shuili jixie

LiUTi LiXUe

水力机械流体力学

刘大恺 编著

上海交通大学出版社

水力机械流体动力学

刘大恺

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书是根据作者在河海大学多年讲授水力机械的流体动力学的讲稿基础上编写而成的，其内容主要介绍水力机械流体动力学的基础理论及其在实践中的应用，突出了近代水力机械中的某些重要课题，诸如水力机械的动态模拟、过渡过程、叶片振动及气蚀等的物理数学模型。并系统地阐述了叶片式水力机械的能量损失与水机过流部件参数及工况之间的关系，从而为改善水机性能提供了途径。书中列举的实验成果具有实用价值。

本书可作高等院校相关专业的研究生及高年级大学生的教学参考书用，也可供从事水力机械的研究、设计、运行的科技工作者参考。

水 力 机 械 流 体 动 力 学
上海交通大学出版社出版
（淮海中路1984弄19号）
新华书店上海发行所发行
交大印刷厂排版印装

开本850×1168 毫米 1/32 印张 12.375 字数 273,000
1988年9月第1版 1988年9月第1次印刷
印数：1—1650
ISBNT-313-00227-0/035 科技书目：177-285

定价：2.35元

前　　言

水力机械的应用范围十分广泛，它是能源的利用和转换之工具。我国水力资源丰富，长江、黄河等干流上许多大小电站已经或正待兴建。无数农村的小水电站群的出现，是我国社会主义能源建设的特点。水泵的应用则更为普遍，从单机数十万千瓦的抽水蓄能水泵和转轮直径达数米的排灌泵，到体积微小的火箭燃料泵。可以说水力机械是世界上应用得最多的一种机械。我国每年培养从事和水机有关专业的，有流体机械、水能动力装置、排灌工程等，其他作为辅助设备知识，设有水力机械课程的专业就更多了，如透平制造、热能动力装置、给排水工程等等。我国的四化建设需要大批水力机械专家。本书期望能对攻读水力机械专业的大学生、研究生以及从事设计、操作运行及科学试验的技术人员理论水平的提高作出贡献。

建国以来我国出版了为数有限的几种水力机械方面的书籍和教材，由于体系及篇幅的原因，基本理论的介绍受到限制，因而不少大学毕业生以及从事本专业的技术人员对水力机械基础理论的掌握仍感不足，特别是大型机组中新课题的不断出现，如过渡现象、振动、气蚀等、均需较多的流体力学基础理论知识。尽管目前已出版了一些水平较高的非水力机械的流体力学著作和译本，但它们的内容涉及广泛，和本专业结合很少，不便于本专业应用。

本书正是根据这种需要，着重介绍物理概念，将流体力学的普遍理论应用到水力机械上，结合水力机械设计，试验和运行等实践，阐明力学原理，并建立必要的物理数学模型。书中还引用不少试验曲线，以资与理论相对照。书中部分材料是作者本人的科研成果，有些则是多年教学实践的总结，由于水平有限，错误在所难免，诚望读者不吝指正。

作者

目　录

第一章　流体动力学基础理论

第二章　水力机械中流体的运动及水机的工作原理

第三章　平面运动、翼型及叶栅的绕流

第四章 相似理论及其应用

第五章 水力机械的工作特性

第六章 叶片的不稳定绕流

第七章 气蚀的流体力学现象

第一章　流体动力学基础理论

§1-1　流体运动的两种研究观点

在流体力学中存在两种不同的研究观点，即拉格朗日观点和欧拉观点；存在两种流体的参数变量：拉格朗日变量和欧拉变量。拉格朗日观点的实质是认为某一质量流体的体积 τ_0（当它为无限小时成为质点）可用它在某特定点的时间坐标来确定。例如在时刻 $t=0$ 时为 $(a,\ b,\ c)$，此 $a,\ b,\ c$ 值在坐标系 $(x,\ y,\ z)$ 中对各个不同质点有不同值。随着时间的流逝，该质点的位置也就不同，即有

$$\left.\begin{aligned}x&=x(a,\ b,\ c,\ t)\\ y&=y(a,\ b,\ c,\ t)\\ z&=z(a,\ b,\ c,\ t)\end{aligned}\right\}。\qquad (1-1-1)$$

上式中以不同的 t 值代入就是流体质点的迹线方程。该方程当然满足

$$\left.\begin{aligned}a&=a(a,\ b,\ c,\ 0)\\ b&=b(a,\ b,\ c,\ 0)\\ c&=c(a,\ b,\ c,\ 0)\end{aligned}\right\}。\qquad (1-1-2)$$

用矢量表示（1-1-1）和（1-1-2）可写为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(\boldsymbol{r}_0,\ t);\ \ \boldsymbol{r}_0=\boldsymbol{r}_0(\boldsymbol{r}_0,\ 0),\qquad (1-1-3)$$

式中的 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$ 是质点位置矢量，而点 $\boldsymbol{r}_0=a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}+c\boldsymbol{k}$。

相应的水动力学参数也各为 $a,\ b,\ c,\ t$ 的函数

$$\left.\begin{aligned}\rho&=\rho(a,\ b,\ c,\ t)\\ \boldsymbol{v}&=\boldsymbol{v}(a,\ b,\ c,\ t)\\ T&=T(a,\ b,\ c,\ t)\end{aligned}\right\}。\qquad (1-1-4)$$

式中的 ρ、$\boldsymbol{v}$、T 各为密度、速度、温度。

变量 $a,\ b,\ c,\ t$ 为拉格朗日变量。用拉格朗日观点来研究

流体，实质上是相当于跟踪流体中的质点。例如在无限大的流体中有一固体物在运动，近似地将此物视作一质点而研究它的运动状况。采用它初始时刻的坐标为 a, b, c, 随着时间的变化观察这一物体的位置，速度和加速度等是十分方便的。但是，如果我们要研究流场各不同点不同时刻的运动状况，那末要取得的 a, b, c, 就会有无穷多个，显然这是十分不便的，这种情况下应采用欧拉观点。欧拉法中研究的对象是空间的一些固定点 (x, y, z)，不同的时刻，不同的流体质点流过该点。我们有兴趣的只是该坐标点上的流体动力学参数，而不是那些质点本身。因此有

$$\left.\begin{aligned}\rho&=\rho(x,\ y,\ z,\ t)\\ \boldsymbol{v}&=\boldsymbol{v}(x,\ y,\ z,\ t)\\ T&=T(x,\ y,\ z,\ t)\end{aligned}\right\}。\qquad(1\text{-}1\text{-}5)$$

而 x, y, z, t 称为欧拉变数。

以上两种变数，即拉格朗日变数，欧拉变数，我们采用的是笛卡尔坐标，当然也可用其他任何坐标。

§1-2 拉格朗日变数与欧拉变数的相互转换

一、拉格朗日变数转化为欧拉变数

拉格朗日变数形式：

$$\left.\begin{aligned}x&=x(a,\ b,\ c,\ t)\\ y&=y(a,\ b,\ c,\ t)\\ z&=z(a,\ b,\ c,\ t)\end{aligned}\right\},\qquad(1\text{-}2\text{-}1)$$

$$\left.\begin{aligned}v_x&=v_x(a,\ b,\ c,\ t)\\ v_y&=v_y(a,\ b,\ c,\ t)\\ v_z&=v_z(a,\ b,\ c,\ t)\end{aligned}\right\}。\qquad(1\text{-}2\text{-}2)$$

由于坐标 x, y, z 和 a, b, c 之间能一一对应，故判别式

$$\Delta = \frac{D(x,y,z)}{D(a,b,c)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial y}{\partial b} & \frac{\partial z}{\partial b} \\ \frac{\partial x}{\partial c} & \frac{\partial y}{\partial c} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix} \neq 0 。 \tag{1-2-3}$$

当 $t=t_0$, $a=x$, $b=y$, $c=z$, $\Delta=1$ 时，解(1-2-1)式，求出 a, b, c 的值为

$$\left.\begin{aligned} a&=a(x,\ y,\ z,\ t) \\ b&=b(x,\ y,\ z,\ t) \\ c&=c(x,\ y,\ z,\ t) \end{aligned}\right\} \tag{1-2-4}$$

将其代入(1-2-2)式得欧拉变数

$$\left.\begin{aligned} v_x&=v_x(x,\ y,\ z,\ t) \\ v_y&=v_y(x,\ y,\ z,\ t) \\ v_z&=v_z(x,\ y,\ z,\ t) \end{aligned}\right\} 。 \tag{1-2-5}$$

二、欧拉变数转化为拉格朗日变数

已知欧拉变数具有(1-2-5)形式，如要找出具有拉格朗日变数(1-1-1)的形式就必须找出初始参数 a, b, c。而 t 是独立参变数，在已知点 x, y, z 处应有

$$\frac{dx}{dt}=v_x;\qquad \frac{dy}{dt}=v_y;\qquad \frac{dz}{dt}=v_z, \tag{1-2-6}$$

其中 v_x, v_y, v_z 值可用(1-2-5)中已知值代入，积分可得

$$\left.\begin{aligned} x&=x(c_1,\ c_2,\ c_3,\ t) \\ y&=y(c_1,\ c_2,\ c_3,\ t) \\ z&=z(c_1,\ c_2,\ c_3,\ t) \end{aligned}\right\}, \tag{1-2-7}$$

其中的 c_1, c_2, c_3 为任意常数。

将 $t=t_0$, $x=a$, $y=b$, $z=c$ 代入(1-2-7)式，就可以求得 c_1, c_2, c_3 为 a, b, c 的函数，于是得到拉格朗日变数方程(1-1-1)。

§1-3 随体导数和随位导数

一、随体导数

令 A 为某一分离出来的液团的水动力学参数（可为向量或标量），此值对时间的导数称为随体导数 A'_e。

现阐明如何在欧拉变数和拉格朗日变数中计算 A'_e 值。

1. 当 A 为欧拉变数的函数时，对于已分离定的液团，其坐标随运动规律的变化为时间的函数，即

$$x=x(t),\quad y=y(t),\quad z=z(t), \tag{1-3-1}$$

因此

$$A=A[x(t),\ y(t),\ z(t),\ t], \tag{1-3-2}$$

$$A'_e=\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial A}{\partial z}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial A}{\partial t}, \tag{1-3-3}$$

但(1-3-1)是液团运动方程

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v_x,\quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v_y,\quad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=v_z, \tag{1-3-4}$$

于是

$$A'_e=\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial A}{\partial x}v_x+\frac{\partial A}{\partial y}v_y+\frac{\partial A}{\partial z}v_z。 \tag{1-3-5}$$

在欧拉变数中我们常将 A'_e 写为 $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$。

2. 当 A 为拉格朗日变数时，$A=A(a,\ b,\ c,\ t)$ 对于已分离定的流团 $a,\ b,\ c$ 为定数，故有

$$A'_e=\frac{\partial A}{\partial t}。 \tag{1-3-6}$$

二、随位导数

在空间固定的某一坐标点上，不同时刻有不同的流团流经该点，而每一液团在该点上具有其水动力学参数A。在此给定的坐标点上，参数A是时间的函数。此给定点上参数A随时间的导数称为随位导数A_p'。

1． A为欧拉变数$A=A(x, y, z, t)$，因为x, y, z是已定点的坐标，故有

$$A_p'=\frac{\partial A}{\partial t}\ 。\tag{1-3-7}$$

2． A为拉格朗日变数$A=A(a, b, c, t)$。在不同时刻经过固定点P的不同液团具有不同的a, b, c值。但由于每一时刻过P点仅有一液团，故可写为

$$a=a(t),\ b=b(t),\ c=c(t)。$$

这样对固定点有

$$A=A[a(t), b(t), c(t), t],$$

故

$$\begin{aligned}A_p' &= \frac{\partial A}{\partial a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial A}{\partial b}\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}\\ &\quad+\frac{\partial A}{\partial c}\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial A}{\partial t}\ 。\end{aligned}\tag{1-3-8}$$

上式中尚需计算$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}$，$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}$，$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}$。由于已知是拉格朗日变数，因此(1-1-1)式应该是已知的。将(1-1-1)式对t求导数，由于x, y, z为已知点，故有

$$\left.\begin{aligned}0&=\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial x}{\partial b}\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial x}{\partial c}\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial x}{\partial t}\\0&=\frac{\partial y}{\partial a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial y}{\partial b}\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial y}{\partial c}\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial y}{\partial t}\\0&=\frac{\partial z}{\partial a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial z}{\partial b}\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial z}{\partial c}\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial z}{\partial t}\end{aligned}\right\}。\tag{1-3-9}$$

从上面三个线性方程式可以求出$\frac{da}{dt}$，$\frac{db}{dt}$，$\frac{dc}{dt}$的值，则

$$A'_p=\frac{\dfrac{D(A,\ x,\ y,\ z)}{D(t,\ a,\ b,\ c)}}{\dfrac{D(x,\ y,\ z)}{D(a,\ b,\ c)}}。\qquad (1\text{-}3\text{-}10)$$

§1-4 稳定运动和不稳定运动

在流体所占有的所有空间里的各个点上，如果所有的流体动力学参数A均和时间无关，则我们称此流动为稳定的流动，也就是随位导数为零，即$A'_p=0$。对欧拉变数$A'_t=\frac{\partial A}{\partial t}$，$\frac{\partial A}{\partial t}=0$，其中$A=A(x,\ y,\ z)$；对拉格朗日变数，有(1-3-10)式，因为$\Delta=\frac{D(x,\ y,\ z)}{D(a,\ b,\ c)}\neq 0$，故有$\frac{D(A,\ x,\ y,\ z)}{D(t,\ a,\ b,\ c)}=0$，$A=A(x,\ y,\ z)$。

如果流体所占有的全部空间或者其中一部分空间中的变数A随时间而改变，则称之为不稳定流动。应该指出稳定和不稳定与坐标系统的选择有关，同一流动在一种坐标系内是稳定的，但在另一种坐标系内可能不稳定。

§1-5 速度和加速度及流体运动方式

流体质点的速度就是质点的矢径对时间的随体导数，而加速度定义为速度向量对时间的随体导数。

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{r}'_t,\ \ \boldsymbol{a}=\boldsymbol{v}'_t=\boldsymbol{r}''_t。$$

如果以欧拉变数来表示流体运动，则有

$$v_x=v_x(x,\ y,\ z,\ t),$$
$$v_y=v_y(x,\ y,\ z,\ t),$$

$$v_z=v_z(x,\ y,\ z,\ t)。$$

加速度可按（1-3-3）式计算

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+v_x\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial x}+v_y\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial y}+v_z\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial z}。\qquad (1\text{-}5\text{-}1)$$

加速度在轴上投影为

$$\left.\begin{aligned} a_x&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_x}{\partial z}\\ a_y&=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial v_y}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_y}{\partial z}\\ a_z&=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_z}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_z}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\end{aligned}\right\}。\qquad (1\text{-}5\text{-}1')$$

如果以拉格朗日变数来表示流体运动，则有

$$x=x(a,\ b,\ c,\ t),$$
$$y=y(a,\ b,\ c,\ t),$$
$$z=z(a,\ b,\ c,\ t)。$$

按照（1-3-6）式计算，速度和加速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t},\ v_x=\frac{\partial x}{\partial t},\ v_y=\frac{\partial y}{\partial t},\ v_z=\frac{\partial z}{\partial t},\qquad (1\text{-}5\text{-}2)$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}=\frac{\partial^2 \boldsymbol{r}}{\partial t^2},$$

$$a_x=\frac{\partial v_x}{\partial t}=\frac{\partial^2 x}{\partial t^2},\ a_y=\frac{\partial v_y}{\partial t}=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2},\ a_z=\frac{\partial v_z}{\partial t}=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}。$$

（1-5-3）

一般地讲，研究流场（即空间点的速度、压强分布）用欧拉法较简单。由于我们研究的对象是水力机械中流体的运动场（是一种流动场），所以本书采用欧拉法来研究流体运动。

现在讨论流体运动的基本方式。通常把流团看作为质点，但实际上它应该是一个无限小的微体元。流体的微体元运动不象刚体运动，刚体运动可将其视为质心的运动再加上绕质心的转动，而流体则不然，它还要加上一个变形运动。

令 v_{x0}，v_{y0}，v_{z0} 表示某一瞬时 A 点(x, y, z)的速度，在同一瞬时和 A 点无限近的相邻点 $B(x+dx, y+dy, z+dz)$ 的速度可写为 $v_{x0}+dv_x$，$v_{y0}+dv_y$，$v_{z0}+dv_z$。

速度的增量 dv_x，dv_y，dv_z 可表示为

$$\left.\begin{aligned}
dv_x &= \frac{\partial v_x}{\partial x}dx + \frac{\partial v_x}{\partial y}dy + \frac{\partial v_x}{\partial z}dz \\
dv_y &= \frac{\partial v_y}{\partial x}dx + \frac{\partial v_y}{\partial y}dy + \frac{\partial v_y}{\partial z}dz \\
dv_z &= \frac{\partial v_z}{\partial x}dx + \frac{\partial v_z}{\partial y}dy + \frac{\partial v_z}{\partial z}dz
\end{aligned}\right\}。 \qquad (1\text{-}5\text{-}4)$$

将上式经过一些代数运算后可写为

$$\begin{aligned}
dv_x = &\left[\frac{\partial v_x}{\partial x}dx + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)dy\right. \\
&\left.+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)dz\right] \\
&+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)dz-\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}-\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)dy\right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dv_y = &\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)+\frac{\partial v_y}{\partial y}dy\right. \\
&\left.+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)dz\right] \\
&+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}-\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)dx-\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}-\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)dz\right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dv_z = &\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)dx\right. \\
&\left.+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)dy+\frac{\partial v_z}{\partial z}dz\right] \\
&+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}-\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)dy-\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)dx\right]。
\end{aligned}$$

引入下列符号

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}=\varepsilon_1,\quad \frac{\partial v_y}{\partial y}=\varepsilon_2,\quad \frac{\partial v_z}{\partial z}=\varepsilon_3\ ;\tag{1-5-5}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial z}=\theta_1,\quad \frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}=\theta_2,\quad \frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}=\theta_3,$$

同时记入速度旋度的定义为

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}=\boldsymbol{i}\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}-\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)+\boldsymbol{j}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)$$
$$+\boldsymbol{k}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}-\frac{\partial v_x}{\partial y}\right),$$

可以得到

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}v_x&=\frac{\partial \Phi}{\partial(\mathrm{d}x)}+\left(\frac{1}{2}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}\times\mathrm{d}\boldsymbol{r}\right)_x\\ \mathrm{d}v_y&=\frac{\partial \Phi}{\partial(\mathrm{d}y)}+\left(\frac{1}{2}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}\times\mathrm{d}\boldsymbol{r}\right)_y\\ \mathrm{d}v_z&=\frac{\partial \Phi}{\partial(\mathrm{d}z)}+\left(\frac{1}{2}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}\times\mathrm{d}\boldsymbol{r}\right)_z\end{aligned}\right\},\tag{1-5-6}$$

其中向量 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}x+\boldsymbol{j}y+\boldsymbol{k}z$ 为 A 点的位置矢径，而函数

$$\Phi=\frac{1}{2}\,\varepsilon_1(\mathrm{d}x)^2+\varepsilon_2(\mathrm{d}y)^2+\varepsilon_3(\mathrm{d}z)^2$$
$$+\theta_1\mathrm{d}y\mathrm{d}z+\theta_2\mathrm{d}z\mathrm{d}x+\theta_3\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

从（1-5-6）式可看出某液体质点 A 的速度增量 $\mathrm{d}\boldsymbol{v}$ 由两部分组成，第一部分是由函数 Φ 对于该点位置增量的偏导数，称之为变形速度。可以证明，如果 A 点液团是一个球体，经变形运动后形状变为椭圆体[1]。由于这一速度可写成某一函数 Φ 的偏微分形式，我们称 Φ 为变形势函数。变形速度是有势的。

由于 $v_x=v_{0x}+\mathrm{d}v_x$，所以我们可得出任一点的速度均由三部分速度组成，即

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2,$$

式中的 $\boldsymbol{v}_0$ 为平移速度，等于微团质心的速度，$\boldsymbol{v}_1=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$ 为旋转