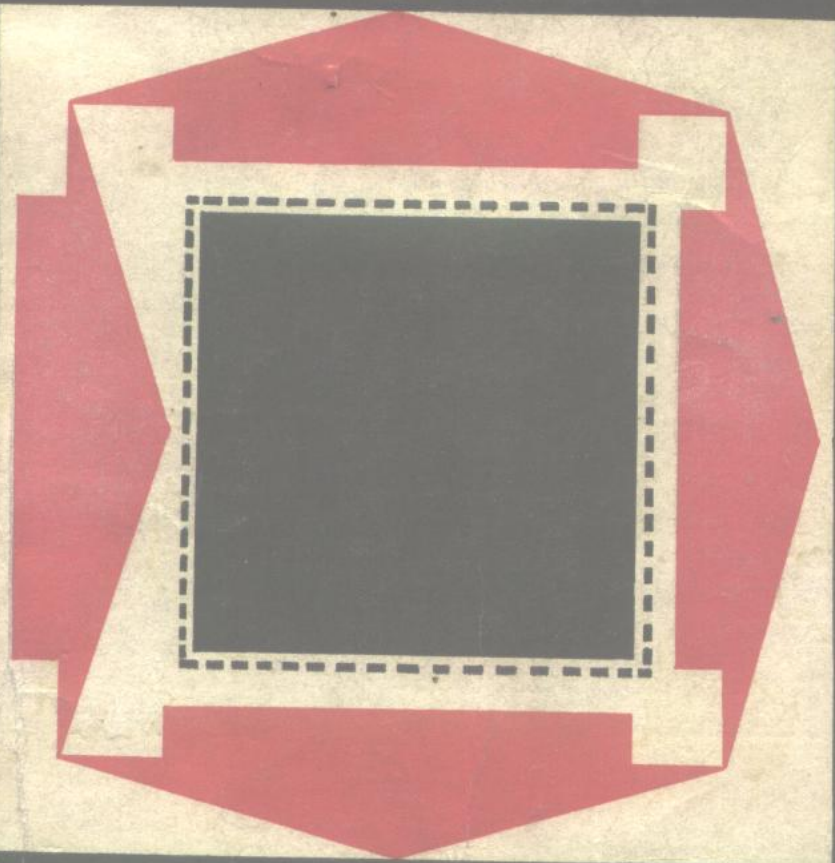


〔美〕 杰姆斯·苏赛克 著

传热学

人民教育出版社

下 册



72.54
261

传 热 学

下 册

〔美〕詹姆斯·苏赛克 著

俞佐平 裘烈钧

李承欧 孔 珑 蔡国琰 孙云凤 编译

人 民 教 育 出 版 社

✓
100667

内 容 提 要

本书是根据美国缅因州大学(University of Maine)机械工程系副教授杰姆斯·苏赛克(James Sucec)所著《传热学》(Heat Transfer)一书的1975年版编译的。

原书是根据一学期的传热学教程的讲课笔记整理而成的。本书不同于一般的传热学教科书,具有独特的风格。书中除对传热学的理论作单独介绍外,还把一部分理论和公式放在例题中叙述。全书共有例题511题,补充题627题。例题大都取材于日常生活和工程实际,有一定的实用价值,并有详尽的解答,适合于自学。

全书共八章,分上、下两册。上册包括:传热学导论、稳态导热、非稳态导热和辐射换热;下册包括:受迫对流换热、自由对流换热、具有相变时的换热和热传递中的其它专题、附录和索引。本书已将原书中的英制单位改为SI单位,所用符号也已改为我国通用符号。

本书可作为高等学校工科动力机械、航空和航天工程、建筑、热物理等专业的教学参考书,也可供有关科技人员参考。

3763/33

传 热 学

下 册

〔美〕杰姆斯·苏赛克 著

俞佐平 裘烈钧

编译

李承欣 孔 珑 蔡国琰 孙云凤

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 15.25 字数 365,000

1981年5月第1版 1982年7月第1次印刷

印数 00,001—8,500

书号 15012·0330 定价 1.90 元

主要符号表

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_m^2} \quad \text{小摩擦系数}$$

$$f = \frac{4\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_m^2} \quad \text{大摩擦系数}$$

f_s 体积力 N

i_l 液体的焓 J/kg

i_f 饱和液体的焓 J/kg

i_g 饱和蒸汽的焓 J/kg

$\dot{M}$ 蒸汽的总凝结率 kg/s

$\dot{m}$ 质量流量 kg/s

P 湿周 m

r 汽化潜热, 凝结潜热 J/kg

τ_c 气动恢复系数

T_m 薄膜温度 K, °C

T_g 蒸汽的饱和温度 K, °C

T_l 液体的饱和温度 K, °C

T_0 滞止温度 K, °C

T_r 气动恢复温度 $K^{-1}K$, °C

β 体积膨胀系数 K^{-1}

ϵ_m 动量的旋涡扩散率 $kg/(m \cdot s)$

ϵ_H 热量的旋涡扩散率 $kg/(m \cdot s)$

Γ 垂直平板单位板宽的蒸汽凝结率 $kg/(s \cdot m)$

μ 动力粘度 $kg/(m \cdot s)$

ν 运动粘度 m^2/s

σ 表面张力 N/m

σ_1^* 焓厚度 m

τ 粘性切应力 N/m^2

τ_t 层流切应力 N/m^2

τ_t 紊流切应力 N/m^2

ω 角速度 rad/s

相似准则

$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu}$ 雷诺(Reynolds)准则

$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$ 普朗特(Prandtl)准则

$\text{Pr}_t = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_H}$ 紊流普朗特准则

$\text{St} = \frac{\alpha}{\rho c_p U}$ 斯坦顿(Stanton)准则

$\text{Nu} = \frac{\alpha L}{\lambda}$ 努谢尔特(Nusselt)准则

$\text{Gr} = \frac{g \beta L^3 \Delta T \rho^2}{\mu^2}$ 葛拉晓夫(Grashof)准则

$\text{Ra} = \frac{g \beta L^3 \Delta T c_p \rho^2}{\mu \lambda}$ 雷利(Rayleigh)准则

$\text{Pe} = \text{RePr}$ 贝克利(Peclet)准则

$\text{Gz} = \text{RePr} \frac{D}{L}$ 格莱兹(Graetz)准则

下册目录

主要符号表	1
第五章 受迫对流换热	1
5.1 引言	1
5.2 流体力学的有关知识	4
5.2a 圆管和管道中的二维、常物性和层流已充分发展的流动	12
5.2b 紊流	23
5.2c 已充分发展的管内紊流的速度分布	33
5.2d 流体外绕物体的流动	41
5.2e 边界层方程式的精确解	49
5.2f 积分法	53
5.2g 紊流外部边界层	70
5.3 受迫对流问题的分析解和半分析解	75
5.3a 圆管与管道中的充分发展的层流流动	75
5.3b 热量传递与动量传递之间的相似性	108
5.3c 流体外绕物体的边界层型流动	126
5.3c(1) 随温度变化的物性的影响	143
5.3c(2) 任意表面温度和自由流速度的变化	158
5.3d 受迫对流情况下的经验关系式	166
5.3d(1) 绕定温平板的紊流边界层型流动	167
5.3d(2) 管内紊流流动	172
5.3d(3) 粗糙管内充分发展的流动	180
5.3d(4) 管子入口区域内的层流流动	180
5.3d(5) 流体横向绕流圆柱体、球和管束的受迫对流换热	190
5.4 补充题	207
参考文献	225
第六章 自由对流换热	231
6.1 引言	231
6.2 速度场和温度场的基本方程式	231
6.3 自由对流换热的应用关系式	238

6.3a 竖直平板	239
6.3b 水平平板	259
6.3c 水平圆柱	266
6.3d 球	272
6.3e 其它几何形状	274
6.3f 水平平板之间和竖直平板之间流体的自由对流	281
6.4 具有自由对流和受迫对流的混合对流	289
6.5 补充题	296
参考文献	303
第七章 具有相变时的对流换热	306
7.1 引言	306
7.2 凝结换热	306
7.2a 水平管上的凝结	326
7.2b 紊流膜状凝结	331
7.2c 蒸汽速度、过热度和不凝结气体对膜状凝结的影响	335
7.3 沸腾换热	337
7.3a 饱和池内沸腾	337
7.3b 饱和池内沸腾的应用公式	341
7.3c 过冷核态沸腾	349
7.4 补充题	349
参考文献	352
第八章 热传递中的其它论题	356
8.1 引言	356
8.2 高速流动中的传热	356
8.2a 平行平板间的高速流动	357
8.2b 沿浸没在流体中的物体的高速流动	364
8.3 液态金属中的传热	377
8.3a 圆管内液态金属的受迫对流	384
8.3b 液态金属的自由对流	385
8.4 微分相似法	390
8.5 发散冷却与薄膜冷却	404
8.5a 发散冷却	406
8.5b 薄膜冷却	410

8.6 补充题	416
参考文献	421
附录 A 某些物质的热物理性质	426
表 A.1 金属和合金材料的热物理性质	426
表 A.2 非金属材料的热物理性质	434
表 A.3 机油的热物理性质	436
表 A.4 大气压力下空气的热物理性质	436
表 A.5 水在饱和状态下的热物理性质	438
表 A.6 液态金属的热物理性质	439
附录 B 某些物体的总半球黑度	442
表 B.1 金属表面的总半球黑度 ϵ	442
表 B.2 非金属表面的总半球黑度 ϵ	445
附录 C 贝塞尔函数表和误差函数表	448
表 C.1 选录的零阶和一阶、第一类和第二类贝塞尔函数值	448
表 C.2 选录的零阶和一阶、第一类和第二类修正的贝塞尔函数值	450
表 C.3 误差函数 $\operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-t^2} dt$	452
附录 D 单位、量纲和换算表	454
表 D.1 单位和量纲	454
表 D.2 单位换算表	456
索引	459

第五章 受迫对流换热

5.1 引言

在第一章中,把固体表面和与之接触而作相对运动的流体之间,由于温差所引起的热量传递定义为对流换热。如果流体的运动是由泵、风扇、鼓风机和具有一定压力或处于一定高度的流体贮槽所引起的,则产生的热量传递过程称为受迫对流换热;如果流体的运动是由流体内部温度场产生的密度差所引起的,则这种热量传递过程称为自由对流换热或自然对流换热。本章讨论受迫对流换热,下一章讨论自由对流换热。

如同前面的一些章节所述,在对流换热过程中,固体表面和与之接触并与之相互作用的流体之间的热量传递,通常用牛顿冷却定律来计算,即

$$Q = \alpha A \Delta T \quad [1.4]$$

迄今,在使用公式(1.4)时,一旦需要表面换热系数 α 的值,这些值总是被给出。研究对流换热,最终的目的是为了求出表面换热系数 α 。这些 α 值,通常是用已知的或实际问题中给定的一些物理量表示的。采取下列常用的方法能够得到表面换热系数 α 的值:(1)基本偏微分方程组的精确分析解。由于所需要的数学知识较多,这种方法只放入研究生的传热学课程中讨论。这里仅把这些数学难点的简要说明和这种方法的一些最后结果一起作介绍。(2)以积分形式表达的基本方程的近似分析解。这种方法是计算局部表面换热系数的主要解析法。然而,大多数这种形式的解,通

常也放在高年级的教程中, 因为其难点与限制(1)使用的难点不同。这里仅介绍采用此法得到的几个比较简单的解。(3)利用热量传递与动量传递之间的相似性。这是一个很重要的方法, 它主要用于解决在紊流情况下寻求表面换热系数的困难问题。(4)测量表面换热系数的实验结果所综合的关联式、图线和表格。

虽然前三种方法已取得重大进展, 能采用这三种方法处理的各种情况的数目已大大增加, 但是, 一般地说, 工程师们仍然从实验综合的关系式中计算表面换热系数。这是因为这样做往往更为可靠, 使用也较为容易, 且能处理对于前三种方法的任一种来说都是太复杂难解的一些情况。

当企图用前三种方法中的一种方法来计算局部表面换热系数时, 必须确定分析从哪儿开始, 即

什么是真正需要的, 这是因为表面换热系数本身在任一守恒定律的方程式中都不是明显出现的。

考虑表示一个固体表面的图 5.1。

在图示的表面上, 所研究的那一点的表面温度 T_w 是已知的, 远

离该表面的流体温度为 T_f 。如图 5.1 流过固体表面的流体中的温度分布

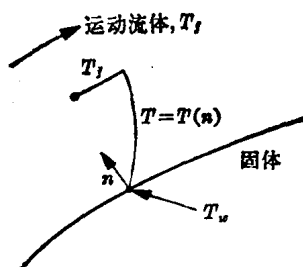
图所示, 垂直于表面的坐标 n 是从表面向外量度的。图中还示意地表示出运动流体内部的温度分布。在表面上温度为 T_w 的点,

其单位面积传递给流体的热量由牛顿冷却定律确定, 即 $q = \frac{Q}{A}$

$= \alpha \Delta T$ 。表面及与表面某一距离的流体之间的温差为 $\Delta T = T_w - T_f$ 。所以

$$q = \alpha(T_w - T_f) \quad (5.1)$$

式(5.1)是单位面积传递给流体的热量的表达式。如第一章所提



到的,在与固体表面紧接处的极薄的分子层中,承认流体速度与固体表面本身速度相同(对于连续流体的运动)就能求得 q 的另一表达式。因此,与固体表面紧接处的极薄的流体分子层中,流体和固体之间没有相对运动,并且,在热量传到运动流体之前,通过这些流体分子层只能靠单纯的导热,继而再被运动的流体带走。所以,当把傅里叶精确导热定律表达式(1.3)应用到紧接固体表面的流体分子层时,也能得出单位面积的对流换热量。因此, q 的另一个表达式由计算固体表面即 $n=0$ 处的流体中换热量的式(1-3)给出,并为

$$q = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{n=0} \quad (5.2)$$

使式(5.1)和式(5.2)相等,并求解 α ,得局部表面换热系数 α 的一般表达式为

$$\alpha = \frac{-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{n=0}}{T_w - T_f} \quad (5.3)$$

从式(5.3)可以看出,要计算局部表面换热系数 α ,必须确定运动流体中作为空间坐标和时间的函数的温度分布。但是,即使是在最稳定的情况下,确定这个温度分布也是非常复杂的,因而,处理非稳态对流问题只能利用假定在时间为 τ 的每一瞬间内均成立的一些稳态关系式。

运动流体内部的温度分布受流体运动本身的影响,即温度场与流场(速度场)相互关联,因此,计算温度场需要速度场的知识。所以,在下面讨论寻求表面换热系数的四种方法之前,先对计算速度场所需要的流体力学的知识进行复习。

5.2 流体力学的有关知识

计算运动流体中表示为空间坐标和时间函数的速度场需要的两个守恒定律,是质量守恒定律和牛顿运动第二定律(更确切地说,对于质量连续分布的系统,而不是离散的质点系,是欧拉第一定律,见参考文献[4])。在参考文献[5]、[2]和[1]中能找到这些定律的适当形式的推导,这里仅介绍它们的结论。(注意,当应用于控制体时,牛顿第二定律称为动量定理。)

质量守恒定律为: 流入控制体的质量流量等于流出控制体的质量流量,再加上控制体内贮存的质量的时间变化率。

动量定理为: 沿任意特定方向作用在控制体上的诸力之和,等于流出的动量通量(沿该方向)减去流入的动量通量(沿该方向),再加上控制体的动量沿该方向的时间变化率。通过控制面上微元面积 dA 的动量通量,等于通过该面的质量流量 $d\dot{m}$ 乘以沿所求动量通量的方向上的速度分量。

把这两个定律应用于控制体,随控制体的不同选择,可得出速度矢量和时间的微分方程式或积分方程式。速度矢量通常用它在坐标系中的分量表示,并作为空间坐标的因变量,时间则作为自变量。

例 5.1 把质量守恒定律应用于图 5.2 所示的直角笛卡儿坐标系中可压缩流体的微元控制体 $dx dy dz$ 上,导出表示质量守恒的偏微分方程式。

解 质量通过 x 处的面积为 $dy dz$ 的面流入的流量为 $\dot{m}_x$, 而

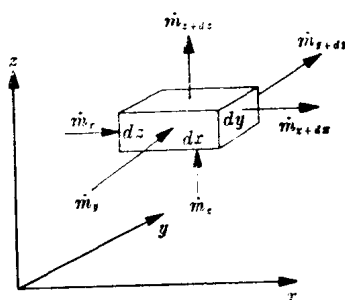


图 5.2 表示出通过控制面的质量流量的例 5.1 的微元控制体

通过 $x+dx$ 处的面积为 $dydz$ 的面流出的流量为 $\dot{m}_{x+dx}$, 其中 $\dot{m}$ 为质量流量。同样, 质量通过 y 处的面流入控制体的流量为 $\dot{m}_y$, 而通过 $y+dy$ 处的面流出的流量为 $\dot{m}_{y+dy}$ 。对于 z 和 $z+dz$ 处的面也是一样。所以, 流入控制体的质量流量的总和为 $\dot{m}_x + \dot{m}_y + \dot{m}_z$, 而流出控制体的质量流量的总和为 $\dot{m}_{x+dx} + \dot{m}_{y+dy} + \dot{m}_{z+dz}$ 。倘若此刻控制体内的质量为 m , 于是, 控制体内贮存质量的时间变化率为 $\partial m / \partial \tau$ 。将这些流量和变化率代入质量守恒定律, 得

$$\dot{m}_x + \dot{m}_y + \dot{m}_z = \dot{m}_{x+dx} + \dot{m}_{y+dy} + \dot{m}_{z+dz} + \frac{\partial m}{\partial \tau} \quad (5.4)$$

然而, $\dot{m}_{x+dx}$ 可以用 $\dot{m}_x$ 来表示, 即在 y 和 z 不变的情况下, 把该处沿 x 方向的质量流量展开成对于 x 到 $x+dx$ 区间内的泰勒级数展开式, 并忽略高阶项, 得

$$\dot{m}_{x+dx} = \dot{m}_x + \frac{\partial \dot{m}_x}{\partial x} dx \quad (5.5)$$

同样

$$\dot{m}_{y+dy} = \dot{m}_y + \frac{\partial \dot{m}_y}{\partial y} dy \quad (5.6)$$

$$\dot{m}_{z+dz} = \dot{m}_z + \frac{\partial \dot{m}_z}{\partial z} dz \quad (5.7)$$

将式(5.5—7)代入式(5.4), 消去出现在等式两边的相同项, 并重新整理得

$$\frac{\partial \dot{m}_x}{\partial x} dx + \frac{\partial \dot{m}_y}{\partial y} dy + \frac{\partial \dot{m}_z}{\partial z} dz + \frac{\partial m}{\partial \tau} = 0 \quad (5.8)$$

由于希望流体在 x 、 y 和 z 处的速度分量在式(5.8)中作为因变量出现, 必须建立质量流量 $\dot{m}_x$ 、 $\dot{m}_y$ 和 $\dot{m}_z$ 同速度分量 u 、 v 和 w 之间的关系, 其中 u 是速度矢量在直角笛卡儿坐标系中局部的 x 分量, v 是其局部的 y 分量, w 是其局部的 z 分量。由流体力学(参考文献[1]、[2]或[5])知, 通过一微元面积的质量流量等于流体的密度 ρ 、面积 dA 和沿 dA 法向的速度分量的乘积。因此

$$\dot{m}_x = \rho u dz dy \quad \dot{m}_y = \rho v dx dz \quad \dot{m}_z = \rho w dx dy \quad (5.9)$$

控制体内的质量 m 为

$$m = \rho dx dy dz \quad (5.10)$$

将式(5.9)、(5.10)代入式(5.8), 注意, dx, dy, dz 或它们的乘积可以提到微分算符的外边, 除以体积元后, 在直角笛卡儿坐标系中描述质量守恒的偏微分方程式为

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0 \quad (5.11)$$

如果流动是稳定的, 则式(5.11)可简化为

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (5.12)$$

这是由于在稳定状态, 任何空间点上的性质都不随时间而变, 故 $\partial \rho / \partial \tau = 0$ 。

如果流体为不可压缩的, 即密度实质上为定值, 则式(5.11)简化为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.13)$$

这是因为 ρ 为定值, 则不论流动是稳定的还是非稳定的, 都有 $\partial \rho / \partial \tau = 0$ 的关系, 并且 ρ 可以从微分算符中提出来消去。式(5.11—3)常常统称为连续性方程式。

例 5.2 试把质量守恒定律应用于图 5.3 所示的可压缩流体中任意形状的有限尺度的控制体, 导出不依赖于任何特定坐标系的质量守恒的一般方程式。按照惯例, 总是取控制面向外的方向为单位法向矢量的正方向。

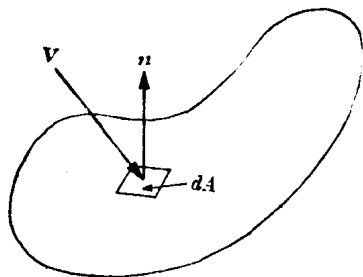


图 5.3 例 5.2 中任意形状的有限控制体上的微元面积

解 控制面上面积 dA 的单位法向矢量为 $\mathbf{n}$, $\mathbf{V}$ 为局部速度矢量, 在该矢量的方向上质量通过表面 dA 进入控制体 (见图 5.3)。由于仅是速度的法向分量使质量通过 dA , 则通过 dA 的质量流量为

$$d\dot{m} = -\rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA \quad (5.14)$$

式中, 矢量间的点表示几何线性矢量空间中的点积, 负号是为了使流入控制体的质量为正。在点积中 $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{n}$ 之间的夹角在 90° 和 180° 之间, 因而, 它的余弦值是负的, 加上负号正是为了抵消余弦值的负号。流入控制体的总质量流量 (流入和流出控制体的质量流量之差) 由沿整个控制面对如式 (5.14) 的所有质量流量的定积分决定, 即

$$\dot{m} = - \int_A \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA \quad (5.15)$$

上值必须等于控制体内质量的时间变化率, 即 $dm/d\tau$ 。

如图 5.3 所示, 有限尺寸的控制体中一微元控制体 dV_0 内的质量等于局部密度 ρ 和微元体积 dV_0 的乘积, 即

$$\rho dV_0 \quad (5.16)$$

任意瞬时控制体内的总质量, 由在整个控制体内对如式 (5.16) 的所有质量的定积分给出, 即

$$m = \int_{V_0} \rho dV_0$$

因而, 储存项即总质量的时间变化率为

$$\frac{dm}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int_{V_0} \rho dV_0 \quad (5.17)$$

最后, 令式 (5.15) 等于式 (5.17), 则对于任意尺度的控制体和任意坐标系的质量守恒的一般方程式为

$$- \int_A \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA = \frac{d}{d\tau} \int_{V_0} \rho dV_0 \quad (5.18)$$

例 5.3 求式(5.18)所隐含的一般偏微分方程式, 并证明在直角笛卡儿坐标系中它将简化为式(5.11)。

解 对式(5.18)的右边, 使用对积分进行关于非积分变量 τ 的微分的莱布尼兹(Leibnitz)法则进行微分, 注意到积分限和时间无关后得

$$\frac{d}{d\tau} \int_{V_0} \rho dV_0 = \int_{V_0} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dV_0$$

因而, 经重新整理后式(5.18)变成

$$\int_A \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA + \int_{V_0} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dV_0 = 0 \quad (5.19)$$

然而, 根据高斯(Gauss)定理(即散度定理), 式(5.19)左边的面积分可以转换为体积分

$$\int_A \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA = \int_{V_0} \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) dV_0 \quad (5.20)$$

在同一个积分号下, 结合式(5.19)、(5.20)得

$$\int_{V_0} \left[\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right] dV_0 = 0 \quad (5.21)$$

无论体积元 V_0 的尺度如何, 式(5.21)都是正确的。因此, 被积函数必须等于零, 这就给出了所求的在任意坐标系中质量守恒的一般偏微分方程式, 即

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0 \quad (5.22)$$

在所有有关标准矢量分析的教科书中, 散度算符在所有的常用坐标系中都明确地表示出来, 因而, 只要坐标系已经选定, 式(5.22)的展开式便给出在该坐标系中的质量守恒的偏微分方程式。尤其是, 对于直角笛卡儿坐标系有

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \quad (5.23)$$

将式(5.23)代入式(5.22)得

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$$

上式与式(5.11)相同。

例 5.4 假设一特定的二维不可压缩流场的解为

$$u = 20x^2 \operatorname{sh} y \quad v = 40xy$$

试确定这个速度场是否可能。

解 如果给定的速度场是二维不可压缩流场的正确解, 则它必须满足连续性方程式。由于流场是二维的, 所以适用于上述条件的是没有 w 项的式(5.13)。因而, 式(5.13)变成

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5.24)$$

由给定的速度分量得

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 40x \operatorname{sh} y \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 40x \quad (5.26)$$

将式(5.25)、(5.26)代入式(5.24)得

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 40x \operatorname{sh} y + 40x = 40x(1 + \operatorname{sh} y)$$

除 $x=0$ 之外, 该式不等于零, 所以, 对流场中任何有限体积, 这个解是不正确的。

例 5.5 两位工程学助教测量三维不可压缩流场中速度矢量的三个分量, 使数据适合于方程式, 并整理它们的结果。当整理这些结果时, 发现 z 向速度分量 w 没有测量, 得到的仅仅是 u 和 v 的结果。而且, 实验装置已经拆除, 在一个月之内不能重建。如果对于考虑中的情形, 在 $z=0$ 处 $w=0$, 试在装置重建之前, 估算可以用于粗略计算的 z 向速度分量。它们的测量结果是

$$u = 100(1 + 0.5x^2y^2 - 0.17x^4y^4z^3) \quad v = 13(1 - x^2y^2 \cos z)$$