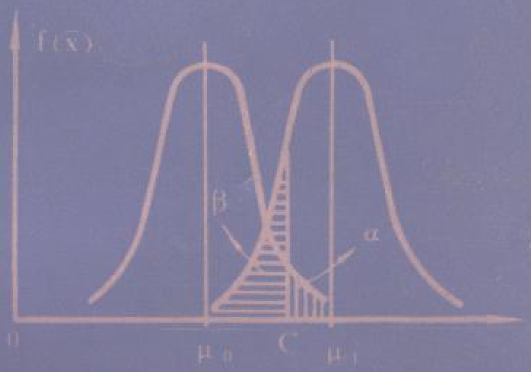

数理统计在纺织工程中的应用

纺织工业出版社

数理统计在纺织工程中的应用

郁宗隽　李元祥
洪仲秋　潘永庆　编著

纺织工业出版社

数理统计在纺织工程中的应用

郁宗隽　李元祥
洪仲秋　潘永庆　编著

*

纺织工业出版社出版
（北京东长安街12号）
北京纺织印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售

*

787×1092毫米　1/32　印张：11 16/32　字数：255千字
1984年8月　第一版第一次印刷
印数：1—15,000　　定价：1.45元
统一书号：15041·1298

内 容 提 要

本书简要地阐明了数理统计的研究对象，系统地介绍了数理统计的有关内容，并紧密联系纺织工业的生产实际，列举了近年来纺织工业开展全面质量管理中运用数理统计取得成效的例子，以便读者能够学以致用。

全书共分七章，内容简明扼要，书末附有数理统计名词解释，易于自学，可供纺织工业广大技术人员阅读和纺织院校师生参考。

责任编辑：郑剑秋

前　言

数理统计的任务是对“随机现象”进行分析并揭示它的统计规律。它的研究方法是通过子样来研究总体，认识总体。

本书是在我国纺织工业企业推行全面质量管理、运用数理统计取得初步成效的基础上选编的。它的主要内容有随机变量的频率和概率分布、比较不同事物的差异、分析造成差异的因素、探讨事物之间的相关、试验方案的设计等。书中还简要地叙述了抽样检查和质量控制等方面的内容。书中着重列举纺织工程中的应用实例，对于一些数学公式的证明和推导尽量删简。

本书承蒙华东师范大学数学系魏宗舒教授校阅，谨此致谢。

由于作者水平有限，书中错误缺点难免，希望读者批评指正。

编著者

目　录

绪 论

在纺织生产和科研工作中，经常会接触到各种随机现象。例如所生产的细纱强力有时大、有时小，棉纱表面的棉结杂质有时多、有时少。这些受着很多因素的影响而不时地发生变化的现象，叫做随机现象。当大量重复观察随机现象时，可以发现其中有一定的规律存在。数理统计方法就是用来对大量随机现象的规律进行归纳研究。这门科学的发展是和现代化大生产以及科学研究工作的发展密切相关的，它在近几十年来得到了很快的发展。我国在解放后，随着生产的发展，推进了全面质量管理，以数理统计为手段进行质量控制。因此，对于数理统计方法的研究和应用逐步深入，并且正在日益广泛地应用于生产和科学研究的各个方面。

数理统计在纺织工程中的应用是很广泛的。正确地运用数理统计的方法，对于科学地控制纺织产品质量，提高纺织生产技术、全面开展科研和技术革新工作能起很大的作用。所以广大纺织工作者应该普遍掌握这一数学工具，了解它的基本内容和方法，并用以解决实际问题。

纺织厂的生产是连续性的大规模生产，对产品的质量要求很高。为了对用户负责，不能让不合格的产品出厂，所以对原料、各工序的半制品和成品的各项质量指标要不断地进行检验。但是我们不可能对这些原料或成品的全体进行检验，而只能检验一些样本，并据此推断整批产品的质量，这里就提出了"抽样检查"的问题。

根据不断地对纺织生产过程中的在制品进行抽样检查所取得的资料，还可以及时反映生产情况，发现生产中的问题，做到对生产过程进行控制，这就是“质量控制”所研究的问题。

在纺织工程的质量管理和科研工作中，要分析两个或几个因素（或质量指标）之间的关系和变化规律，就要用到“相关分析”的方法。

在选择纺织工艺条件和有关的试验研究工作中，遇到要合理安排试验方案和试验数据分析的问题，就要用到“正交设计”和“方差分析”的知识。

在纺织生产和技术革新过程中，要求科学地推断原料性能和成品质量，鉴定新技术的使用效果，就必须采用“统计推断”的方法。

要系统地掌握以上各种数理统计方法，必须了解概率论的基础知识。

本书首先阐述概率论基础，然后对各种数理统计方法分别加以介绍。

第一章　概率论基础

为了更好的介绍数理统计的理论和应用，必须先阐述概率论的基础知识，引入一些常用的概念和术语。本章各节将以实例来加以说明。

第一节　事件的概念

我们先举几个例子：

例 1　“在一束棉纤维中任意抽出一根，其长度等于 29 毫米。”在这句话中包含着两部分含义，第一部分是试验，就是在一束棉纤维中任意抽出一根进行测量；第二部分是结果，长度等于 29 毫米。我们进行这项试验时，所得到的结果可能是 29 毫米，也可能不是 29 毫米。

例 2　“在自然数中，任取一数，为偶数”。显然，任取一数的结果可能是偶数，也可能不是偶数。

例 3　“在标准大气压下，水加热到 100°C 以上，则化为蒸气”。在标准大气压下，水加热到 100°C 以上，总要化为蒸气。因此，在这种情况下，试验的预期结果是必然会发生的。

例 4　“在标准大气压下，水在 0°C 以下时凝结成冰”。显然，试验的预期结果也是必然发生的。

例 5　“在大于标准大气压的情况下，水加热到 100°C 就沸腾”。事实上在大于标准大气压的情况下，水加热到100°C

不会沸腾，因此这样试验的预期结果是不可能发生的。

上述例子中的预期结果，有的不能予以肯定，有的可以肯定，而有的可以否定。在生活和生产实践中，还存在着大量与上述类似的现象。归结起来，可以这样来描述：如果某一事件在试验时可能发生，也可能不发生，则称为“随机事件”，如例1和例2；如果这一事件在试验时必然发生，则称为“必然事件”，如例3和例4；在试验时，永远也不会发生的事件，则称为“不可能事件”，如例5。

为了简便起见，我们今后把随机事件简称“事件”，并以字母A、B、C……来表示它；必然事件用U来代表；不可能事件用V来代表。

为了更方便地讨论多个事件间的关系，我们采用一些符号。

(1) 事件A或B中有一件发生，这一事件我们称为事件A与事件B的和，以“A+B”表示。

例 1 某织布车间有n台织布机，有一位织布工人进车间劳动，用 A_i 表示这个工人掌握第i $(i=1,2\cdots n)$ 号布机，则 A_1+A_5 表示这个工人掌握第1号或第5号织布机。

(2) 两事件A与B同时发生，这一事件我们称为事件A与事件B的积，以“A·B”表示。

例 2 从1，2，3···10中任意取一个奇数，用A表示；任意取一个数能被3整除，用B表示。那么，A·B就表示所取的数是能被3整除的奇数。

两个事件的和与积，可以推广到有限个事件的情形，就是 $A+B+C+\cdots+N$ 表示A或B或C···或N这些事件中有一件要发生；而 $A\cdot B\cdot C\cdots\cdot N$ 表示所有A，B，C···N这些事件同时发生。

(3) 两个事件A与B如不可能同时发生，即如果$A\cdot B=V$，那么称A和B为“互斥(互不相容)事件”。

例 3 有两个纤维束，甲束中纤维的长度为20～40毫米；乙束中纤维的长度为10～19毫米。现在抽一根，用A表示抽到甲束纤维的事件，B表示抽到乙束纤维的事件，那么事件$A\cdot B$显然是一个不可能事件，因此事件A与B是互斥的。

如果事件A_1，A_2，$\cdots A_n$中任意两个都是互斥的，那么我们就称A_1，$A_2\cdots A_n$彼此互斥。

(4) 如果事件“$A+B$”是必然事件，即$A+B=U$，而且A，B互斥，那么称B是A的“对立事件”。用$\overline{A}$表示A的对立事件（同样A也可看作是$\overline{A}$的对立事件）。

事件“A”、“$\overline{A}$”、“$A+B$”、“$A\cdot B$”可以分别看作图1-1中的阴影部分。

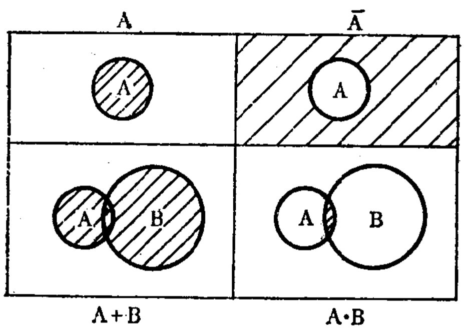

图 1-1 事件的关系

第二节 概率的统计定义

随机事件在试验中可能出现，也可能不出现。在生活和

生产实践中，常常要求我们能够确切地断定某事件A出现的可能性究竟有多大。例如，要知道零件尺寸的误差超过某一范围的可能性；从一束棉纤维中抽取一根，其长度超过29毫米的可能性；筑水坝时要了解洪水超过某高度的可能性等。我们要用一个数来表示事件A出现的可能性大小，这一个数就叫做事件A的概率，以P(A)表示。下面我们讲事件A的概率的统计定义。

假如重复进行同一试验n次，在这n次中事件A出现了v次，那么$\frac{v}{n}$称为在n次试验中事件A出现的频率。概率统计定义的根据是在大量试验的条件下，事件A出现的频率总是稳定的。例如对某地区的洪水水位，连续观测n年，得到水位超过某一高度的频率为$\frac{v}{n}$(就是在n年的观测中，有v年水位超过某一高度)。当n很大时，$\frac{v}{n}$将只在某一数值左右作微小的摆动。

由此，我们得出概率的统计定义：如果在某一组试验条件下，当试验的次数越来越多时，事件A的频率始终在某一个数值p附近作微小的摆动，那么，我们就把事件A的概率定为p，以P(A)=p来表示。在试验次数很多(即n很大)时，事件A的频率与概率相差很小，所以这时我们用频率来近似地代替概率。

从概率的定义出发，很容易推出概率的一些性质：

(1) $0\leqslant P(A)\leqslant 1$

(2) $P(U)=1$

(3) $P(V)=0$

(4) 设A、B是两个互斥的事件，则有$P(A+B)=P(A)+P(B)$，叫做概率的加法定理。

证 设$P(A)$，$P(B)$分别是事件A，B的概率，在n次试验中事件A和B分别出现v_1次和v_2次。因为A，B是互斥的，所以这n次试验中$A+B$出现了v_1+v_2次，故知事件$A+B$的频率是$\frac{v_1+v_2}{n}=\frac{v_1}{n}+\frac{v_2}{n}$。由概率的统计定义可知$\frac{v_1}{n}+\frac{v_2}{n}$，$\frac{v_1}{n}$和$\frac{v_2}{n}$在n很大时，分别接近于$P(A)+P(B)$，$P(A)$和$P(B)$，故有$P(A+B)=P(A)+P(B)$。

(5) 设A，B是互相独立的事件（事件A的出现和B出现的概率无关），则有$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$，叫做概率的乘法定理。

(6) 设$\bar{A}$是事件A的对立事件，则有：$P(\bar{A})=1-P(A)$。

证 因为$A+\bar{A}=U$，所以$P(A+\bar{A})=1$，而事件A与$\bar{A}$互斥，因此由性质(4)得到$P(A+\bar{A})=P(A)+P(\bar{A})$，因此得到$P(\bar{A})=1-P(A)$。

例 1 某工厂在一定条件下，二级品出现的概率是3%，三级品出现的概率是1%，其余都是一级品。求出现二级品或三级品的概率。

解 设出现二级品的事件为A，出现三级品的事件为B，产品是二级品或三级品这两个事件是互斥的。则

$$P(A+B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{100}+\frac{1}{100}=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$$

即二级品或三级品出现的概率是$\frac{1}{25}$。

例 2 从一束棉纤维中任抽一根，其长度短于31毫米

的概率是 0.75，求连续任取两根纤维都短于 31 毫米 的概率（这里，一束纤维中根数相当多，故可认为第二次抽取时，某长度出现的概率不变）。

解 设第一次抽出的纤维长度短于 31 毫米这事件为A，第二次抽出的纤维长度短于 31 毫米这事件为B，而这两个事件是相互独立的。

则 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)=0.75\times 0.75=0.5625$

即连续任抽两根纤维，长度都短于 31 毫米的概率是 0.5625。

为了叙述方便，先引进以下概念：

总体和个体 我们所研究的对象的全体叫做总体，其中的一个单位则叫做个体。例如我们研究在正常生产条件下涤纶的纤度，那么凡是正常生产条件下生产的纤维，其纤度的全体就是一个总体，而每一个纤度则是一个个体。当研究的对象改变时，总体和个体也随之改变。在整理数据之前，必须把它们弄清楚。

样本（或称子样） 总体的一部分叫做样本，例如我们研究涤纶的纤度，就从正常生产条件下的纤度这个总体中抽出样本。样本中所含个体的数目，叫做样本的大小（或容量）。

一个总体所含个体的数目可以很多，甚至无穷，以致不可能一一加以考察，如纤度这个总体，它的个体数目多得数不清。有时候数据的测定是破坏性的，如在研究棉纱的强力时，测量一根单纱的强力就要拉断一根，这就不允许全部加以考察，我们只能通过样本来了解总体。统计方法就是解决如何从样本来研究总体的问题。

第三节 随机变量和频率、频率密度

一、随机变量的意义和分类

随机变量是概率论中的基本概念之一。为了更好地说明这个概念，举例如下：

从一堆棉纤维中任抽一根，其长度随着取法不同而不同，取法是随机的。

某台布机在一定时间内的断头次数，随着各种影响而不同。

在同品种的同样长度的布上的疵点数，随着许多偶然的因素，如设备、操作技术、生产时间、原料质量、加工方法等不同而不同。

电话用户在某一段时间内对电话站的呼唤次数，随着偶然的情况而不同。

以上所举各例，尽管具体内容是各不相同的，但从数学观点看来，它们都表现同一种情况。在每个例子里，都有一个变量，这个变量的数值都是由于偶然因素的影响而不同。我们把这种变量称为随机变量。

随机变量有两大类：离散型与连续型。在数轴上只能取有限个孤立值的随机变量称为离散型随机变量。如棉纱的棉结杂质粒数；一批布匹中的次布匹数；纺纱断头数等等，仅可能取 0，1，2，···等非负整数。

随机变量变值可以取数轴上某个区间内的一切数值，称为连续型随机变量。如棉纤维长度，棉纱强力等一般用量具或仪器测定，这些变值不局限于一些整数，而可能在某区间