博士丛书

# 二层系统最优化理论

王先甲　冯尚友　著

科学出版社

博 士 丛 书

# 二层系统最优化理论

王先甲 冯尚友 著

国家教委博士学科专项科研基金资助

科 学 出 版 社
1995

（京）新登字 092 号



## 内 容 简 介

在现代决策问题中，存在大量具有递阶层次特性的系统，其中二层系统是最典型的递阶层次系统. 本书研究了二层单目标和二层多目标决策系统的一系列基本理论问题. 对二层单目标决策系统，主要讨论了二层线性规划、二层凸规划、二层李普希兹规划和二层拟可微规划的基本概念、性质、各种微分表示和最优性条件等问题；对二层多目标决策系统，讨论了多目标决策偏好最优解的基本概念和有关问题，以及二层多目标决策系统的基本性质、集值函数的微分表示和最优性条件等问题.

本书可供系统工程、运筹学、应用数学和决策管理科学的大学生、研究生以及这些专业范围和管理部门的科技人员参考使用.

二层系统最优化理论

王先甲　冯尚友　著

责任编辑　林鹏

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行，各地新华书店经售

*

1995年7月第 一 版　　开本 850×1168 1/32

1995年7月第一次印刷　　印张 8

印数：1—1200　　字数：203 000

ISBN 7-03-004644-7/O·796

定价：12.80元

# 序

环顾当今世界，国家的发达，民族的振兴，无一例外地离不开科学技术的推动作用。年轻博士们历来是科技队伍中最活跃、最富创造性的生力军。他们的科研成果是学科发展强有力的推动力量，是体现一个国家高层次教育水平和科研水平的窗口。为了系统地反映年轻博士们的科研成果，促使他们的快速成长，加强国际国内的学术交流，在老一辈科学家的热心支持下，科学出版社决定出版一套《博士丛书》。

我们的指导思想是突出本丛书的学术性、创造性、新颖性、先进性和代表性，使之成为所有青年博士平等竞争的学术舞台和优秀科研成果的缩影。

这套丛书以专著为主，并适时组织编写介绍学科最新进展的综述性著作。它将覆盖自然科学各个领域，是一套充分体现我国青年学者科研成果和特色的丛书。

丛书编委会将在由著名科学家组成的专家委员会指导下开展编辑工作。本丛书得到了国家自然科学基金委员会和全国博士后管理协调委员会的特别资助。在此我们深表谢意。

《博士丛书》编委会

一九九三年十月

国家自然科学基金委员会资助

中国博士后科学基金会资助

# 目　录

# 第一章 绪 论

## 1.1 引 言

迄今为止，已有数以万计的文献研究大系统的理论及其应用.尽管至今尚无一个被公认的大系统定义，但众多学者公认大系统具有若干特性[1-3]，诸如高维性、层次性、多目标性等.研究大系统的绝大多数文献都是把问题描述成一个可分离的数学规划或最优控制模型.由于这种模型的数学特性，使得求整个问题的最优解可以转化成求若干个维数较低问题（子系统）的最优解.但是，子系统之间的关联性，协调过程是必须的，因此在协调过程中引入一个协调变量，这个变量被看作为上一层的决策变量[2,4-7].显然，这种方法主要是从计算的角度来考虑问题的，它用以克服高维问题所带来的困难.这种实用性的观点一直主导着大系统这一学科的发展.实际上这种大系统模型不能明确地描述具有层次结构的决策问题.因此，可以认为它不是实际中一般层次系统所描述的形式，因为上层决策变量可能并不是在协调过程中引入的协调变量，而且不同的协调方法有不同的协调变量[2,4,5].

在以往对大系统的研究模式中，均以研究算法为主[4,5,8]，很少注意研究这些算法的理论基础.对大系统的这种服务于实用的研究一直超前于对它的基础理论的研究.近年来，在大系统的研究中，出现了反映多目标特性的模型及其求解方法，这种大系统方法与多目标理论相结合的研究方式正在成为大系统研究的发展趋势[9-14].目前研究的这种大系统多目标模型也具有分离形式，同样也不能从本质上反映系统的层次性，并且主要是研究寻找Pareto最优解的算法，对一般偏好最优解则无能为力.这些算法的理论基础更需要进一步地研究.基于这些原因，本书选择了具

有实际层次特性的系统（有不同层次的决策变量）作为研究对象，在各种条件下，讨论它的基本性质和最优性条件等理论问题.

对一般层次递阶系统进行研究是一个过于广泛的问题，我们把本书研究的范围限制在二层系统上. 二层系统虽然是一种特殊的层次递阶系统，但它是一种基本的典型的二层系统. 实际上，任何高层递阶系统都是一系列二层系统的复合[15~17]. 迄今研究二层系统单目标的文章可能不超过三十篇，其中研究基本性质的最优性条件等基本理论的文章也不过十余篇左右，并且都是在较强的条件下进行讨论的. 而研究二层系统多目标决策的文献就更少，但主要研究一些特殊形式和具体应用.

值得指出的是本书虽然是为了克服传统大系统研究中的某些不足，选择了二层系统最优化为研究对象，但这些研究的结果只能部分地适用于传统大系统研究中的问题. 因为在本书二层系统的最优化问题的研究中，没有考虑同级子系统之间的联系. 如果考虑这种联系，下层问题（多于两个子系统）实际上是一个带参数的多人对策问题. 我们不准备研究这种具有对策性质的问题. 事实上，在传统大系统的研究中，对分解后的多个子系统求最优解也是一个多人对策问题，子系统之间的联系反映着这种对策性质. 大系统方法在处理这种问题时，首先不顾子系统之间的联系，将各子系统作为独立的规划问题或控制问题进行求解，然后通过协调过程检验子系统之间的联系是否满足，正因为这一点，我们有理由怀疑这种处理方法的理论依据是不充分的.

## 1.2 递阶系统的历史透视

具有上、下层次关系的结构称为递阶，一切管理系统都具有递阶特征. 递阶系统的决策行为在满足上层控制的条件下，实现自己的利益，各层的决策行为影响自己同时也影响整个系统. 人类行为的组织管理形式就是递阶系统最基本的原形，在人类社会开始有组织地进行社会实践时就形成了递阶形式的管理系统. 中

国唐代著名文学家、思想家柳宗元在他杰出的政治论文《封建论》中这样描述了人类社会组织管理递阶系统的形成过程[18]："……，彼其初与万物皆生，草木榛榛，鹿豕狉狉，人不能搏噬，而且无羽毛，莫克自奉自卫，荀卿有言，必将假物以为用者也. 夫假物者必争，争而不已，必就其能断曲直者而听命焉. 共智而明者，所伏必众，告之以直而不改，必痛之而后畏；由是君长刑政生焉. 故近者聚而为群. 群之分，其争必大，大而后有兵有德. 又有大者，众群之长又就而听命焉，以安其属，于是有诸侯之列. 则其争又有大焉. 德又大者，诸侯之列又就而听焉. 以安其封，于是有方伯、连帅之类. 则其争又有大者焉. 德又大者，方伯、连帅之类又就而听命焉，以安其人，然后天下会于一. 是故有里胥而后有县大夫，有县大夫而后有诸侯，有诸侯而后有方伯、连帅，有方伯、连帅而后有天子. 自天子至于里，其德在人者，死必求其嗣而奉之. 故封建非圣人意也，势也". 容易看出人类社会的这种递阶管理系统是人类历史发展的必然. 在解决人们社会生活中不同大小的争议问题的过程中，产生了不同层次的权威，由这种不同层次的权威形成和维持了人类社会管理系统的递阶结构. 事实上，在工业革命以前，人类社会管理系统的这种递阶性一直是靠权威和权力维持的[19]，权威代替了决策过程和保证了决策的实施. 在柳宗元看来，人类社会管理系统递阶结构的合理构成应该是善于对不同大小的问题作出决策或裁决的"德者"成为递阶系统不同层次的决策者. "德"愈大，所在的层次愈高，但他没有勉强地说"德"者作出的决策或裁决是最好的. 虽然"德者"的决策没有明确定量的优化概念，但可以相信，其决策行为至少从主观上反映了决策者希望达到某种理想，然而系统的实际行为很可能并不在决策者所希望的理想之中. 当今各种社会形态的组织管理系统仍具有递阶性，这种递阶性大多是在法律和民主政治下维持的，不同层次的决策者必须在一定的法律和民主政治制度下作出决策，相对减弱了个人权威的作用，不同层次决策者的决策行为仍然只是从主观上反映了希望达到的理想而实际上可能并非如

此，仍然是一种凭经验和知识的定性决策．在大量具有层次性的国家管理问题中，只有很少几个问题引入了定量的最优决策的概念[20–23]．随着科学技术的发展，生产过程越来越复杂，大量现代生产管理系统都具有递阶性．这种递阶系统的决策很少依赖于权威和民主政治，而主要是依靠科学决策，科学决策使决策者的愿望与系统的实际行为达到统一成为可能，在具有递阶性的现代生产管理系统中明确地引入了最优决策的概念．

## 1.3 文献综述

本书研究的问题是二层系统最优化的理论．这里综述与本书有关领域的研究状况．

### 1.3.1 单层最优化

人们发现数学语言是描述把“一件事情做好”的有效语言，实际问题的数学化需要抽象与简化．通过对实际问题本质的认识，人们发现可以用一个或一组指标来反映所办事情的效果．为了对效果作定量分析，可以考虑用函数关系描述这些指标．显然，描述这些指标的函数关系取决于决策行为．无疑决策行为受主观和客观各种因素的制约，用函数关系描述这些约束条件也是作定量分析必须的．为了寻找“最好”的决策行为，还需有描述效果好坏的标准．对用一个指标反映所办事情效果的问题，自然想到用描述这个指标的函数值的大小衡量效果的好坏；对用一组指标反映所办事情效果的问题，衡量方法则要复杂很多．因为这时效果用一组函数值（向量）描述，即使向量比较大小的方法按实数比较大小的方法作自然推广，也不能对任何两个不同的向量比较大小．前者被描述成单目标优化问题；后者被描述成多目标优化问题．

#### 1.3.1.1 单层单目标优化

单目标优化问题是在决策行为（决策变量）的可能范围内寻

找某决策行为使得描述效果的指标函数的值极小（或极大）．当决策变量无约束或约束用一组等式给出时，且所有函数连续可微，由费马定理和 Langrange 乘子法可知，最优决策是某个函数的零点[23,24]．有很多求函数零点的方法可以用来确定最优决策[25]．当决策变量的约束用不等式描述时，问题就复杂了．最简单的情况是所有函数是线性的，这就是线性规划，实际上，线性规划这种描述问题的形式在工业革命开始就提出来了，它是追求最大利润的大工业生产管理问题的一种较好的最简单的描述形式[26]，不过它的求解方法一直到 1947 年才被发现[27]．在此之前，人们花了很大的气力研究线性不等式系统[28,29]，线性不等式系统的理论为 Dantzig 提出单纯形法提供了理论依据．Dantzig 提出的单纯形法为求解线性规划问题提供了十分有效的方法．从此，线性规划的理论和应用得到了很快的发展[30—33]．当构成优化问题的函数（目标函数和约束函数）为非线性时，问题称为非线性规划．对于约束只有不等式的非线性规划问题，John 率先得到了最优解的必要条件[34]．后来，Mangasarian 和 Fromovitz 将 John 条件推广到了约束为等式和不等式兼有的情况[35]．但这些结果有一定的局限性，Kuhn 和 Tucher 得到了非线性规划较完善的最优性条件，即 Kuhn-Tucher 条件[36]．以这些工作为基础，非线性规划已发展成为一个较为完整的学科[37—40]．由于已有一些完善的算法，使得非线性规划广泛地用于实际[41,42]．

以上文献都是以构成优化问题的诸函数连续可微为基本假定的．对于不可微函数，这些最优性条件是不适用的．不可微最优化是与本书研究相关的重要领域之一，这里对它也作一些综述．不可微函数是一种十分广泛的非线性函数类，对它进行分类讨论是必要的．凸函数是一种在很多方面保留线性函数性质并含有大量不可微函数的非线性函数类．为研究由凸函数构成的优化问题，60 年代发展了凸分析这一研究领域[43]．凸分析对可微函数的一些分析概念向凸函数作了推广，其中方向导数和次微分的概念在研究凸规划（目标函数和约束约束函数均为凸函数）问题中发挥了重

要作用[43-47]. 在这些概念下，对凸规划可以得到类似于连续可微情况的最优性条件. 研究凸规划的另一种有效方法是可行方向法，这种方法对可微和不可微凸规划都有效[48-56].

另一类重要的含有大量不可微的函数类是 Lipschitz 函数类. 早在一百多年前，这种函数在研究微分方程的稳定性问题时就提出来了[57]，但直到本世纪 70 年代才被用于最优化的研究[58]. Clarke 针对 Lipschitz 函数的特点提出了类似于凸函数的方向导数和次微分的概念——广义方向导数和广义微分. 这些概念为建立 Lipschitz 规划的理论奠定了基础[59,60,61]. 虽然关于 Lipschitz 函数的研究没有象凸函数分析一样形成一个学科，但由于 Lipschitz 规划在最优 化研究中的地位显得越来越重要，近年来有许多文献研究 Lipschitz 函数及其性质[62-70]. 利用广义微分的概念，Lipschitz 规划也得到了类似于连续可微非线性规划情况的最优性条件[71-73].

本书涉及的另一类不可微函数是拟可微函数. 这种函数是由前苏联学者 Demyanov 等在 70 年代提出的[74,75]. 国际数学规划杂志（《Mathematical Programming》）为此在 1986 年出了一份专辑[76]. 对这种函数，在定义它的同时引入了拟微分的概念. 在这个概念下，研究拟可微规划是方便的并得到了一些有意义的结果[76,77]. 在最优化的研究中，另一类不可微规划也在被重视，组成这种规划问题的函数是半光滑和半凸函数. 这种函数是由 Mifflin 提出的[78,79]. 由于本书没有涉及这类问题，这里不作过多的陈述.

研究不可微规划的另一种重要的方法是引入切锥和法锥的概念，它适用于一般不可微规划问题，类似于凸规划中的可行方向法. 至今已有各种各样的切锥的概念[80,81,82]，这些切锥的概念在不可微规划的研究中起到了重要作用. 事实上，每一种切锥的概念都是针对函数在某种意义下的微分性质提出来的. 对不可微函数，引入各种意义的方向导数，由此就可以产生不同的切锥. 正是因为切锥与函数某种意义的方向导数相联系，使得它成为研究最优

化问题的重要工具. 有关切锥及其在最优化中应用的研究已有很多文献[61,76,83—93]. 可以预料，随着最优化理论的深入研究，切锥概念将会起到越来越重要的作用.

在最优化理论的研究中，无论是可微情况，还是不可微情况都离不开要研究约束品格. 约束品格是为了得到最优性条件对约束施加的某种条件. 显然，可以有各种各样的约束品格，[94，95] 全面综述了可微规划的各种约束品格并且分析了它们之间的关系. 对不可微规划的研究也引入了各种约束品格[96—99]. 在不可微规划里，很多约束品格都是通过切维和推广可微规划的约束品格引入的[72,73,79,100]. 本书只用到线性独立约束品格和 (M-F) 约束品格或 Cottle 约束品格及其推广形式. 应该强调指出的是约束品格是最优化理论研究中一个不可缺少的部分.

在本书后面将看到，二层系统最优化的下层问题实际上是一个参数规划问题. 因此，参数规划也是与本书相关的重要领域. 参数规划是为了研究规划问题的灵敏性和稳定性提出来的. 它适用于研究规划问题的最优解（或最优值）随着某些参数发生摄动的变化情况. 于是最优解（或最优值）是摄动参数的函数. 如果只考虑灵敏性和稳定性，只需研究这些函数的连续性. 如果这些函数连续，说明当参数在小范围发生变化时，则规划问题的最优解（或最优值）不会发生很大的变化. 因此研究参数规划问题最优解（或最优值）函数的连续性成为参数规划研究中重要问题之一[101—106]. 本书不仅要讨论极值函数（即最优值函数）的连续性，还要研究它的微分性质. 有关极值函数的微分性质也有一些文献作了研究[105—113]. 在参数规划问题的研究中，点集映射概念是十分重要的，其中主要用到点集映射的各种连续性和几何性质等.

#### 1.3.1.2 单层多目标决策

如果决策问题用多个指标反映决策效果，这些决策问题为多目标决策，多目标决策问题也源于对经济问题的研究[114,115]. 如果用函数关系描述这些指标，那么对应于每个决策的效果必须用一

个数组描述.比较决策的好坏就变成了比较描述效果数组的好坏.如果把所有可能决策的效果集称为目标空间，那么决策的目的就是要在这个空间中找到一个“最好”的效果. 这里产生了两个问题：怎样在目标空间中引入好坏比较的概念和在比较好坏的概念确定后怎样找“最好”的决策. 我们知道，在单目标优化问题中，是用目标函数值的大小反映决策的好坏. 一个自然的想法是在数组中引入比较大小的方法. 一种比较方法是把实数的比较方法作自然推广，用这种比较大小的方法来比较决策的好坏，从而定义最优决策. 多目标决策问题的这种最优决策（解）的概念在 1896 年就由 Pareto 提出来了[114,116]. 这种最优解有 Pareto 最优解、有效解、非劣解等称呼. 多目标决策问题的这种形式一直是多目标决策研究的主要问题. 在很多文献中也把这类问题称为向量优化问题[116,118]. 最优性条件是向量优化研究的主要问题之一[36,116—128]. 这些文献在不同的条件下，研究了向量优化问题最优解（Pareto 最优解或有效解）的条件. 由于向量优化问题是标量优化（单目标优化）问题的一种扩展，自然考虑用单目标优化方法描述 Pareto 最优解的特征，这就是所谓的标量化方法，这也是向量优化研究的主要问题之一. 这里除了关心用标量化方法求一个 Pareto 最优解外，还关心用标量化方法对 Pareto 最优解集作估计（内、外估计）[116—118,129—133]. 向量优化还有其它诸如对偶性、稳定性和几何特性等理论问题，由于本书涉及这些问题不多，这里不作详细论述.

容易看到，Pareto 最优解集一般是很大的，并且不同的 Pareto 最优解对应的目标向量不同，这与单目标优化中对不同的最优解有相同的目标值是完全不同的. 就是说，Pareto 最优解集相应的一堆决策所对应的决策效果是不同的，但在向量的自然偏序下又无法比较大小（或好坏），这仍不便决策者作出确定决策. 为了作出确定的决策，必须从这堆 Pareto 最优解中寻找反映决策者偏爱的最优解（或称满意解）. 于是，对话式方法产生了. 对话式方法是不断地寻问决策者的态度，最终找到最能反映决策者偏好的