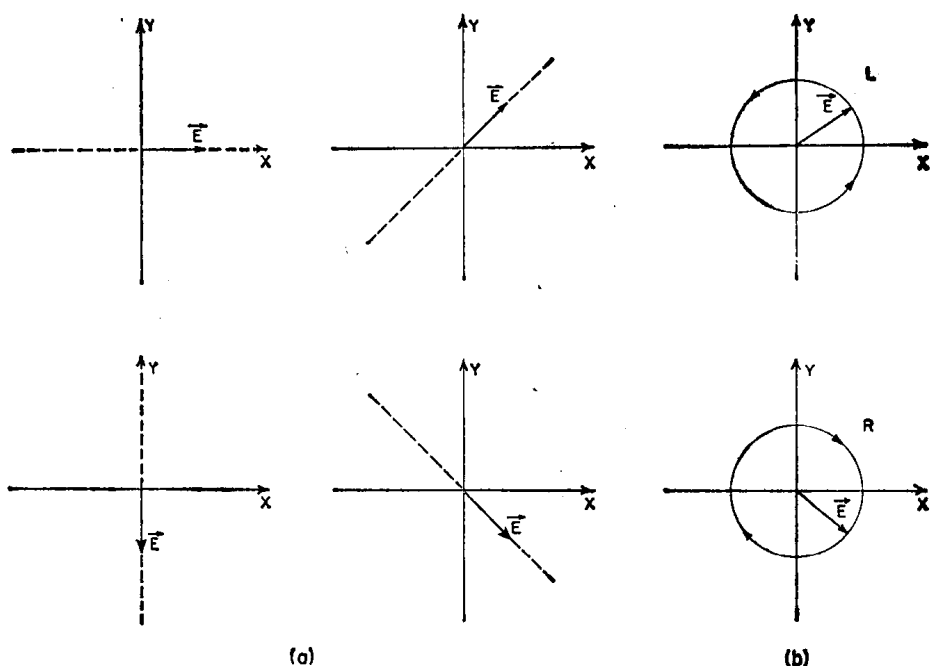


图 1.6 线偏振态 (a) 和圆偏振态 (b). (a) 中的虚线表示电矢量 E 的终端轨迹.
(b) 中的 L 和 R 分别代表左圆偏振和右圆偏振.

椭圆偏振态进行了讨论。在第一种方法中，电矢量的椭圆振动是由沿空间相互垂直的三个方向、其振幅与相位彼此无关的三个线性简谐振动来描述的[式(1.2)]。在第二种方法中，椭圆偏振态是由下列四个量来描述的：(1)椭圆平面的单位法向矢量 $\hat{a}$ ；(2)方位角 θ 和椭率 e ，它们分别决定了椭圆在其所在平面中的取向、相位和旋向性；(3)振幅 A 和(4)绝对相位 δ 。为了完整地描述偏振椭圆，这两种方法每种都需要有六个实参量。

1.4 谐变场的相位复矢量(相量)表示法

在谐变(单色)光波场中，空间各点的电矢量笛卡儿分量都随时间按正弦函数方式变化。在这一条件下，由于随时间变化的关系已知，所以每一个分量在空间各点的振幅和相位正代表着所探测的信息。这是，完全可以只用一个复数合并表示正弦标量的振幅和相位，这个复数称为该标量的相量表示。例如，在空间某固定点电矢量的 x 分量随时间的变化为 $\tilde{E}_x \cos(\omega t + \delta_x)$ [参见式(1.2)]。这个交变量的相量为

$$E_{xc} = \tilde{E}_x e^{j\delta_x}$$

一般而言，作交变变化的标量 $Q = \tilde{Q} \cos(\omega t + \delta_Q)$ 其典型的相量 Q_c 定义为

$$Q_c = \tilde{Q} e^{j\delta_Q} \quad (1.18)$$

若需从相量 Q_c 还原出交变量 Q 随时间的变化，可作如下运算

$$Q = \text{Re}[Q_c e^{j\omega t}] \quad (1.19)$$

式中 Re 表示“实数部分”。式(1.19)的几何意义如图 1.7 所示，表示长度为 $\tilde{Q}$ 的矢量在复平面实轴上的投影，该矢量从 $t = 0$ 的初始位置出发，以角速度 ω 绕原点按逆时针方向旋转，初始位置与实轴的夹角为 δ_Q 。

若式(1.20)电矢量的三个交变分量每一个都用适当的相量表示,则把这些相量代入式(1.1)得到的电矢量如下:

$$\mathbf{E}_c = E_{xc}\hat{x} + E_{yc}\hat{y} + E_{zc}\hat{z} \quad (1.20)$$

式(1.20)定义的复矢量完整地描述了场的偏振态。如要从复矢量求出电矢量随时间的变化关系,仍可应用式(1.19)但需用 $\mathbf{E}_c$ 代替 $\mathbf{Q}_c$ 。

本书前后都采用谐变场的复相量表示,读者必须注意这里选用的时间相关量是 $e^{j\omega t}$ 而不是 $e^{-j\omega t}$ 。这一惯用法在1968年美国举行的椭圆测量术国际会议上得到大会参加者一致确认^[1,2]。本书将沿用那次次会议所赞同的各种规定。为简便起见,在以后的行文叙述中将略去本节为区分复相量和对应的交变量所使用的角标 c 。当然,始终不能将这两者相混淆。

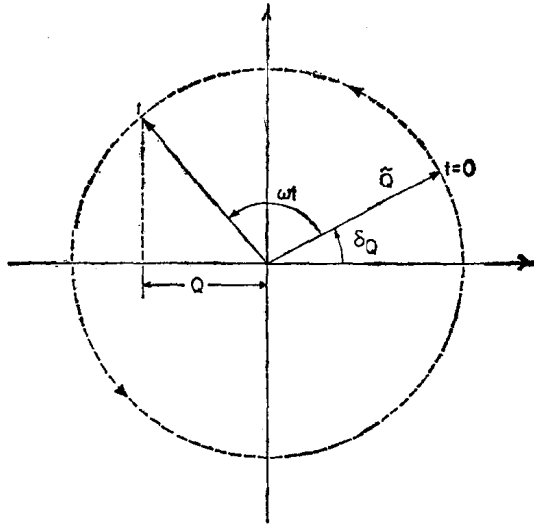


图 1.7 随时间按正弦函数方式变化的实数量 $Q = \tilde{Q} \cos(\omega t + \delta_Q)$ 的相量表示 $\tilde{Q}e^{j\delta_Q}$ 。

1.5 均匀 TE 平面波

为了使讨论更具有普遍性,我们在前面各节中曾假定谐变光波具有任意的空间结构。其中具有极其重要性的一种特殊情况是均匀 TE (横电场)平面行波。这类线偏振波电矢量随位置 $\mathbf{r}$ 和时间 t 依照下述方式变化:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = [\tilde{E} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] \hat{u} \quad (1.21)$$

$$\hat{u} \cdot \hat{u} = 1, \quad \hat{u} \cdot \mathbf{k} = 0$$

式(1.21)中, $\hat{u}$ 表示在线偏振方向的单位常矢量,它垂直于由恒定的波矢量 $\mathbf{k}$ 给出的波的传播方向。 $\tilde{E}$ 是与 $\mathbf{r}$ 和 t 均无关的振幅。空间中电矢量振动等相面的点的轨迹(即 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{常数}$ 的点的轨迹)构成一族与波矢量 $\mathbf{k}$ 相垂直的平行平面波前,如图 1.8 所示。相位差为 2π 的两个等相面间的距离就是波长 λ , 它和 $\mathbf{k}$ 的关系为

$$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.22)$$

波的相速度定义为空间中某点、沿传播方向运动且使该点的瞬间场强保持不变所必须有的速度。假设 s 表示(从一固定原点)沿 $\mathbf{k}$ 方向测得的距离,则式(1.21)中的余弦函数的宗量(总相位)可写为 $[\omega t - (2\pi/\lambda)s]$ 。瞬间场强保持不变的条件要求 s 随 t 是这样地变化,使得 $[\omega t - (2\pi/\lambda)s]$ 是常量或者

$$\frac{d}{dt} \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} s \right) = 0$$

由此求出相速度 v 为