一 引 言

很多机床在加工螺紋或齿輪等工作中都需要挂輪。例如車床車各种螺紋、銑床分度头差动分度、銑螺旋綫或斜齿圓柱齿輪及滚齿机、插齿机和圓錐齿輪刨齿机等齿輪加工机床的分度、徑向进給、軸向进給或圓周进給等都需要挂輪。这些工作的挂輪計算，都有它的专門計算公式。这些計算公式，在各种机床工作法、手册、机床說明书和其他有关〔活叶〕中都有，这里不去談它。有了这些公式，只要把已知数据代入公式就能求出挂輪速比 i 的数值来。i 的数值有时是个简单的分数形式，例如 $i=\frac{2}{3}$，这就很方便，只要上下各乘上一个相同的倍数就可以得到挂輪齿数，例如乘上 20 即得：$i=\frac{2\times20}{3\times20}=\frac{40}{60}$。則主动輪 40 齿，从动輪60齿。有时 i 的分子和分母数值較大，它既不符合挂輪齿数又不能乘上某个倍数使它变为挂輪齿輪，这时可以分解因数后再化成挂輪齿数。例如，$i=\frac{21}{26}=\frac{3\times7}{2\times13}=\frac{3\times20}{2\times20}\times\frac{7\times5}{13\times5}=\frac{60}{40}\times\frac{35}{65}$。用双列挂輪，齿数各为 60、40、35 和 65 齿。以上这两种情况是最理想的，計算既簡便，結果又精确，理論上毫无誤差，这种挂輪計算我們叫它做精确計算。

但是，在很多情况下不可能是以上两种情况，也就是說无法得到精确計算。一般有以下两种形式：

（1）i 是分数，但分子或分母的质因数太大。例如，$i=\frac{31}{43}$，如果机床挂輪齿数是 100 以内 5 的倍数，那么 31 和 43 都不是挂輪齿数，如果各乘上5将得到 $i=\frac{31\times5}{43\times5}=\frac{155}{215}$，都超过 100，沒有这么大齿数的挂輪，无法工作。这时就要設法用其他

分数来代替$\frac{31}{43}$。例如用$\frac{13}{18}$代替$\frac{31}{43}$，这个代替分数$\frac{13}{18}$就叫做近似分数。因为$\frac{31}{43}=0.721$，而$\frac{13}{18}=0.722$，相差0.001。而$\frac{13}{18}=\frac{13\times5}{18\times5}=\frac{65}{90}$，則65和90符合机床挂輪齿数。

（2）i是小数。例如，$i=0.3927$，如果化成分数$i=\frac{3927}{10000}$，不可能有这么大的挂輪齿数，这时也要想办法找个簡单的分数代替它。例如我們找到了$\frac{11}{28}$代替$\frac{3927}{10000}$，而$\frac{11}{28}=0.3928$仅相差0.0001。至于为什么会出現小数呢？一般有这么两个原因：1）公式中多含有小数値定数，三角函数及圓周率π等，計算結果自然会保留有小数。在齿輪加工方面这种情况比較普遍。2）車制特殊螺距的螺紋。例如蝸杆，它的螺距不是整数；又如英制車床車公制螺紋及模数蝸杆，公制車床車英制螺紋及徑节蝸杆都含有25.4及π，計算結果都必然是小数比値。此外，有时因为机床絲杆不准确或磨损后車出工件螺距不准确需要修正計算，这时絲杆实际螺距应該用小数値表示；或者考虑到工件热处理后螺距变化，通过实际試驗确定热处理前的工件螺距应該是多位的小数値，所以挂輪比値也会出現小数値。

因此，各种机床挂輪計算方面存在着一个共同的問題，就是如何計算近似分数。也就是說，如何把复杂的小数化成簡单的分数。如果我們沒有学会这种計算方法，当运用那些专用公式求出的比値是小数或大质数的分数値时，也无法求出挂輪齿数，在生产上不能解决問題。所以我們将在这本［活叶］里着重談談把小数（或分数）化成近似分数的各种方法。最后再談一下如何把分数化成挂輪齿数。

当然近似挂輪有它的使用范圍，如車床車各种螺紋和銑床銑螺旋綫或斜齿圓柱齿輪的挂輪計算、滚齿机差动輪系計算和各种

齿輪加工机床的各种进給（軸向、徑向和圓周等）都可以使用近似挂輪計算。而且除車床車螺紋外都必須采用近似計算。但也有些挂輪不能使用近似計算，如分度头差动分度、各种齿輪加工机床的分度挂輪。不过这些挂輪也不需要近似計算，因为分度头差动分度的挂輪計算一般不会也可以做到不会出現小数比值，而各种齿輪加工机床的备有挂輪較多，一般质数齿数都具备。

二 有关的算术基础

1 比、比值、小数、分数和除法的关系

一对齿輪的主动輪齿数 $z_1=20$，从动輪齿数 $z_2=50$，我們說它的齿数比是 20:50。20 和 50 当中的符号〔:〕是〔比〕的符号。符号前面的 20 叫前項，后面的 50 叫后項。〔前項÷后項〕得到的商，我們叫它做比值，即20:50＝20÷50＝0.4。如果前項小于后項，比值将是純小数(小于 1 的小数)；反之，如果前項大于后項，比值将是整数或带小数（大于 1 的小数)。例如 40:20＝40÷20＝2（整数)；50:20＝2.5（带小数)。

比还可以用分数来表示，即$20:50=\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$。这里我們可以看出前項即分子，后項即分母。如果前項小于后項，比值将是真分数(即分子小于分母)；反之，如果前項大于后項，比值将是整数或假分数(分子大于分母)。

綜上所述，我們得出这样的关系：

比＝前項：后項＝前項÷后項＝$\frac{\text{前項}}{\text{后項}}$。

前項＝被除数＝分子；

后項＝除数＝分母。

2 速比（傳动比）

30504

在傳动計算和挂輪計算中速比（傳动比）习慣上定义为:

$$速比\ i=\frac{n_{从}}{n_{主}}=\frac{z_{主}}{z_{从}}㊀。$$

式中 $n_{从}$——从动輪每分钟轉数;

$n_{主}$——主动輪每分钟轉数;

$z_{从}$——从动輪齿数;

$z_{主}$——主动輪齿数。

一般书籍对于各种机床专門的挂輪公式都是这种形式，但在挂輪近似計算中，有时为了計算上的需要（指以后将談到的查表法和查表計算法），取 $i<1$，即 i 的小数值是純小数或是眞分数。如果按挂輪公式計算得到的比値 $i>1$，在計算近似挂輪之前，先求它的倒数 $i'=\frac{1}{i}$，就会小于 1。如 $i=1.0566>1$，则取 $i'=\frac{1}{i}=\frac{1}{1.0566}=0.9461<1$。根据 i' 求出近似分数 $\frac{a'}{b'}$，则 i 的近似分数是 $i=\frac{1}{i'}=\frac{b'}{a'}$。

3 因数、质数和大质数

一个整数化成另外几个数的相乘积，这几个数就叫做**該整数的因数**。例如，6＝3×2，则 3 和 2 都是 6 的因数。6 可以分解出 3 和 2 的因数，而 3 和 2 就不能再分解为另外两个数的相乘积，或者說只能分解为 1 和［本身］的相乘积，这种数（3 和 2）叫做**质因数**，或簡称**质数**。在挂輪計算中遇到的最大质因数是127，因为超过 127 的质数齿数挂輪是沒有的。在 127 以內的质因数共32个，即:

㊀ 在机械零件設計計算中，速比 i 的定义与此相反，即 $i=\frac{n_{主}}{n_{从}}=\frac{z_{从}}{z_{主}}$。为了研究上的方便起見，有的书定义为 $i=\frac{z_{大}}{z_{小}}>1$。对于蝸杆蝸輪傳动却是普遍定义为 $i=\frac{z_{輪}}{z_{杆}}>1$。

1，2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，53，59，61，67，71，73，79，83，89，97，101，103，107，109，113，127。

遇到这些数是无法分解的，我們就不必去分解它。

各种机床的挂輪組齿数不同，如果质因数不是挂輪齿数或乘上某个数后也不可能得到挂輪齿数的話，这个质数就叫它做**大质数**。大质数不是絕对的，如車床挂輪齿数是 5 的倍数，那么质数 37 对于車床挂輪来讲是大质数，因为 37 不是挂輪齿数，如果乘上 5 将是$37 \times 5 = 185$，車床沒有这么大的挂輪，而 37 对于滚齿机来讲就不是大质数，因为滚齿机挂輪有 37 齿的。我們在以后求近似分数中就要避免出現大质数，含有大质数的近似分数是不适用的。

4　分数的特性

挂輪速比 i 用分数来表示它，如 $i=\frac{a}{b}$。分数的分子和分母各乘上或除以同一个数，則速比 i 的值不变。如：

$$i=\frac{a}{b}=\frac{2}{3}=\frac{2\times 10}{3\times 10}=\frac{20}{30}；$$又如：

$$i=\frac{a}{b}=\frac{15}{25}=\frac{15\div 5}{25\div 5}=\frac{3}{5}。$$

在挂輪計算中我們就是要应用分数的这个特性，这个特性要牢牢記住。但必須指出，要注意两个条件：（1）如果分子乘，分母也应該乘；如果分子除，分母也应該除。（2）要乘或除相同的数。以上讲分子和分母可以各乘或各除同一个数，那么是否可以各加或各减同一个数呢？不可以的。我們举个例子来讲吧：

$i=\frac{1}{2}=0.5$，如果上下各加 1 就变成：

$i'=\frac{1+1}{2+1}=\frac{2}{3}=0.667$，相差很多，显然 $i'\neq i$。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

又如：$i=\frac{3}{4}=0.75$，如果上下各减掉2，则得：

$i'=\frac{3-2}{4-2}=\frac{1}{2}=0.5$，同样$i'\neq i$。因此这种做法是不对的。

但是如果分数的分子和分母数字很大，如$i=\frac{2500}{5000}=0.5$，我們各加上一个很小的数，如［1］，则得：

$i'=\frac{2501}{5001}=0.500099$。可以看出$i$和$i'$相差很微小，可以认为$i=i'$。

在挂輪的近似計算中我們将应用这个性质。当分子、分母数值很大时，我們把它們各加或各减一个很小的数，其比值i几乎不变。即$i=\frac{a\,(\text{很大})}{b\,(\text{很大})}\approx\frac{a\pm n}{b\pm n}$（$n=1$，2，3……）。

如果分子、分母数字愈大，加或减的数愈小，則誤差愈小。因此，我們尽量在分子和分母数字很大时加或减接近1的整数，那么誤差就比較小。一般来說，上下$\pm n$应該等值而且同号，这样誤差較小，但有时为了分子、分母能够簡約，也可以使上下的n不相等或不同号，不过誤差稍大些，例如$i=\frac{913}{1188}=\frac{913-3}{1188+2}=\frac{910}{1190}=\frac{91}{119}=\frac{13}{17}$。

5 分数积的特性

（1）一个分数的分子和分母只要有一个不是质数，就可以分解为两个分数的乘积。

如$\frac{15}{38}=\frac{3\times5}{2\times19}=\frac{3}{2}\times\frac{5}{19}$；

又如$\frac{5}{16}=\frac{5\times1}{8\times2}=\frac{5}{8}\times\frac{1}{2}$；$\frac{1}{6}=\frac{1}{3\times2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$等是。

（2）几个分数的乘积，其分母同分母可以对换，分子与分子也可以对换，其結果不变。

如 $i=\frac{3}{2}\times\frac{5}{19}=\frac{3}{19}\times\frac{5}{2}$；又如 $i=\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}\times\frac{3}{8}\times\frac{7}{2}$ 等是。

以上这两个特性在挂輪計算中都要用到。

三　怎样求算近似分数

1　单純計算法

单純計算法可以不查任何表格，在現場不备手冊、书本的情况下能解决問題。常用的单純計算法有三种：

（1）直接化成法

如果小数是 n 位，则可以化成以 10^n 为分母的分数形式。假使分子末位是5或是偶数的話，就可以先約簡以后再观察。如：

$i=0.935=\frac{935}{1000}=\frac{187}{200}=\frac{17\times11}{20\times10}=\frac{85}{100}\times\frac{55}{50}$，这就成了精确計算，毫无誤差。当然这种情况比較少，不过我們还是应該这样先試一下，如果能化成精确分数的就不必去計算近似分数。有时虽然不能約簡，但可以把分子 $\pm n$（n 越小越好），使它凑成和分母可簡約的数。这种計算方法比較簡便，不过誤差稍微大些，如果 n 占原分子的比例越小，那末誤差越小。現举例說明如下：

〔例1〕　$i=0.8503$，求它的近似分数。

解　$i=\frac{8503}{10000}=\frac{8503-3}{10000}=\frac{8500}{10000}=\frac{85}{100}=0.85$。

誤差 $\Delta=0.8503-0.85=0.0003$。

〔例2〕　$i=1.6149$，求它的近似分数。

解　$i=\frac{16149}{10000}=\frac{16149+1}{10000}=\frac{16150}{10000}=\frac{323}{200}=\frac{19\times17}{20\times10}=\frac{95}{100}\times\frac{85}{50}$。

〔例3〕　$i=0.6314$，求它的近似分数。

解 $i=\frac{6314}{10000}=\frac{3157}{5000}=\frac{3157-7}{5000}=\frac{315}{500}=\frac{63}{100}=0.63=\frac{7\times 9}{10\times 10}$

$=\frac{70}{100}\times\frac{45}{50}=\frac{70}{50}\times\frac{45}{100}$。

誤差$\Delta=0.6314-0.63=0.0014$。

这种直接化成法不是所有小数都能应用，要看分子尾数情况而定。有些尾数很小，就把它略掉不計(如例 1 和例 3)；有些尾数很大，可以凑成 10 而进一位，这时就可与分母相約（如例 2）。因此，采用加还是减，加或减多少都是根据尾数情况而定。这样进行的結果所得到的分数如果沒有大质数，那就达到目的。不然就需要更改加减的数值及符号再試。有的題目可以試成功，但有的就試不成功。

（2）繁分数法

这个方法的原理是应用两个数（分子和分母）輾轉相除得到繁分数形式，再把繁分数簡化为簡分数。由于繁分数所取的层数多少不同，就可以得到一系列的近似分数。层数取得愈多，其誤差愈小，但分子、分母数值也愈大，往往就会出現大质数。現举例說明如下:

〔例 4〕 $i=\frac{1}{1.8639}$，試求它的近似分数。

解 $i=\frac{1}{1.8639}=\cfrac{1}{1+\cfrac{8639}{10000}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{10000}{8639}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1361}{8639}}}$

$=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{8639}{1361}}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{473}{1361}}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{\cfrac{1361}{473}}}}}$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2+\cfrac{415}{473}}}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cfrac{473}{415}}}}}}$$

$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{58}{415}}}}}}=\cdots\cdots$$

还可以继續做下去，每一个等式里都有尾数，如$\frac{58}{415}$，$\frac{415}{473}$，$\frac{473}{1361}$……如果我們略去这些尾数，則这个繁分数式可以化成一个比較简单的分数，就是我們所求的近似分数，去掉不同的尾数就可以得到不同的近似分数，去掉层数愈多的尾数$\left(如\frac{58}{415}\right)$比起层数愈少的尾数$\left(如\frac{415}{473}\right)$所得到的近似分数愈精确。現在如果我們去掉$\frac{58}{415}$，就得到：

$$i=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1}}}}}。$$这时我們再把它化成简分数：

$$i=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{3}}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{19}{3}}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{3}{19}}}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{22}{19}}}$$

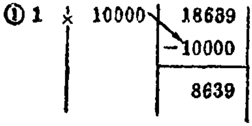
$$=\cfrac{1}{1+\cfrac{19}{22}}=\cfrac{1}{\cfrac{41}{22}}=\frac{22}{41}。$$

这$\frac{22}{41}$就是近似分数。但 41 对于一般机床挂輪来說是大质数，所以要另外再求别的近似分数。如果我們去掉$\frac{415}{473}$，用以上同样方法把繁分数化成簡分数，就得到：

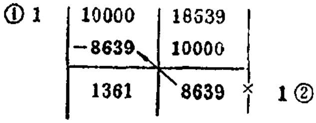
$$i=\frac{15}{28}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{30}{40}\times\frac{50}{70}。$$

以上这种求法我們覺得很麻煩，要把原分数（或小数）化成繁分数，以后要得到一个近似分数，还要把繁分数去掉一个尾数再逐步化成簡分数。不能一下把所有近似分数都求出来，以便选擇。为此，我們总結出来一套計算方法；不必列出繁分数形式，先用輾轉相除法求出商数，以后代入一个表格里就把所有近似分数一下子求出来。現在仍然用例 4 这个題目，說明它的計算方法如下：

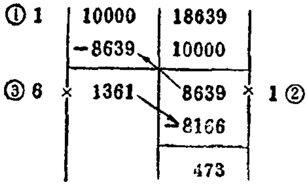
$i=\frac{1}{1.8639}$。因为要輾轉相除，需要分子和分母进行相除，所以上式 i 不必化成小数形式。同时为了計算上方便，应先去掉其中的小数点，即上下各乘上 10000 得：$i=\frac{10000}{18639}$。現在开始輾轉相除。就是把分子和分母两个数当中比較大的（18639）当被除数，較小的（10000）当除数，相除得第一个商数「1」，注以①1（見格式A）。「商数」1 乘「除数」10000 写在「被除数」18639 下面，相减得余数 8639。以后以余数 8639 当除数，原来的除数 10000 当被除数，相除得第 2 个商数「1」，注以② 1（見格式B）。相减得余数 1361。以后每次总是以格式最下面两个数相除。如格式B中最下面两数$8639\div1361=6$（見格式C）。再以格式C中最下面的两数相除，即$1361\div473=2$（見格式D）。同样再以格式D最下面两数相除得：



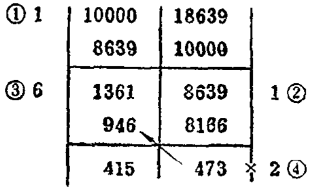
(A)



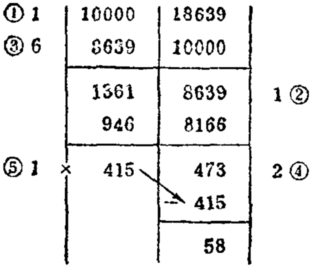
(B)



(C)



(D)



(E)

473÷415＝1（見格式E）。同法还可以继續下去。从以上計算我們得出商数依次是1，1，6，2，1……（商数順序不要搞錯）。

下一步就是求近似分数。先列出如下的一种固定不变的空格子，写上固定不变的1，0和0，1四个数字：

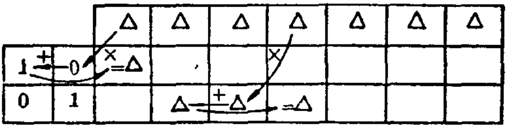
1	0											
0	1											

再把商数按顺序塡在第一行（横列）上即得：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

		1	1	6	2	1					
1	0										
0	1										

以后求算空格中第二、三行中的数字。方法是这样的，依次把商数乘第二行前一格数字加再前一格数字，得数写在这商数正下方格子內。每个商数依次这样进行就可以塡满第 2 行中的空格子。求第 3 行空格中的数字也是这样，如下面示意图所示：



对于这个例题就是：

		1	1	6	2	1
1	0	1	1	7	15	22
0	1	1	2	13	28	41

第 2 行和第 3 行中的上下两数即近似分数的分子和分母，所得近似分数为：$\frac{1}{2}$，$\frac{7}{13}$，$\frac{15}{28}$，$\frac{22}{41}$。这些近似分数越后面越精确，因为题給 $i=\frac{1}{1.8639}<1$，所以近似分数是眞分数，如果題給 $i>1$，那么近似分数应該是假分数，那么上述分数就应該倒一倒。

如果机床挂輪齿数是 100 以内 5 的倍数，则 $\frac{22}{41}$ 中的 41 是大质数，所以不取 $\frac{22}{41}$，而取近似分数 $\frac{15}{28}$。

则 $i'=\frac{15}{28}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{30}{40}\times\frac{50}{70}$。可以用 30、40、50 和

70 齿四个挂輪。現在来看看誤差多大:

$$i=\frac{1}{1.8639}=0.5365,\quad i'=\frac{15}{28}=0.5357,$$

誤差 $\Delta=i-i'=0.5365-0.5357=0.0008$。

〔例 5〕 $i=0.3927$，求它的近似分数。

解 （1）先化成分数形式再輾轉相除，即 $i=\frac{3927}{10000}$。輾轉相除如下:

①2	3927	10000	
	−2146	−7854	
③1	1781	2146	1②
	−1460	−1781	
⑤1	321	365	4④
	−308	−321	
⑦3	13	44	7⑥
	−10	−39	
	3	5	2⑧

得到的商数依次是: 2、1、1、4、1、7、3 和 2。

（2）列表求近似分数，把商填入表格計算如下:

		2	1	1	4	1	7	3	2
1	0	1	1	2	9	11	86	269	624
0	1	2	3	5	23	28	219	685	1589

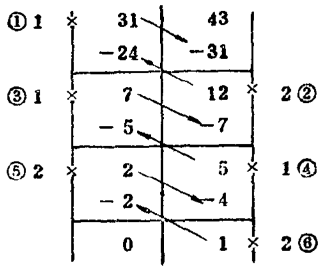
就得一系列近似分数: $\frac{1}{3}$、$\frac{2}{5}$、$\frac{9}{23}$、$\frac{11}{28}$、$\frac{86}{219}$、$\frac{269}{685}$ 和 $\frac{624}{1589}$。

如果取 $i'=\frac{11}{28}=\frac{11}{7}\times\frac{1}{4}=\frac{55}{35}\times\frac{25}{100}=0.3928$。

誤差 $\Delta=i'-i=0.3928-0.3927=0.0001$。

〔例 6〕 $i=\frac{31}{43}$。因为机床挂輪齿数是 5 的倍数，31 和 43 对此机床来說都是大质数，所以要求近似分数代替$\frac{31}{43}$，試求算之。

解 （1）輾轉相除：



得商数依次是：1、2、1、1、2 和 2。

（2）列表求算近似分数：

		1	2	1	1	2	2
1	0	1	2	3	5	13	31
0	1	1	3	4	7	18	43

得到近似分数是：$\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{5}{7}$、$\frac{13}{18}$和$\frac{31}{43}$（$\frac{31}{43}$是原分数）。如果取 $i'=\frac{13}{18}=\frac{65}{90}=0.722$，而 $i=\frac{31}{43}=0.721$。

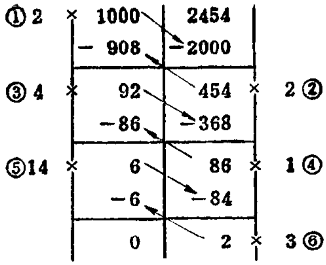
那末誤差 $\Delta=i'-i=0.722-0.721=0.001$。

〔例 7〕 $i=2.454$，求它的近似分数。

解 （1）先化成分数形式再輾轉相除。

即 $i=\frac{2454}{1000}$。輾轉相除如下：

依次得商数：2、2、4、1、14 和 3。



（2）列表求近似分数:

		2	2	4	1	14	3
1	0	1	2	9	11	163	500
0	1	2	5	22	27	400	1227

得一系列近似分数: $\frac{2}{5}$、$\frac{9}{22}$、$\frac{11}{27}$、$\frac{163}{400}$和$\frac{500}{1227}$。

因为題給 $i=2.454>1$，所以上述分数应該倒一倒，即:

$\frac{5}{2}$、$\frac{22}{9}$、$\frac{27}{11}$、$\frac{400}{163}$和$\frac{1227}{500}$ （$\frac{1227}{500}=2.454$ 即原分数)。

若取 $i'=\frac{27}{11}=2.4545$。

誤差 $\Delta=2.4545-2.454=0.0005$。

（3）分数直接校正法:

当已知 i 不是小数而是分数时，因为$\frac{a}{b}$的分子和分母含有大质数，求近似分数。有时可用分数直接校正法求出近似分数。現在介紹如下:

（一）第一法

近似分数 $\frac{a'}{b'}=\frac{a}{b}\times\frac{A}{B}$。

式中 $\frac{a}{b}$ —— 原分数;

$\frac{A}{B}$ —— 校正分数。它是等于 1 的分数，有以下四种形式:

$\frac{A}{B}=\frac{a\pm1}{a\pm1}$; $\frac{A}{B}=\frac{b\pm1}{b\pm1}$; $\frac{A}{B}=\frac{Ka\pm1}{Ka\pm1}$; $\frac{A}{B}=\frac{Kb\pm1}{Kb\pm1}$。（$K$ 是任意整数 1, 2, 3……）。

选擇校正分数后具体演算步驟如下表所示:

步驟 / 形式	(1)近似分数＝原分数×校正分数	(2)对調位置使上下相差 1 的两数放在上下相对位置〔 〕	在〔 〕内的分数上下可各±n（n 为任意整数，但 $n=1$ 較好）使上下能分解因数或能簡約
Ⅰ	$\frac{a'}{b'}=\frac{a}{b}\times\frac{a\pm1}{a\pm1}$	$=\frac{a\pm1}{b}\left[\frac{a}{a\pm1}\right]$	$=\frac{a\pm1}{b}\left[\frac{a\pm n}{(a\pm1)\pm n}\right]$
Ⅱ	$\frac{a'}{b'}=\frac{a}{b}\times\frac{b\pm1}{b\pm1}$	$=\frac{a}{b\pm1}\left[\frac{b\pm1}{b}\right]$	$=\frac{a}{b\pm1}\left[\frac{(b\pm1)\pm n}{b\pm n}\right]$
Ⅲ	$\frac{a'}{b'}=\frac{Ka}{Kb}\times\frac{Ka\pm1}{Ka\pm1}$	$=\frac{Ka\pm1}{Kb}\left[\frac{Ka}{Ka\pm1}\right]$	$=\frac{Ka\pm1}{Kb}\left[\frac{Ka\pm n}{(Ka\pm1)\pm n}\right]$
Ⅳ	$\frac{a'}{b'}=\frac{Ka}{Kb}\times\frac{Kb\pm1}{Kb\pm1}$	$=\frac{Ka}{Kb\pm1}\left[\frac{Kb\pm1}{Kb}\right]$	$=\frac{Ka}{Kb\pm1}\left[\frac{(Kb\pm1)\pm n}{Kb\pm n}\right]$

注意上表中的±1的符号上下应相同。分子＋1，分母也应該＋1，反之亦然。同时±n 的符号上下也应該相同，分子＋n，分母也应該＋n，反之亦然。但±1与±n 的符号可以不同。例如，校正分数是＋1，但后面的演算过程可以上下各＋n 或各－n。

〔例 8〕 $i=\frac{100}{127}$，因为沒有 127 齿的挂輪，試求其近似挂輪。

解 用直接校正法，若取形式Ⅱ

校正分数 $\frac{A}{B}=\frac{b\pm1}{b\pm1}=\frac{127+1}{127+1}=\frac{128}{128}$

近似分数 $\frac{a'}{b'}=\frac{a}{b}\times\frac{b+1}{b+1}=\frac{100}{127}\times\frac{128}{128}=\frac{100}{128}\times\left[\frac{128}{127}\right]=\frac{100}{128}\times$

$$\frac{128-2}{127-2}=\frac{100}{128}\times\frac{126}{125}=\frac{63}{80}=\frac{7\times9}{8\times10}=\frac{70}{80}\times\frac{90}{100}=0.7875。$$

而原分数 $i=\frac{100}{127}=0.7874$，誤差 $\Delta=0.7875-0.7874=0.0001$。

〔例 9〕 $i=\frac{175}{127}$，因为沒有 127 齿挂輪，試求其近似分数。

解 用直接校正法。若取形式Ⅳ，則：

校正分数 $\frac{A}{B}=\frac{Kb\pm1}{Kb\pm1}=\frac{3\times127-1}{3\times127-1}=\frac{380}{380}$

近似分数 $\frac{a'}{b'}=\frac{a}{b}\times\frac{A}{B}=\frac{3\times175}{3\times127}\times\frac{380}{380}=\frac{3\times175}{381}\times\frac{380}{380}$

$$=\frac{3\times175}{380}\left[\frac{380}{381}\right]=\frac{3\times175}{380}\left[\frac{380+4}{381+4}\right]=\frac{3\times175}{380}\times\frac{384}{385}=\frac{3}{19}\times\frac{96}{11}=\frac{16}{19}\times\frac{18}{11}=\frac{80}{95}\times\frac{90}{55}$$

$$=1.37799。$$

原分数 $i=\frac{175}{127}=1.37795$，誤差 $\Delta=1.37799-1.37795=0.00004$。

这种直接校正法不是所有分数形式的比值都可以适用，要看分子和分母的情况而定。一般要經过試探，試不成功再改变形式或改变 $\pm n$ 的数值或符号。它不如繁分数法那样有絕对把握。至于校正分数如何选擇的問題，一般是找分子和分母中哪一个是大质数的用来做校正分数，如上面两例題中用127，使 127±1 后能变成可約数(合数)。至于为什么要乘 K 倍，那是为了扩大倍数后再 $\pm n$ 使誤差减小的緣故。K 的数値和 $\pm n$ 的数値和符号都是看数字的情况决定，目的是使它們能变成相互間的可約数。具体技巧要在练习中去积累。

（2）第二法

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com