

● 研究生教材 ● 研究生教材

模糊理论及其应用

刘普寅 吴孟达 编著



模糊理论及其应用

刘普寅 吴孟达 编著

国防科技大学出版社
• 长沙 •

图书在版编目(CIP)数据

模糊理论及其应用/刘普寅,吴孟达编著. —长沙:国防科技大学出版社, 1998. 11

ISBN 7-81024-498-1

I . 模糊理论及其应用

II . 刘普寅 吴孟达

III . 模糊数学—教材

N . O159

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4555681 邮政编码:410073

E-mail:gfkdcbs@public. cx. hn. cn

责任编辑:石少平 责任校对:黄八一

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张:13.25 字数:332千

1998年11月第1版第1次印刷 印数:1-3000册

*

定价:18.00 元

序 言

30余年来模糊理论有长足发展，在工业过程控制等众多方面有成功的应用。模糊逻辑还同神经网络等学科的相互结合形成了有着光辉前景的新分支——软计算(soft computing)。

本书系统介绍了模糊数学的基本理论，不仅讨论了模糊模式识别、模糊规划、模糊聚类分析以及模糊控制等的原理与方法，而且对模糊神经网络、模糊可靠性理论以及模糊信息处理做了扼要的介绍。

该教材根据工科研究生的学习特点，不仅对基本概念的介绍有一定深度，而且在每个论题的讨论之后对于相关课题的发展动向以及有待解决的问题做了补充，相信这样会开拓学生的视野。本书的出版将会吸引更多的大学生与工科研究生投入到模糊理论及应用的学习和研究中，这也是作者们编著这一本针对较高层次的工科学生教材的初衷。

国防科技大学在模糊理论与应用方面已做了许多很好的工作，这些成果在书中也有所体现。

应作者之邀为本书的出版写几句话，一方面是对他们编著工作的一种肯定，同时也是希望有更多的青年来共同努力把这一事业推向更高的发展阶段。

中国科学院院士 刘应明
1998年8月

前　言

模糊数学发展到今天,不仅积累了非常丰富的理论成果,而且其应用几乎涉及自然科学与社会科学的各个领域。特别是近年来模糊理论又同神经网络,知识工程,遗传算法以及可靠性理论等学科的相互结合形成了几类具有广阔前景的研究新领域;在应用上各种模糊芯片、模糊技术开发工具等模糊硬件和模糊软件产品的相继出现,预示着一种全新的模糊技术产业的崛起。模糊技术将成为新世纪的核心技术,这一技术也为越来越多的科技工作者与企业家所重视,所以很多的高等院校在研究生和高年级大学生中开设了模糊数学课程,这对模糊数学的加速发展无疑具有十分积极的意义。

我校从1994年起在全校工科博士生中开设了模糊数学课程。作为这一课程的教材,内容上要比工科硕士生教材更深入,但又不像模糊数学专业教材那样太侧重于理论研究。在书稿的写作过程中,我们从一开始就注意收集国内外现存教材的各种资料以及近期出版的相关文献,尽量使读者在学习模糊数学基本理论的同时,可以了解模糊技术在工程应用领域的发展前沿,并为读者在相应领域的进一步研究打下基础。

具体说来本教材具有以下的特点:

第一,在内容安排上,首先介绍模糊理论的基本概念,包括模糊集及其运算,模糊性的度量,几类实际中常用的模糊集以及作为扩展模糊集运算的基本工具——三角模算子;再系统讨论模糊理论基本的研究技术,即分解定理,扩展原理与表现定理;在此基础上对模糊关系、模糊关系方程、模糊逻辑系统以及模糊测度论等内容进行研究。

第二,结合博士生的学习特点,在每章的最后,不仅介绍了基

本理论在工程领域中的应用研究，而且对于本章论题的最新发展动向做了扼要的介绍。这样，读者在学习基本理论的同时，对相关课题的研究前沿也有所了解。

第三，为了给读者对相关论题的进一步研究提供方便，每章都以较大的篇幅介绍各自领域的近期文献。

第四，作为教材，在基本理论的章节之后都精选一定数量的习题。

本书主要面向工科博士生，也可作为硕士生，高年级大学生以及从事相关研究的科技工作者的参考书。它的出版若能使该领域的学者有所裨益，特别是把更多的年轻一代吸引到该学科的研究中，编著者将会感到莫大的欣慰。

刘应明院士在百忙之中为本书作序，汪浩教授审阅了全部书稿，使本书生辉，给作者以极大的鼓舞。另外，本书得到了国防科技大学研究生院的资助，以及曾砥平，郭湘宏，张序君，邓必雄，还有出版社同志们的无私帮助，在此一并致谢。

由于作者们才疏学浅，错误在所难免，诚望读者批评指正。

作者

1998年9月

内 容 简 介

本书系统介绍了模糊理论的基本内容,包括模糊集及其运算、模糊性的度量、隶属函数的确定方法、分解定理、扩展原理、表现定理,同时对模糊关系、模糊关系方程、模糊逻辑系统以及模糊测度论等论题也做了详尽的讨论;在应用方面,不仅对模糊模式识别、模糊优化、模糊聚类、综合评判以及模糊控制等进行了全面介绍,而且对模糊神经网络,模糊可靠性理论等模糊数学应用的最新发展做了论述。

本书是国防科技大学“九五”重点教材,主要对象是工科博士生,也可供硕士生,高年级大学生以及科技工作者参考。

DUG99/01

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1.1 模糊现象与模糊概念	(1)
§ 1.2 模糊数学的产生与发展	(3)
§ 1.3 模糊系统	(6)
参考文献	(8)
第二章 模糊集合基础	(9)
§ 2.1 模糊集合及其运算	(9)
§ 2.2 三角模算子	(17)
§ 2.3 几类常用的模糊集	(22)
§ 2.4 模糊性的度量	(35)
§ 2.5 隶属函数的确定方法	(46)
§ 2.6 模糊模式识别	(62)
§ 2.7 补充与问题	(73)
参考文献	(85)
第三章 模糊集合的分解定理与扩展原理	(88)
§ 3.1 模糊集合的分解定理	(88)
§ 3.2 集合套与表现定理	(98)
§ 3.3 模糊数的表现定理	(106)
§ 3.4 扩展原理	(111)
§ 3.5 模糊数的四则运算	(124)
§ 3.6 模糊规划	(134)
§ 3.7 补充与问题	(148)
参考文献	(157)
第四章 模糊关系及其在聚类分析中的应用	(160)
§ 4.1 模糊关系及其运算	(160)

§ 4.2 模糊等价关系	(168)
§ 4.3 模糊矩阵	(176)
§ 4.4 模糊聚类分析	(184)
§ 4.5 模糊综合评判	(194)
§ 4.6 补充与问题	(201)
参考文献	(209)
第五章 模糊关系方程	(213)
§ 5.1 模糊关系方程的性质	(213)
§ 5.2 Tsukamoto 方法	(221)
§ 5.3 简化模糊矩阵法	(228)
§ 5.4 W—路径法	(238)
§ 5.5 取大—乘积型模糊关系方程	(245)
§ 5.6 补充与问题	(253)
参考文献	(260)
第六章 模糊逻辑系统	(264)
§ 6.1 模糊命题与模糊逻辑公式	(265)
§ 6.2 模糊公式的化简	(273)
§ 6.3 模糊逻辑函数的分析合成	(285)
§ 6.4 模糊语言	(290)
§ 6.5 模糊推理	(294)
§ 6.6 模糊控制理论	(303)
§ 6.7 补充与问题	(314)
参考文献	(323)
第七章 模糊测度理论	(326)
§ 7.1 准测度及其性质	(326)
§ 7.2 模糊测度	(336)
§ 7.3 模糊积分	(343)
§ 7.4 可能性理论	(350)

§ 7.5 模糊事件与模糊概率	(358)
§ 7.6 模糊可靠性	(365)
§ 7.7 补充与问题	(373)
参考文献	(380)
第八章 模糊神经网络	(385)
§ 8.1 前向 FNN	(386)
§ 8.2 有反馈的 FNN	(395)
§ 8.3 前向 FNN 的逼近性能	(400)
§ 8.4 总结	(402)
参考文献	(403)
附录 A 符号说明	(408)
附录 B 名词索引	(409)

第一章 绪 论

在这一章，我们将介绍同模糊数学的产生与发展有关的背景材料。这对今后系统地学习模糊理论以及用该理论来解决工程实际问题都是非常重要的。

§ 1.1 模糊现象与模糊概念

长期以来，人们对于客观事物的认识习惯于追求其精确性或者清晰性。一个命题要么是真，要么就是假，而元素与集合之间的关系不是属于就是不属于，界限分明，毫不含糊。实际中对于一个动态系统的处理方法是，找出影响此系统变化的主要因素，忽略一些次要的因素，用相应的精确数据（尽管是测量近似值）来建立起反映其主要性质的数学模型。然而，对于许多的实际问题，上述的做法可谓是一厢情愿，主要因素与次要因素的标准是什么？所获取数据的误差对模型的建立有多大的影响？建模时因素取舍的依据是什么？等等。如果这些问题得不到合理的解决，则用建模方法得到的解往往与实际不符，更何况对于有些实际问题，根本就无法建立起相适应的数学模型呢！

著名理论数学家 E. Borel 在他的一本关于概率论的专著^[1]中，研究了一个古典的希腊悖论：一粒种子肯定不构成一堆，两粒也不能，……，但另一方面，人们自然同意一亿粒种子肯定构成一堆，那么这个适当的界在哪里呢？是不是可以说 325647 粒种子不是一堆，而 325648 粒种子就构成一堆？

这个问题在今天来讲，“一堆”是一个模糊集合，处理的手段就不能用古典的数学方法。Borel 当时为了解决这个问题，他就不同的种子粒数(n)向被调查者询问：“ n 粒种子是否构成一堆？”回答“构成一堆”的比例就应是事件 $A = “n”$ 粒种子构成一堆”的概率。很明显，这里的 A 已不是通常意义上的集合，而是模糊集合，Borel 这里所用的方法就是我们今天定义模糊集合隶属函数的主要方法之一。

模糊集合是对模糊现象或模糊概念的刻划。所谓模糊现象就是没有严格的界限划分而使得很难用精确的尺度来刻划的现象，而反映模糊现象的种种概念就称为模糊概念。正像随机现象一样，在自然界和人们的日常生活中，存在着大量的模糊现象和模糊概念。例如我们经常见到的天气现象：晴天，多云，阴天，小雨，大雨等，都是模糊现象(概念)。模糊数学就是从量上来研究和处理模糊现象的一门数学学科。

人脑作为认识和改造客观世界的主体，它对于自然现象的反映往往都是模糊的。还是以天气现象为例，人们对于“下雨”这一现象，通常用“绵绵细雨”，“小雨”，“中雨”，“大雨”等概念来描述雨量的大小。那么到底什么样的雨是“大雨”，什么样的雨又是“绵绵细雨”……，都是很难说清楚的，它们之间没有严格的界限，所以这是一种模糊划分。由此看来，模糊性同随机性一样也是一种不精确性，是事物本身所固有的特性。那么模糊性与随机性在反映事物的不精确性方面是不是就完全一样的呢？

我们知道，质和量是任何事物的两个侧面。客观世界中，事物在质的表现上具有确定性和不确定性，这种属性反映在量的方面即可使得研究量的数学科学有如下的划分：

量 $\left\{ \begin{array}{l} \text{确定性的量(经典数学的研究领域)} \\ \text{不确定性的量} \left\{ \begin{array}{l} \text{随机性的量(概率统计的研究领域)} \\ \text{模糊性的量(模糊数学的研究领域)} \end{array} \right. \end{array} \right.$

概率统计与模糊数学均来自于客观实际,它们都摆脱了经典数学的确定性,反映出了物质世界具有不确定性的一面。然而,这两门学科所反映的概念和性质是截然不同的,各自的出发点也不一样。概率统计所研究的是涉及一个事物是否发生的不确定性以及与之相关的量的规律,它摆脱了“一因一果”的因果决定性,反映出了事物“一因多果”的随机性;而模糊数学所研究的是涉及事物本身所固有的不精确状况,摆脱了“非此即彼”的精确性,反映了事物之间由于差异的中间过渡性所引起的划分上的不确定,而使得概念外延的不分明性,也就是“亦此亦彼”的模糊这样一种性质。为了更清楚地区分随机性与模糊性,我们来考虑下面三个事件:

1. 投掷一枚硬币,记 $A = \text{“硬币正面朝上”}$;
2. $\tilde{A} = \text{“张三是胖子”}$;
3. $\tilde{B} = \text{“明天天气会很冷”}$ 。

很明显,事件 A 可能发生,也可能不发生,同样的原因,其结果是不确定的,所以 A 是一个随机事件;对于 \tilde{A} ,虽事实摆在面前,但“胖子”这一概念不好从身高与体重上来严格地加以区分而呈现出不确定性, \tilde{A} 是一个模糊事件;事件 \tilde{B} 的情形不同于 A 与 \tilde{A} ,它含有两重不确定性,首先,“天气很冷”是一个模糊事件,其次是到明天这一模糊事件是否发生又是不确定的,这类事件称为随机模糊事件。对于后两类事件的系统研究是模糊数学的主要任务。

§ 1.2 模糊数学的产生与发展

同任何新学科的产生一样,模糊数学也是客观实际发展的必

然,而为其做出奠定性贡献的是美国控制论专家 L. A. Zadeh,他于 1965 年在杂志 *Information and Control* 上的著名论文^[15]标志着模糊理论的产生。

L. A. Zadeh 在 20 世纪 50 年代从事工程控制方面的研究,在最优检测领域做出了出色的工作。60 年代起,其研究转向多目标决策。长期以来,围绕着检测、决策、控制及其有关的一系列问题的研究,使 Zadeh 逐渐意识到了传统数学的局限性。他指出,“在人类知识领域里,非模糊概念起主要作用的唯一部门是古典数学,一方面,这使数学具有其它学科所无法比拟的力量,一种美和广泛性;而另一方面,却也限制了它在模糊性起显著作用的领域里的应用,特别是人文系统,这是人类的判断,感觉和情绪起重要作用的领域。”“如果深入研究人类的认识过程,我们将发现人类能利用模糊概念是一种巨大的财富而不是负担,这一点是理解人类智能同机器智能之间深奥区别的关键。”

人们可以对于像时间、长度、质量等物理量进行精确测量,但无论什么尺子或天平都不能测量出人们对于商品的满意程度,或断定某人是否为“胖子”,因为这些都是与模糊现象相联系的模糊量,它们是无法进行精确测量的。这是经典数学处理模糊现象的根本障碍。

人脑对于复杂的客观世界具有一种天赋的模糊测量本领,即使刚懂事的小孩也能区分清楚像“大个子”、“胖子”、“小个子”等模糊概念。模糊数学的主要内容之一就是从数学上来刻划和研究人脑的这种功能和特性。

模糊概念可以用模糊集合来表示^[15],Zadeh 正是意识到了这一点,才使他得以从量上来描述模糊现象,并以之为突破点而建立起研究模糊现象的基本理论,从而使数学在具有模糊性的领域里也能发挥其独有的作用。

模糊理论一产生就在数学领域本身以及许多的实用领域里得

到了广泛的应用。到 20 世纪的 90 年代,已经形成了具有完整体系和鲜明特点的模糊拓扑学^[6,10],框架日趋成熟的模糊随机数学^[9,11,16],模糊分析学^[5,13,14],以及模糊逻辑理论^[7,8]。另外模糊代数理论虽公开出版的专著较少,但相关的论文却非常丰富,读者可以从“Fuzzy Sets and Systems”、“Journal of Fuzzy Mathematics”、“BUSEFAL”以及国内的“模糊系统与数学”、“模糊数学”等专业杂志上查阅到该领域的部分文献。这些理论的形成与发展无疑极大地丰富和完善了模糊数学的内容。

模糊数学在实际中的应用几乎涉及到了国民经济的各个领域及部门。农业、林业、气象、环境、地质勘探、医学、军事、社会治安等等,都有模糊数学广泛而又成功的应用。下面主要来介绍其在人工智能领域里的应用。

模糊技术将成为新世纪的核心技术,它对于新一代智能计算机的研制将起到关键的作用。从历史上看,计算机科学与模糊数学的发展可谓息息相关。从 20 世纪 40 年代中期的第一台电脑发展到今天的超大型并行计算机,其中的每一个阶段,人们都在逐步地使计算机能代替人类而解决更加复杂的问题,计算机在模仿人脑的思维方面取得了很大的成功,从解决图论中的四色问题到今天电脑能在棋盘上与人脑相抗衡的事实,足可以证明计算机智能化的程度。然而,从另一方面看,计算机在模仿人的思维判断方面的“智力”又是很低的。例如,即使三岁的小孩在遇到“六十岁的老大爷”与“十八岁的少女”时,也能分辨出谁是“爷爷”,谁是“阿姨”,可是,现代计算机对此却是无能为力。究其原因,上述的“四色问题”,“行棋招法的最优选择”等均属于“非此即彼”的确定性现象,而人年龄的“老”与“年轻”等则是模糊现象。计算机对于模糊问题的处理能力还是非常有限的。

要实现智能化,机器除有高速度的算术和逻辑运算功能外,还需要有进行定性分析、综合判断、模式识别、自组织学习、自然语言

处理等方面的能力。将二值逻辑进行模糊推广而建立的模糊逻辑接近人的形象思维方式，非常适合定性分析与推理，同时具有较强的处理自然语言的能力，所以如何在模糊逻辑基础之上建立起计算机的软硬件技术是实现机器智能的关键。虽然进入 90 年代以来这个方面的研究已经取得了丰富的成果，并且出现了性能优良的模糊芯片，甚至智能推理机，但还有许多实质性的问题有待广大相关领域的学者的共同努力。

模糊数学从其产生到今天，经过了 30 余年的发展壮大，不仅在理论上具有非常丰富的内容，而且其应用几乎遍及自然科学、社会科学和工程技术的各个领域，各种模糊技术成果和模糊产品也逐渐从实验室走向社会并取得了显著的社会效益。在即将到来的 21 世纪，模糊理论和模糊技术对于人类社会的进步必将发挥其更大的作用。

§ 1.3 模糊系统

实际问题的求解往往最后归结为建立一套规则，使得只要给定一组已知的信息，就可得出相应的求解结果，即设计一个合适的自动求解系统。目前的计算机还不能像人脑那样去思维、推理和判断，只有在给定准确的信息之后，计算机才能做出相应的判断。然而根据不相容原理，当一个系统的复杂性增加时，使之精确化的能力则会降低，并且达到一定的阈值后，精确性与复杂性相互排斥。此时精确建模方法是失效的。人脑却不存在这样的问题，它可以在只已知部分、甚至不全对的信息情况下进行分析判断。为了使所建立的求解系统具有类似的功能，模糊技术是其中最关键的因素。模糊系统就是以模糊规则为基础而具有模糊信息处理能力的动态模型。与普通的系统比起来，模糊系统具有下面几个方面的优点：

1. 能将人的经验、知识等用适合计算机处理的形式表现出来；

2. 可以建立描述人的感觉、语言表达方式以及行动过程的模型；

3. 能模拟人的思维、推理和判断过程；

4. 压缩信息。

作为模糊系统基础部分的模糊规则，常采用“*If…then…(若…则…)*”的形式，它可以用来表示专家的经验、知识等。例如对于空调的制冷控制，专家经验可表示为下列的模糊规则：

若(*If*)气温凉，则(*then*)马达转速置于慢档上；

若(*If*)气温合适，则(*then*)马达转速置于中档上；

若(*If*)气温热，则(*then*)马达转速置于快档上。

当然还可根据实际情况进行细分。这里气温的“凉”、“合适”、“热”，以及马达转速的“慢档”、“中档”和“快档”都是模糊集，而不是具体的数值。

模糊规则的表现方式自然，从而容易获取专家经验。计算机的运算结果也能表示成模糊规则，容易被人理解。

模糊逻辑推理也是模糊系统必不可少的部分，它主要是通过模糊关系的相互合成来实现，max-min 合成是目前最常用的合成方法。模糊推理的主要作用是从数条同时起作用的模糊规则中，按并行处理方式产生对应于模糊输入的模糊输出量。

去模糊化过程是模糊系统将输出结果转化为可执行步骤的最后一步。

有关模糊系统在控制中的应用将在本书第六章做系统的介绍。

从数学上讲，模糊系统可以视为一个输入—输出的映射关系，而且这一系统可以作为连续函数的通用逼近器，有关这一论题的系统研究读者可参见文献[2—4]。