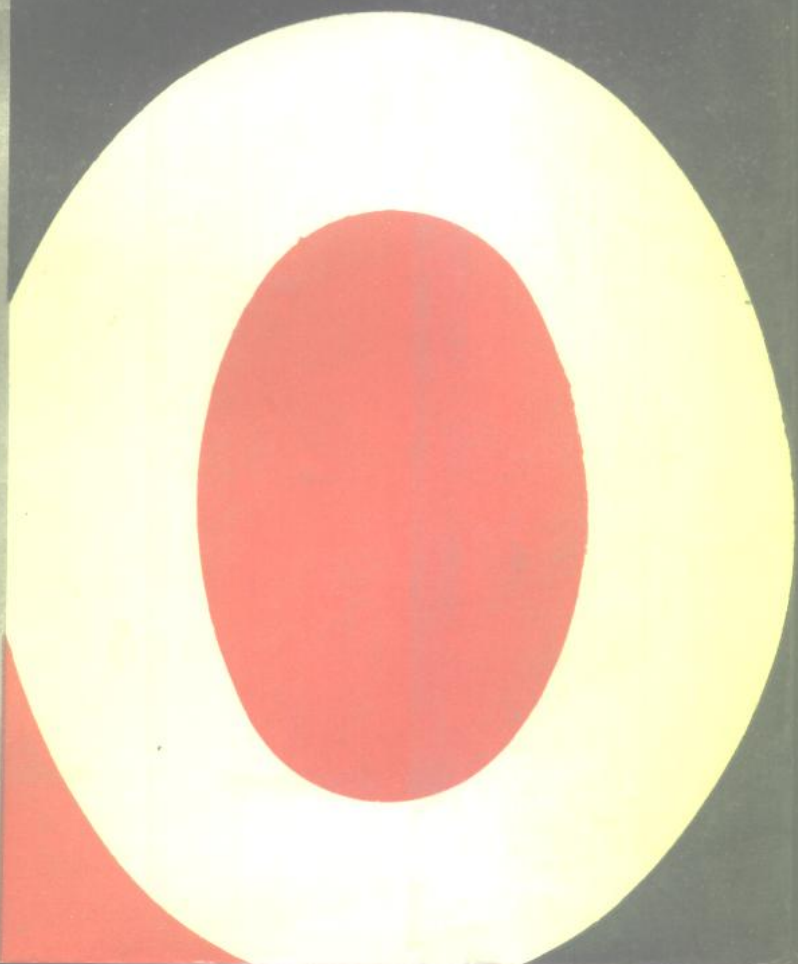


板壳力学

B
A
N
Q
I
A
O
L
I
X
U
E

刘人怀
编著

机械工业出版社



板壳力学

刘人怀 编著



机械工业出版社

内 容 简 介

本书是有关板壳力学的专门著作。

全书共分八章，第一章介绍了板壳的一般理论，第二章至第四章讲授了圆形板和矩形板的弯曲问题，第五章至第八章讲授了旋转壳体和柱形壳体的薄膜理论以及圆柱形壳体和球形壳体的弯曲问题。

本书可作为从事航天、航空、航海、建筑、动力、机械、石油化工、水利、仪表、交通等技术工作的工程技术人员以及高等学校和中等专业学校有关专业的教师、研究生、大学生、中专生的参考书和教材。

板 壳 力 学

刘人怀 编著

*
责任编辑：贡克勤 版式设计：霍永明
封面设计：郭景云 责任校对：熊天荣
责任印制：王国光

*
机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*
开本 850×1168¹/₃₂·印张 7¹/₈·字数 183 千字

1990 年 10 月北京第一版·1990 年 10 月北京第一次印刷

印数 0,001—1,530·定价：8.50 元

*
ISBN 7-111-02378-1/O-55

序

本书是关于板壳力学的专门读物，其初稿曾于1986年在钱伟长教授主办的全国“应用数学和力学”第48期讲座上使用过。本书也是作者20余年来在国内外一些大学、研究所和工厂从事板壳力学研究和讲授的一点小结。

板壳力学是现代固体力学中特别引人注目的一个分支，近几十年，随着科学和技术的突飞猛进，发展异常迅速。我们可以毫不夸张地说，这门学科几乎与一切工程设计都有关联，特别对航天、航空、航海、建筑、动力、机械、石油化工、水利、仪表、交通等工程设计，更具有指导性的意义。

板壳力学本是一门高深的理论，常是大学力学等专业的研究生和高年级学生在学习弹性力学后再继续学习的一门课程，因而学习难度较大。为了普及这门学科知识，克服学习难度，适应广大的未学过弹性力学的工程技术人员、教师、研究生、大学生和中专生的迫切需要，作者力求用最通俗的方法介绍这门学科的基础知识，使本书短小、浅显、易懂。这是一次尝试，难免出现一些谬误，望读者不吝指教。

最后，笔者对钱伟长教授给予本书在写作和出版中的关心、帮助和支持表示深切的感谢。

刘人怀

1989年7月

本书主要符号说明

A	面积 m^2
D	抗弯刚度
E	弹性模量 Pa
G	剪变模量 Pa
h	厚度 m
I	惯性矩 m^4
M_x, M_y	在分别垂直于 x 和 y 轴的截面的单位长度上的弯矩 $\text{N}\cdot\text{m}/\text{m}$
M_{xy}, M_{yx}	在分别垂直于 x 和 y 轴的截面的单位长度上的扭矩 $\text{N}\cdot\text{m}/\text{m}$
N_x, N_y	在分别垂直于 x 和 y 轴的截面的单位长度上的法向力 N/m
N_{xy}, N_{yx}	在分别垂直于 x 和 y 轴的截面的单位长度上平行于 y 和 x 轴的剪力 N/m
Q_x, Q_y	在分别垂直于 x 和 y 轴的截面的单位长度上平行于 z 轴的横向力 N/m
P	集中荷载 N
p_x, p_y, p_z	x, y, z 方向的分布荷载分量
q	分布荷载的强度 N/m
r, θ, z	圆柱坐标
r_x, r_y	板或壳的中面在 xz 和 yz 平面内的曲率半径 m
S	静面矩
T_x	在垂直于 x 轴的截面的单位长度上平行于 y 轴的有效剪力

V_x	在垂直于 x 轴的截面的单位长度上平行于 z 轴的有效横向力
U	形变势能
W	外力势能
u, v, w	x, y, z 方向的位移分量
x, y, z	直角坐标或正交曲线坐标
w_{\max}	最大挠度
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	剪应变分量
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	正应变分量
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	正应力分量
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	剪应力分量
ν	泊松比
ρ	密度 kg/m^3
∇	调和算子

目 录

本书主要符号说明

第一章 板壳力学的基本知识	1
§ 1-1 板壳的定义和分类	1
§ 1-2 板壳的特点和应用	4
§ 1-3 研究板壳力学的目的	8
§ 1-4 研究板壳力学的基本方法	9
§ 1-5 板壳的应力、应变以及应力和应变的关系	12
§ 1-6 薄板的内力	16
§ 1-7 薄壳的内力	21
§ 1-8 薄板的边界条件	27
§ 1-9 薄壳的边界条件	31
§ 1-10 板壳的应力计算公式	35
第二章 圆形板的轴对称弯曲理论	38
§ 2-1 引言	38
§ 2-2 平衡方程	39
§ 2-3 几何方程	43
§ 2-4 物理方程	46
§ 2-5 挠度曲面的微分方程	47
§ 2-6 挠度曲面微分方程的解	48
§ 2-7 承受均布荷载的周边简支的圆板	50
§ 2-8 承受均布荷载的周边固定的圆板	54
§ 2-9 承受均匀分布边缘弯矩的圆板	57
§ 2-10 承受中心荷载的圆板	58
§ 2-11 承受对称线布荷载的圆板	60
§ 2-12 承受对称线布弯矩的圆板	63
§ 2-13 承受均匀分布边缘弯矩的环形板	65
§ 2-14 承受均匀分布内边缘横向力的环形板	68

第三章 矩形板的弯曲理论	71
§ 3-1 引言	71
§ 3-2 平衡方程	71
§ 3-3 几何方程	78
§ 3-4 物理方程	80
§ 3-5 挠度曲面的微分方程	81
§ 3-6 承受正弦曲线形荷载的简支矩形板	84
§ 3-7 双重三角级数解法	93
§ 3-8 承受均匀荷载的简支矩形板的双重三角级数解	98
§ 3-9 单重三角级数解法	102
§ 3-10 承受均匀荷载的简支矩形板的单重三角级数解	107
§ 3-11 承受静水压力的矩形板	111
第四章 近似解法和数值解法	115
§ 4-1 李兹法	115
§ 4-2 李兹法的应用	121
§ 4-3 迦辽金法	122
§ 4-4 迦辽金法的应用	124
§ 4-5 有限差分法的基本概念	126
§ 4-6 有限差分方程	130
§ 4-7 有限差分法的应用	134
§ 4-8 有限元法	137
§ 4-9 有限元法的应用	154
第五章 旋转壳体的薄膜理论	160
§ 5-1 引言	160
§ 5-2 平衡方程	163
§ 5-3 在轴对称荷载下的平衡方程	168
§ 5-4 球形屋盖	169
§ 5-5 球形贮罐	171
§ 5-6 圆锥形贮罐	173
第六章 柱形壳体的薄膜理论	174
§ 6-1 平衡方程	174
§ 6-2 平衡方程的解	177

§ 6-3	横隔支承的柱形壳体	178
§ 6-4	悬臂柱形壳体	179
§ 6-5	承受边缘荷载的柱形壳体	180
§ 6-6	圆形水管	182
第七章	圆柱形壳体的弯曲理论	184
§ 7-1	在轴对称荷载下的圆柱形壳	184
§ 7-2	轴对称变形	186
§ 7-3	位移的微分方程及其解	191
§ 7-4	圆柱形水池	194
§ 7-5	圆柱形压力容器	197
第八章	球形壳体的弯曲理论	200
§ 8-1	在轴对称荷载下的球形壳体	200
§ 8-2	轴对称变形	201
§ 8-3	基本方程	206
§ 8-4	近似解法	208
§ 8-5	锅炉的封头与炉体连接处的应力状态	211
参考文献		217

第一章 板壳力学的基本知识

§ 1-1 板壳的定义和分类

简单地说，板壳是平板和壳体的总称。它们是日常生活和工程结构中最常见的物体，与每个人的生活休戚相关，与人类的生存紧密相连。板壳既然在人类生活中占有如此突出的地位，所以，它是值得我们去认识、去研究的。

尽管物体千变万化，具有各种各样的形式，但是，相当多的物体都属于杆件、平板和壳体。大家都知道，杆件是材料力学研究的主要对象。这种物体形状特别简单，它的长度要比横向截面的尺寸大得多，如图 1-1 所示。

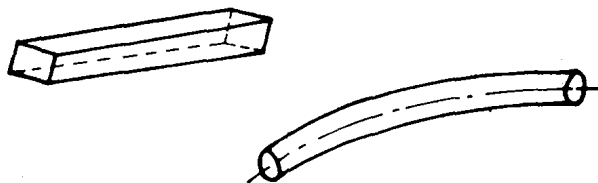


图1-1 杆件

平板和壳体比杆件要复杂一些，是杆件的横向截面的宽度尺寸增加后所形成的物体。换句话说，一个物体，如果当它的厚度比其余两个方向尺寸在数量级上小得多时，这样的物体就是平板或壳体。

现在要问，平板和壳体又是如何区分呢？为此，我们先引入中面和厚度的概念。

中面就是平分物体厚度的分界面。厚度就是在中面上作法线而被物体两个外表面所截割的一段长度，本书以符号 h 表示。

若物体的中面是一块平面（亦称中平面），我们便称此物体

为平板（图 1-2）；若物体的中面是一块曲面（亦称中曲面），我们便称此物体为壳体（图 1-3）。

中面、厚度和边缘合起来就完全决定了板壳的几何形状。一般说来，厚度可以是一个变量，亦即从中面上的一点到另一点，厚度要发生变化。我们把这种厚度变化的板壳称作变厚度板壳。至于处处有相等厚度的板壳，即称为等厚度板壳。鉴于等厚度板壳在应用上十分广泛，且计算理论较简单，所以在本书中将重点介绍。

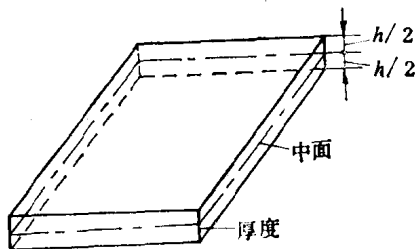


图1-2 平板

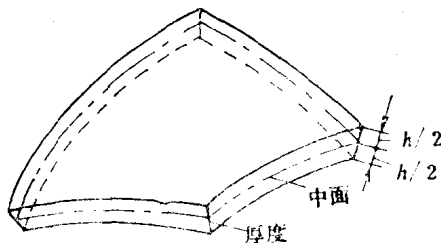


图1-3 壳体

按照板壳厚度尺寸的大小，可以将板壳分为两大类，即薄板壳和厚板壳。

在平板中，若以 a 表示中面的最小尺寸，则当

$$h/a \ll 1$$

时，称为薄板，否则称为厚板。

在壳体中，若以 R 表示中面的最小曲率半径，则当

$$h/R \ll 1$$

时，称为薄壳，否则称为厚壳。

然而，上面的叙述不够确切，因而不便应用。从工程上讲，对于平板来说，若

$$h/a \leq \frac{1}{5}$$

则称为薄板，否则称为厚板。

对于壳体说来，若

$$h/R \leq \frac{1}{20}$$

则称为薄壳，否则称为厚壳。

在实际情况中，大多数板壳属于薄板和薄壳范畴。因此，本书主要对薄板壳进行分析。

除了按上述方法分类外，还有其它分类方法。一般说来，常按中面的形状进行分类。

(1) 对于平板，可分为

1) 圆形平板 中面的周界是圆周的平板称为圆形平板，或简称圆板。

2) 矩形平板 中面的周界是矩形的平板称为矩形平板，或简称矩形板。

3) 杂形平板 中面的周界是其它形状的平板称为杂形平板，或简称杂形板。

(2) 对于壳体，可分为

1) 柱形壳体 中面为柱形面的壳体称为柱形壳体，或简称柱壳。柱形面是由一根直线沿着一曲线移动且保持此直线与其初始位置平行而形成的（图1-4）。此直线称为母线。



图1-4 柱形壳

2) 旋转壳体 中面为旋转曲面的壳体称为旋转壳体。旋转曲面是由一根平面曲线围绕在其平面内的一根轴线旋转一周所形

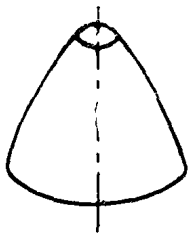


图1-5 旋转壳



图1-6 平移壳

成的（图1-5）。此平面曲线称为经线。

3) 平移壳体 中面为平移曲面的壳体称为平移壳体。平移曲面是由一根曲线沿着另一根曲线平行移动而形成的（图1-6）。

§ 1-2 板壳的特点和应用

由材料力学的学习可知，梁主要受弯矩作用。对平板而言，它主要受弯曲内力（包括双向弯矩和扭矩）作用。壳体则主要靠曲面内的内力（双向法向力和剪力）来承载。

由于板壳固有的二维结构（梁是一维结构）的特性，重量轻，耗材料少，因而是优良的结构构件，不仅被广泛地应用在各种工程结构里，而且在自然界和日常生活中也常常碰见。

就以人类居住的地球为例来说，它是一个略微有点扁的圆球，平均半径为6371km，由三个圈层，即地壳、地幔和地核组成（图1-7）。地壳主要由岩石构成，平均厚度约为33km。地幔是介于地壳和地核之间的圈层，厚度约为2865km，主要是一种密度很大和温度很高的半粘性流动物质。显然，刚性的地壳与整个地球相比，只不过是薄的一层表皮，漂浮在致密和高温的半粘性流动的地幔之上，是一个天然的类似于圆球的壳体。

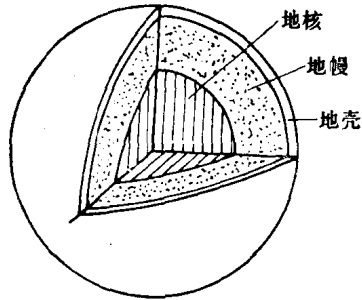


图1-7 地球

在地球表面上，有绵延的高山、交错的深谷、星罗棋布的岛屿。这种复杂奇特的地质形态，正是地壳这个巨大壳体在外力作用下发生变形的结果。目前，有人用薄壳失稳理论来研究这一现象，已得到一些十分有趣的结果。

在自然界里，鸟卵、蚌壳、植物种子、花瓣等都呈壳形，这是经过长期自然选择形成的，是以最少的材料造成的坚强结构。

人们通过与自然的斗争，逐渐认识到板壳结构的优越性，因

而在现代工程部门中，广泛地应用它们。下面，简单叙述一下应用情况。

(1) 航天工程

千百年来，人们对宇宙飞行就有着浓厚兴趣，渴望着去宇宙飞行。我国就有嫦娥奔月的美丽故事，驰名中外，脍炙人口。为实现这一理想，我们的祖先早在公元1000年便发明了火箭，开辟了通向空间的第一条道路。

今天，科学技术的巨手已经填平了理想与现实的鸿沟。1970年，我国第一颗重达173kg的人造地球卫星飞上了天空。美国则于1969年用阿波罗11号飞船将两名字航员送上了距地球 38×10^4 km的月球，在月球上第一次留下了人类的足迹。

在进行这些宇宙飞行时，使用了火箭、人造地球卫星和宇宙飞船。它们的外壳是壳体，一些部件，如火箭尾翼、太阳能翼板等是平板。

(2) 海洋工程

除了上天以外，下海是人们长期以来所关注的另一重要领域。可以毫不夸张地说，下深海比登月还要困难。

世界最深的海洋是太平洋西部的马里亚纳海沟，最深处达11521 m。大家知道，水深每增加10 m，就增加静水压力98 kPa。所以，在那里，静水压力高达112982.4 kPa。换句话说，一指甲盖大小的面积要承担11298 N的力。在这样巨大的压力下，一般东西抵挡不住，只好被压成一块肉饼。经过艰辛的历程，人类终于在1960年，借助于用圆球形壳体制造的深海潜水器才到达了那里。

海洋占地球表面的十分之七以上，蕴藏着许多宝贵的资源。仅以各种矿物为例，就有 500×10^8 t。如果把这些矿物均匀地铺在整个地球的陆地面积上，其厚度可达200 m。近年来，海洋的研究与开发越来越受到各国的重视。十多年来，各国建成了许多海上石油平台和水下实验室。平台的主体就是一块平板。水下实验室则是用壳体形式建造。最近，有的国家正计划在6000 m深处建

设海底基地。这种海底基地就是水下城市，它不像陆地上的高楼大厦，而是一种用直径2.44~3.66m的许多钢质圆球形壳体构成并固定于海底的建筑物。

(3) 建筑工程

板壳在建筑工程中，更具有特殊的意义。门、楼板、墙壁、地基是平板，一座宽敞、无障碍的大跨度建筑物，如会议厅、展览馆、体育馆、工厂车间、剧场、车库、飞机库等，则以壳体屋盖为最好。

在旧社会，我国自己没有设计过大型壳体建筑。直到新中国成立以后，壳体结构才开始采用，并得到迅速发展。许多工厂车间和民用住宅采用圆标壳形屋盖，较大的跨度达33m。使用双曲扁壳屋盖情况也较多，如北京火车站大厅和北京网球场，其中网球场底面尺寸为42m×42m。

在国外，最大的圆球形屋盖大约要算是美国的宾夕法尼亚州的大会堂，其平面直径达到126.6m。

在水工建筑和地下建筑工程中，板壳也起着极大的作用。例如，水坝闸门多为平板或扁壳形状。

(4) 容器制造工程

石油、石油化学、化学、原子能和动力工程是发展国民经济的重要物质基础，具有举足轻重的地位，与提高人民生活水平关系极大。在这些工程中，容器制造占有相当大的比重。诸如贮罐、锅炉、反应器、热交换器等设备，都属于容器范围。它们的外壳是壳体，一些部件是平板。以固定式热交换器（图1-8）为例，它的筒体是圆柱形壳体，封头是球形壳体，管板和折流板是带孔的圆形平板。目前，国外制造的这种换热器，压力可高达82MPa，温度达1500℃，直径达到120cm，重量达280t，管板重

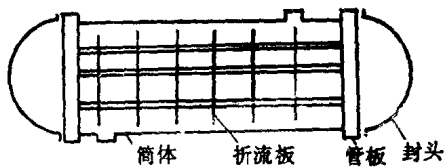


图1-8 固定式热交换器

82MPa，温度达1500℃，直径达到120cm，重量达280t，管板重

量可超过20 t。显然,设计制造时是相当困难的。同时,对热交换器的需求量又极大,以石油、化工厂的装备为例,在总重量中,热交换器要占40%。

随着近年工厂规模大型化,容器也是日趋大型化,长度达100 m,直径达20 m,重量达到1200 t。而且,高压和超高压容器产品越来越多,其内压力达到前所未有的程度,有时已达到5394 MPa。显然,设计制造这些产品不仅涉及到制造的难易,成本的高低,而且关系到人民生活和国家财产的安全。过去,由于容器没有严格按照板壳力学设计,因而产生严重事故的实例不少。例如,在40年代,美国俄亥俄州一台直径17.3 m的球形容器,虽然内压力还不到50 kPa,但破坏时竟造成128人死亡、680万美元的巨大损失。

(5) 交通运输工业

交通运输工业是国民经济的命脉,各种运输工具和设备都离不开板壳结构形式。飞机、轮船、火车和汽车的外壳以及桥梁的空心桥墩等都是壳体,轮船甲板、火车和汽车底板、飞机场跑道、公路路面、桥墩顶平台等都是平板。目前,飞机的速度已达到3523 km/h,约为普通音速的三倍多,飞机的飞行高度达到36240 m,起飞重量达到373 t。例如,美国波音747重型远程运输机,一次能装载106 t重的人员和物资。这种飞机的尺寸很大,机翼的两端距离是59.64 m,飞机长度是70.51 m,飞机高度是19.33 m。轮船就更为可观了,目前世界上最大的轮船大约要算法国的贝拉姆亚号油轮,其甲板和轮船底垂直高度为36 m,长度400 m,宽度63 m,一次能载运54100 t石油。由于这些运输工具既要速度高,几何尺寸大,载运人员和物资多,又要自重轻,稳定灵活,安全可靠,所以设计制造特别困难,而板壳力学将为设计制造人员提供有力的帮助。

(6) 精密仪器工业

精密仪器工业的发展程度是体现一个国家科学技术发展水平的重要标准之一。在航天、航海、石化、原子能等许多工程中,

广泛使用着各种各样使用弹性元件的精密仪器，这些弹性元件大多采用平板、波纹板、扁壳制成，它们是仪器的核心部分。它们在自动化生产中的作用犹如人的眼睛和耳朵等感觉器官，它把环境及其变化感受出来，发出信号，由控制系统进行控制。

（7）军事工程

板壳在军事工程中更是大显身手。军舰、潜水艇、飞机、导弹、坦克、炮弹、地雷和碉堡的外壳或部件都与板壳紧密相关。如何将这些兵器和防御工事设计得符合军事要求，板壳力学必将是一个重要工具。

除了前述领域外，在其它工程以至体育运动、日常生活中，我们还可以举出许多例子，为避免繁冗，就不一一列举了。总起来说，做为构件，板壳具有极大的优越性和重要性，在人类征服自然的进程中，立下了特殊的功勋！因此，对于广大力学工作者和工程设计人员说来，掌握一定的板壳力学知识，必将为我们国家实现社会主义的四个现代化发挥更大的作用。

§ 1-3 研究板壳力学的目的

板壳力学是固体力学中最有现实意义的分支之一，是研究平板和壳体在外力作用下所产生的应力和变形的一门科学。

在外力作用下，板壳发生了变形。但是，板壳不是无限制地变形下去，而且在外力卸去后，板壳能消除由外力所引起的变形。这说明，板壳本身有抵抗外力的能力。按照习惯用法，我们将外力称为荷载，将板壳本身抵抗外力的能力称为板壳的承载能力。于是，一方面，荷载使板壳产生变形，并有使它破坏的趋势；另一方面，板壳的承载能力有抵抗变形和破坏的能力。

荷载与承载能力之间的关系，经常表现为下面三种形式：

（1）板壳在荷载作用下，可能发生破坏。若将板壳抵抗破坏的能力叫做板壳的强度，则进行工程设计时，必须保证板壳具有足够的强度。这时，就是所谓强度问题。

（2）在荷载作用下，板壳虽然有足够的强度，不致发生破