

# 非线性电路理论

[美] 蔡少棠 著

肖 达 川 译

人 民 教 育 出 版 社

这本书是作者在“电路理论与设计 1978 年欧洲会议”上的讲义(已收入会议文集)。本书概括地介绍了非线性电路理论的某些近期发展,包括:代数  $n$  端口的各种表示,结构方面的性质,电路理论方面的性质;动态  $n$  端口状态方程的列写,自治网络及非自治网络的定性理论,如稳定性问题;电阻性  $n$  端口的综合等内容。附在后面的“动态非线性网络,发展现状”,是作者 1980 年发表的一篇论文,涉及的问题与上文基本相同,但着重点不一样。

此书可作为高等工科院校有关教师、高年级学生、研究生及工程技术人员的参考读物。

## NONLINEAR CIRCUIT THEORY

by

L · O · Chua

### 非线性电路理论

[美] 蔡少棠 著

肖 达 川 译

责任编辑 陶思雨

\*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 6.875 字数 160,000

1981 年 6 月第 1 版 1982 年 8 月第 1 次印刷

印数 00,001—9,500

书号 15012·0336 定价 0.92 元

# 序

近二十余年来,发明了许多高度非线性器件<sup>[1-4]</sup>,它们在近代电子系统设计里的作用越来越重要。这些系统的性能可能极其复杂,因此分析这些奇特性能的任何电路理论必须是非线性电路理论。特别是从非线性器件模型的某些近期研究<sup>[5-8]</sup>看出,极其需要发展非线性电路的基础(理论)。这个短课程的目的,是对这个领域里的某些近期发展提供统一的说明。由于讲课时间和篇幅的限制,只能在一定深度上涉及这个宽广领域的某些方面,即使如此,本讲义也只能提出主要结果,只能对其中的部分结果作出证明,虽然读者可以容易地证明有些没有证明的定理,但证明其它定理则要求较长篇幅和高度技巧(包括使用复杂的数学工具)。书末列有参考文献,在其中可以找到证明或作出证明的基本技巧。某些参考文献,是由于它们能给人以清晰的说明才选用的,并不一定意味着它们是最先发表的文章。本讲义介绍集总非线性网络的电路理论方面及定性方面,因为目前在这领域里尚无统一的说明。没有涉及的重要方面有:“非线性直流网络的解的存在性及唯一性”,“非线性网络的计算方法”。对前一方面有兴趣的读者,可参阅参考文献[9]中收集的有关文献和一篇内容丰富的关于分段线性网络的论文[10]。对后一问题有兴趣的读者,请参阅文献[11]。

本讲义共分五大节。每节分若干小节。每节的方程、定理及小节标题等的序号,皆按节独立编排。

## 几个数学符号及用语<sup>注</sup>

$\mathbf{R}$ 或 $\mathbf{R}^1$	实数轴	
$\mathbf{R}^n$	$n$ 维实数空间	
$\in$	属于	
$\subset$	包含于	
$\cup$	并	
$\triangleq$	定义为	
$\forall$	对所有	
$\langle x, y \rangle$	$x, y$ 的数量积。当 $x, y$ 是列向量时, $\langle x, y \rangle = x^T y = y^T x$ 。	
sup	上确界, 最小上界	
inf	下确界, 最大下界	
$f: X \subset \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$	函数 $f$ , 它将包含于 $\mathbf{R}^n$ 中的 $X$ 映到 $\mathbf{R}^m$ 中。 $X$ 即函数的定义域。又: $f(\cdot)$ 代表函数, $f(x)$ 代表函数在 $x$ 处的值。	
o	复合运算符号。设 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ , 则复合运算 $g \circ f: X \rightarrow Z$ 。	
映到 $Y$ 上	表示值域是整个 $Y$ , 即映射是满射。	
映到 $Y$ 内	表示值域是 $Y$ 的一部分。	
$C^k$	}	
同胚		见24页注
微分同胚		

---

注 此符号表原书无。

# 目 录

第一节 非线性 $n$ 端口的分类和表示	1
1 代数 $n$ 端口和动态 $n$ 端口	1
A. 四种基本电路元件	5
B. 代数 $n$ 端口	9
C. 动态 $n$ 端口	16
2 代数 $n$ 端口的数学表示	19
A. 广义坐标表示	20
B. 混合表示	23
第二节 代数 $n$ 端口的结构方面的性质及电路	
理论方面的性质	27
1 结构方面的性质	27
2 电路理论方面的性质	35
A. 互易性和反互易性	35
B. 非能性	39
C. 无损性	42
D. 无源性及有源性	46
E. 局部无源性及局部有源性	50
F. 局部非能性及局部无损性	52
G. 松弛代数 $n$ 端口	53
3 相对于多端元件的参考端及表示的不变性质	56
第三节 非线性电阻性 $n$ 端口的综合	58
1 电阻性 $n$ 端口分解成互易 $n$ 端口及线性 $n$ 端口	59
2 电阻性 $n$ 端口分解成局部无源 $n$ 端口及线性 $n$ 端口	64
3 最终要解决的综合问题	66

<b>第四节 动态非线性网络的定性性质</b> .....	68
1 状态方程的列写.....	69
A. 完备网络的状态方程.....	74
B. 经由拉格朗日函数和哈密顿函数列写状态方程.....	80
2 自治网络的定性性质.....	86
A. 平衡点的局部渐近稳定性.....	87
B. 平衡点的全局渐近稳定性.....	89
C. 暂态按指数衰减到全局渐近稳定平衡点.....	93
D. 完全稳定性.....	94
3 非自治网络的定性性质.....	98
A. 有界性和最终一致有界性.....	99
B. 不存在有限逸散时间解.....	101
C. 小输入引起小输出性质.....	104
D. 唯一稳态性质.....	106
<b>第五节 分析非线性网络的近代方法</b> .....	116
<b>参考文献</b> .....	117
<b>汉英名词对照</b> .....	126
<b>附 动态非线性网络: 发展现状<sup>注</sup></b> .....	130
摘要.....	130
I 引言.....	131
II 作提出问题用的例题.....	133
III 全局状态方程的列写和局部可解性.....	155
IV 定性性质 1: 没有有限向前逸散时间解.....	173
V 定性性质 2: 平衡点的局部渐近稳定性 和工作点的可观测性.....	181
VI 定性性质 3: 解的最终一致有界性.....	189

---

注 原文载 *IEEE Trans. Circuit and Systems*, vol. CAS-27, pp. 1059-1087, Nov. 1980.

VII 定性性质 4: 自治网络的完全稳定性和全局渐近稳定性.....	192
VIII 定性性质 5: 直流稳态解和周期稳态解的存在性.....	196
IX 定性性质 6: 唯一稳态响应和谱守恒.....	199
X 结束语.....	204
附录 A.....	205
定理 2 的证明.....	205
参考文献.....	207

# 第一节 非线性 $n$ 端口的分类和表示

## 1 代数 $n$ 端口和动态 $n$ 端口

令  $N$  代表  $(n+1)$  端元件(图 1(a))或  $n$  端口(图 1(b))。与  $N$  的每个端钮  $j$  或每个端口  $j$  相联系的四个基本网络变量, 是电压  $v_j(t)$ , 电流  $i_j(t)$ , 磁链  $\phi_j(t)$  和电荷  $q_j(t)$ , 其中

$$\phi_j(t) \triangleq \phi_j(t_0) + \int_{t_0}^t v_j(\tau) d\tau, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$q_j(t) \triangleq q_j(t_0) + \int_{t_0}^t i_j(\tau) d\tau, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

注意, 任何有限时刻  $t > -\infty$  的  $v_j(t)$  和  $i_j(t)$ , 可以唯一地测量出, 例如用伏特计和安培计测量得出, 而  $\phi_j(t)$  和  $q_j(t)$  的测量值和实际值之间都分别要差一积分常数

$$\phi_j(t_0) \triangleq \int_{-\infty}^{t_0} v_j(\tau) d\tau \quad \text{及} \quad q_j(t_0) \triangleq \int_{-\infty}^{t_0} i_j(\tau) d\tau$$

这两个积分常数必须预先予以假定, 因为  $t = -\infty$  时的  $v_j(t)$  和

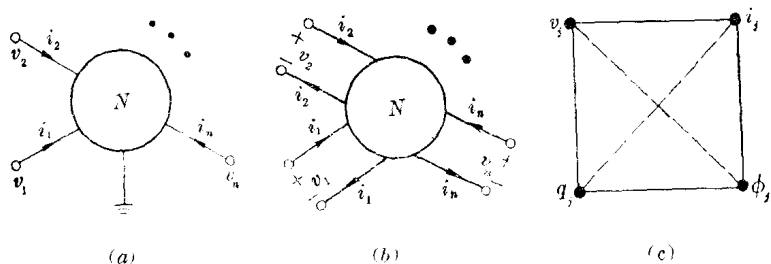


图 1 (a)  $(n+1)$  端元件, (b)  $n$  端口, (c) 四个基本网络变量的完备图



$i_j(t)$ 是不能测量的。 $t = -\infty$  时的值也不能外推求得，因为非线性  $n$  端口可能有多个平衡状态(见第二节 § 2G)。

$v_j, \phi_j$  (或  $i_j, q_j$ ) 这两个变量称作动态相关的，这意思是说在任何  $N$  里，这一对变量总是由式(1)(或式(2))联系在一起。因此，在这四个基本网络变量的六种成对组合里，只有  $(v_j, i_j), (i_j, \phi_j), (v_j, q_j)$  和  $(\phi_j, q_j)$  这四种组合的变量之间，才没有预先规定的不依赖于  $N$  的关系。这六种成对组合用图 1(c) 中完备图的边表示，图中由实线边联接的一对变量是动态无关的。更一般地说，一对  $n \times 1$  向量  $(\xi, \eta)$  称作动态无关端钮向量偶或端口向量偶，是指每个分量

$$\boxed{(\xi_j, \eta_j) \in \{(v_j, i_j), (i_j, \phi_j), (v_j, q_j), (\phi_j, q_j)\}} \quad (3)$$

为了简化书写记号，不区分每个偶里变量的“次序”，因此， $(\xi_j, \eta_j)$  例如既可以定义成是  $(v_j, i_j)$ ，又可以是  $(i_j, v_j)$ 。当然，一旦采用了某种次序，以后应维持不变，以期前后一致。因为事实上  $(n+1)$  端元件的每个定义、每一性质皆适用于  $n$  端口；反之亦然。所以本讲义只叙述有关  $n$  端口的定义、结论，以避免不必要的重复，否则将另作说明。

在整个时间区间  $[t_0, \infty)$  里，测量出  $n$  端口  $N$  的一对动态无关端口向量波形  $(\xi(t), \eta(t))$ ，称之为  $N$  的容许信号偶。相对于同一起始时间  $t_0$  测量出的、 $N$  的所有容许信号偶  $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$  的全体，叫做  $N$  的成分关系，其中的  $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$  是任一动态无关端口向量偶。

### 定义 1 线性 $n$ 端口和非线性 $n$ 端口

$n$  端口  $N$  称作线性的，是指对于每两个容许信号偶  $(\xi'(\cdot), \eta'(\cdot))$  和  $(\xi''(\cdot), \eta''(\cdot))$  及任何两个数量  $\alpha$  和  $\beta$ ， $(\hat{\xi}(\cdot), \hat{\eta}(\cdot)) \triangleq (\alpha\xi'(\cdot) + \beta\xi''(\cdot), \alpha\eta'(\cdot) + \beta\eta''(\cdot))$  也是容许信号偶。否则称  $N$

为非线性的。

**定义 2 时不变  $n$  端口和时变  $n$  端口**

$n$  端口  $N$  称作时不变的, 是指对任一容许信号偶  $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$  及任一时间  $T \in [t_0, \infty)$ , 由  $(\hat{\xi}(t), \hat{\eta}(t)) \triangleq (\xi(t-T), \eta(t-T))$  定义的平移偶  $(\hat{\xi}(\cdot), \hat{\eta}(\cdot))$  也是容许信号偶。否则称  $N$  为时变的。

**定义 3 代数  $n$  端口和动态  $n$  端口**

由动态无关端口向量偶  $(\xi, \eta)$  的成分关系来表征的  $n$  端口  $N$ , 称作代数  $n$  端口, 是指对于任何两个容许信号偶  $(\xi'(\cdot), \eta'(\cdot))$  及  $(\xi''(\cdot), \eta''(\cdot))$ , 对任一  $T \in [t_0, \infty)$ , 由

$$\begin{aligned} (\hat{\xi}(t), \hat{\eta}(t)) &\triangleq (\xi'(t), \eta'(t)) & t \leq T \\ &\triangleq (\xi''(t), \eta''(t)) & t > T \end{aligned} \quad (4)$$

定义的毗连偶  $(\hat{\xi}(\cdot), \hat{\eta}(\cdot))$ , 也是容许信号偶。否则, 称  $N$  为动态端口。

用稍为非正规的说法来说: 称  $N$  为线性的、时不变的或代数的, 是指  $N$  分别对容许信号偶的叠加、平移或毗连是封闭的。 $n$  端口  $N$  称作由  $\xi$  及  $\eta$  之间的代数成分关系 表征或者由  $\xi$  及  $\eta$  之间的动态成分关系 表征, 取决于  $N$  是代数  $n$  端口还是动态  $n$  端口。大致说来,  $\xi$  和  $\eta$  之间的成分关系称作代数的, 是指在任何时刻  $t$ , 成分关系可以用只包含  $\xi(t)$  和  $\eta(t)$  的代数方程表示, 而不包含它们的导数和积分。下面的定理是这个性质的直接结果。

**定理 1 代数  $n$  端口的特性描述**

每个时不变代数  $n$  端口, 可以用  $\mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n$  中的点的子集表征, 即用关系

$$\mathcal{R} \subset \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \quad (5)$$

表征, 使得  $N$  的每个容许信号偶  $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$  满足下述包含性质:

$$(\xi(t), \eta(t)) \in \mathcal{R} \quad \forall t \in [t_0, \infty) \quad (6)$$

反之, 满足式(6)的任一对波形 $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$ , 是 $N$ 的容许信号偶。

证 定义式(5)中的 $\mathcal{R}$ 如下:

$$\mathcal{R} = \left\{ (\xi(t), \eta(t)): \begin{array}{l} \text{遍及 } N \text{ 的所有容许信号偶 } (\xi(\cdot), \eta(\cdot)) \\ \text{遍及所有 } t \in [t_0, \infty) \end{array} \right\} \quad (7)$$

则由于 $\mathcal{R}$ 的构造, 式(6)满足。反之, 如果 $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$ 满足式(6), 鉴于式(7), 则在每一时刻 $t = \hat{t} \in [t_0, \infty)$ , 存在容许信号偶 $(\hat{\xi}(\cdot), \hat{\eta}(\cdot))$ , 使得 $(\hat{\xi}(\hat{t}), \hat{\eta}(\hat{t})) = (\xi(\hat{t}), \eta(\hat{t}))$ 。由毗连性及时不变性的前提得知,  $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$ 也是容许信号偶。

### 推论 1

假定式(5)中的关系 $\mathcal{R}$ 用下面的“时间”参数关系代替:

$$\mathcal{R}_t \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \quad t \in [t_0, \infty) \quad (8)$$

则定理 1 对时变代数 $n$ 端口也成立。

### 推论 2

每个时不变代数 $n$ 端口, 就下述意义说是变率无关的: 如果 $(\xi(\cdot), \eta(\cdot))$ 是 $N$ 的容许信号偶, 则对于每个 $\alpha \in (-\infty, \infty)$ , 由

$$(\hat{\xi}(t), \hat{\eta}(t)) \triangleq (\xi(\alpha t), \eta(\alpha t)) \quad \forall t \in [t_0, \infty) \quad (9)$$

定义的偶 $(\hat{\xi}(\cdot), \hat{\eta}(\cdot))$ , 也是 $N$ 的容许信号偶。

注意, 定义 3 仅适用于 $n$ 端口的一个子类, 它的成份关系仅包含 $\xi$ 及 $\eta$ , 其中的 $(\xi_j, \eta_j)$ 由式(3)定义。人们可以将定义 3 的代数 $n$ 端口及动态端口的类加以扩大, 办法是使 $\xi_j(t)$ 及 $\eta_j(t)$ 分别代表 $v_j(t)$ 和 $i_j(t)$ 的 $m$ 次时间导数或积分。不过, 由定义 3 定义的 $n$ 端口类, 对于发展非线性 $n$ 端口的一般理论, 似乎已绰绰有余。

为了避免不必要的重复, 以后都假定所有 $n$ 端口为集总的和时不变的, 除非另作说明。

## A. 四种基本电路元件

令  $N$  为代数  $n$  端口, 而且  $(\xi, \eta)$  的所有分量属于同一类型, 则  $(\xi, \eta)$  只能是图 2 中用实线边画出的四种组合中的一种, 即

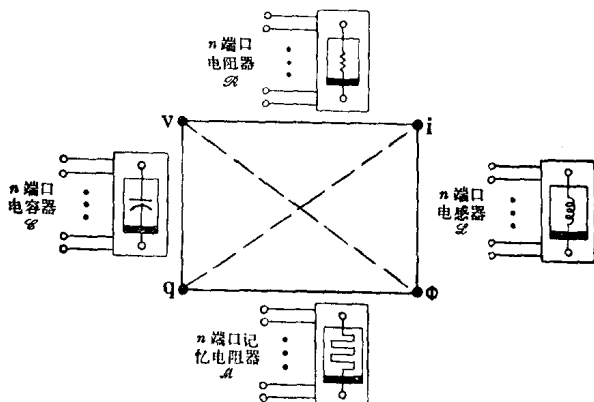


图 2 完备图中的每条实线边定义一个基本  $n$  端口电路元件

$$(\xi, \eta) \in \{(\mathbf{v}, \mathbf{i}), (\mathbf{i}, \boldsymbol{\phi}), (\mathbf{v}, \mathbf{q}), (\boldsymbol{\phi}, \mathbf{q})\} \quad (10)$$

由这四种组合, 很自然的将基本电路元件分类如下:

**定义 4**  $n$  端口电阻器、电感器、电容器、记忆电阻器<sup>注</sup>

代数  $n$  端口  $N$  分别称作  $n$  端口电阻器, 电感器, 电容器, 记忆电阻器<sup>[12]</sup>, 是指  $N$  能分别用  $\mathbf{v}, \mathbf{i}$  之间,  $\boldsymbol{\phi}, \mathbf{i}$  之间,  $\mathbf{q}, \mathbf{v}$  之间,  $\boldsymbol{\phi}, \mathbf{q}$  之间的代数成分关系来表征。

四种基本  $n$  端口电路元件的推荐符号如图 2 所示, 都画在与之对应的动态无关端口向量偶的近旁。有许多非线性器件的例子可以用这四种基本元件中的一种真实地进行模拟, 至少在工作频率的某个有限范围里可以这么作。

**非线性电阻器的例子:**

(1) 一端口:  $pn$  结二极管, 齐纳二极管, 隧道二极管等。

注 参照[12]中的说明, 译 memristor 为记忆电阻器, 有人译作电忆器。——译者

(2) 二端口: 以直流“ $pnP$ ”Ebers-Moll 方程为模型的晶体管 (图 3(a))。方程如下:

$$\begin{aligned} i_1 &= A_1[\exp(Kv_1) - 1] - B_1[\exp(Kv_2) - 1] \\ i_2 &= -A_2[\exp(Kv_1) - 1] + B_2[\exp(Kv_2) - 1] \end{aligned} \quad (11)$$

式中:  $A_1 = I_{ES}$ ,  $B_1 = \alpha_R I_{CS} = \alpha_F I_{ES} = A_2$ ,  $B_2 = I_{CS}$ ,  $K = q/KT$ ,  $T$  为温度。

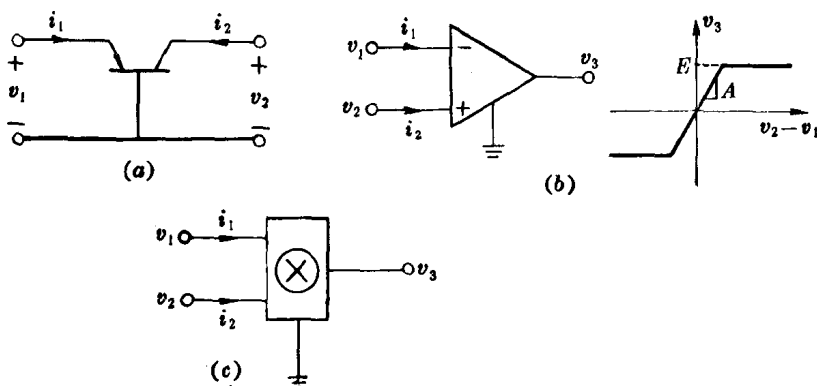


图 3 (a)  $pnP$  晶体管。(b) 运算放大器。(c) 模拟乘法器

(3) 三端口:

a. 运算放大器 (图 3(b)), 其模型为:  $i_1 = 0$ ,  $i_2 = 0$ ,  $v_3 = f(v_2 - v_1)$ , 且  $A \rightarrow \infty$  (见图 3(b))。

b. 模拟乘法器 (图 3(c)), 其模型为:  $i_1 = 0$ ,  $i_2 = 0$ ,  $v_3 = Mv_1v_2$ 。

c. 联接器 (图 4(a)), 共有 6 种型式,  $M = I, II, \dots, VI^{(13)}$ :

- I.  $v_1 = -Ki_2i_3$ ,  $v_2 = Ki_1i_3$ ,  $v_3 = 0$
- II.  $v_1 = -Ki_2v_3$ ,  $v_2 = Ki_1v_3$ ,  $i_3 = 0$
- III.  $v_1 = -Kv_2i_3$ ,  $i_2 = Ki_1i_3$ ,  $v_3 = 0$
- IV.  $v_1 = -Kv_2v_3$ ,  $i_2 = Ki_1v_3$ ,  $i_3 = 0$
- V.  $i_1 = -Kv_2i_3$ ,  $i_2 = Kv_1i_3$ ,  $v_3 = 0$
- VI.  $i_1 = -Kv_2v_3$ ,  $i_2 = Kv_1v_3$ ,  $i_3 = 0$

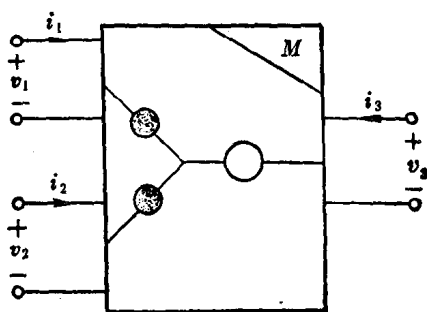


图4 M型联接器

### 非线性电感器的例子

(1) 一端口: Josephson 结<sup>[14]</sup>, 其模型为

$$i = I_0 \sin k_0 \phi \quad (13)$$

式中,  $I_0, k_0$  为常数。

(2) 二端口: 两个非线性耦合线圈。

(3) 三端口: V型3端口能量传递器(图5)。其描述方程为<sup>[14]</sup>:

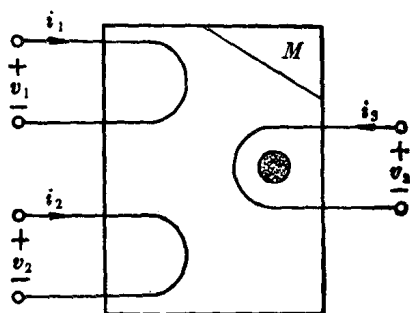


图5 M型能量传递器

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= -A\phi_2 i_3 \\ i_2 &= -A\phi_1 i_3 \\ \phi_3 &= A\phi_1 \phi_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

### 非线性电容器的例子

(1) 一端口: 变容二极管, 其模型为  $q = Q_0 [\exp(Kv) - 1]$

(2) 二端口: 两个非线性耦合电容器。

(3) 三端口: II型能量传递器(图 5)。其方程为<sup>[14]</sup>

$$v_1 = -Aq_2v_3 \quad v_2 = -Aq_1v_3 \quad q_3 = Aq_1q_2 \quad (15)$$

### 非线性记忆电阻器的例子

考察一“库仑电池”<sup>[12]</sup>。银容器(阴极)内盛有电解液,金阳极浸在电解液中(图 6(a))。假设阳极上已有一层银。当端口接到蓄电池时,银离子将由阳极转移到阴极上去,出现大电流,因此元件相当于很小的线性电阻  $R_1$ 。到某一时刻  $t = T_0$ , 大部分银已转移掉,剩下的离子很少,  $t \geq T_0$  时的电流很小,元件相当于很大的

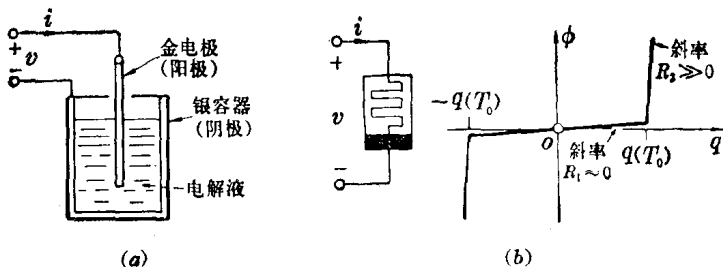


图 6 (a) 库仑电池。(b) 记忆电阻器模型

线性电阻  $R_2$ 。这个元件,实际上可以用记忆电阻器作为模型,其特性由图 6(b)中的  $\phi-q$  曲线  $\phi = \phi(q)$  表示。注意到,由于

$$v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d\phi(q)}{dq} \frac{dq}{dt} \triangleq M(q)i(t) \quad (16)$$

恰好代表与电荷有关的欧姆定律,所以记忆电阻器相当于(电)荷控线性电阻器。在本例中,当  $|q| < q(T_0)$  时,  $M(q) = R_1 \approx 0$ ; 当  $|q| > q(T_0)$  时,  $M(q) = R_2 \gg 0$ 。

其它的记忆电阻器例子见参考文献[15—17]。

存在一小类理想元件,它们可以属于几种电路元件。例如直流(交流)电压源可当作时不变(时变)的 1 端口电阻器,也可当作电容器。类似地,直流(交流)电流源可当作时不变(时变)的 1 端

口电阻器,也可当作电感器。全零器的特性是  $v=0, i=0$ , 它可以分别属于 1 端口电阻器、电感器、电容器、或记忆电阻器。 $(p+q)$  端口变换器的特性方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_a \\ \mathbf{i}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}^T \\ -\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a \\ \mathbf{v}_b \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{v}_a, \mathbf{i}_a$  是  $p \times 1$  向量,  $\mathbf{i}_b, \mathbf{v}_b$  是  $q \times 1$  向量,  $\mathbf{K}$  是  $p \times q$  实矩阵。此变换器也可以当作  $(p+q)$  端口电阻器、电感器、电容器或记忆电阻器。

### B. 代数 $n$ 端口

含有四种动态无关变量偶的代数  $n$  端口的简单例子是图 7 中的 4 端口。图中,  $N$  用下述关系表征:

$$\mathcal{R}(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_1(i_1, v_1) \\ \mathcal{R}_2(i_2, \phi_2) \\ \mathcal{R}_3(v_3, q_3) \\ \mathcal{R}_4(\phi_4, q_4) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (18)$$

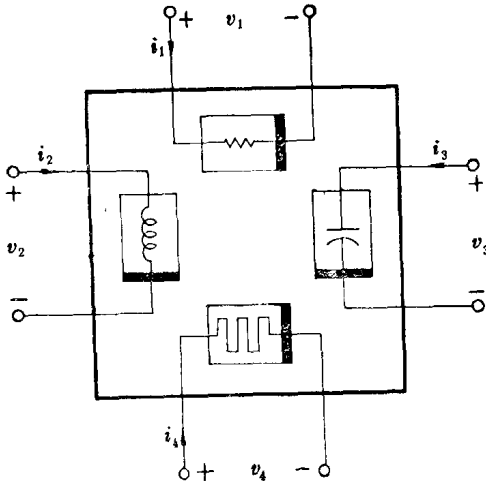


图 7 代数 4 端口



这例子可加以推广,此时,令式(18)中的所有变量以非线性方式相互耦合。这样得到的代数4端口,可以用四个隐式方程组来表征:

$$\mathcal{R}_i(i_1, v_1, i_2, \phi_2, v_3, q_3, \phi_4, q_4) = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (19)$$

注意到式(19)中的所有变量,相互之间是动态无关的,因此式(19)便定义了一个代数4端口。下面考虑两类有趣的代数 $n$ 端口。

### (1) 类型转换器注

类型转换器是一族线性代数2端口的通称。1型L-R类型转换器,由成分关系  $\phi_1 = v_2, i_1 = -i_2$  表征。注意到如果在端口2接电阻器,其成分关系  $i_R = g(v_R)$  如图8(a)所示,则所得1端口就相当于电感器,它以同样的成分关系  $i_1 = g(\phi_1)$  表征。反之,如果在端口1接电感器,其成分关系  $f(i_L, \phi_L) = 0$  如图8(b)所示,则所得1端口相当于电阻器,它有同样的成分关系  $f(i_2, v_2) = 0$ 。对于图8(a),上述结论可立刻由等式  $i_1 = -i_2 = i_R, \phi_1 = v_2 = v_R$  得出;对于图8(b),可由  $i_2 = -i_1 = i_L, v_2 = \phi_1 = \phi_L$  得出。因为这个

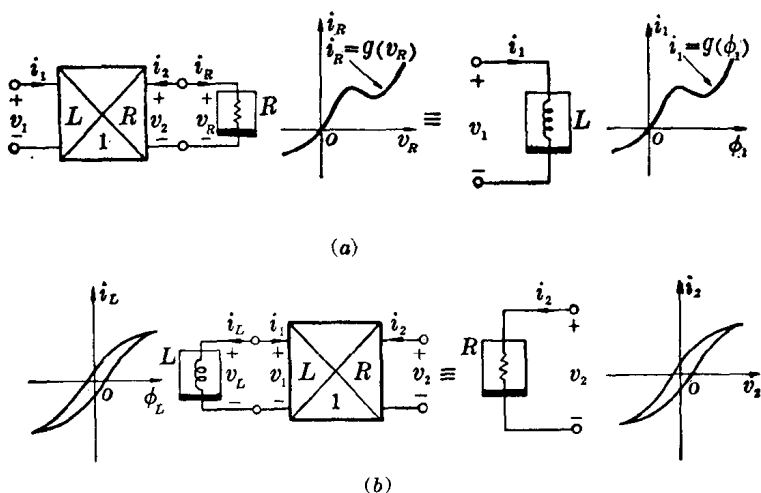


图8 1型L-R类型转换器,两种可能的端口外接元件

注 类型转换器(mutator),有人译作互换器。——译者