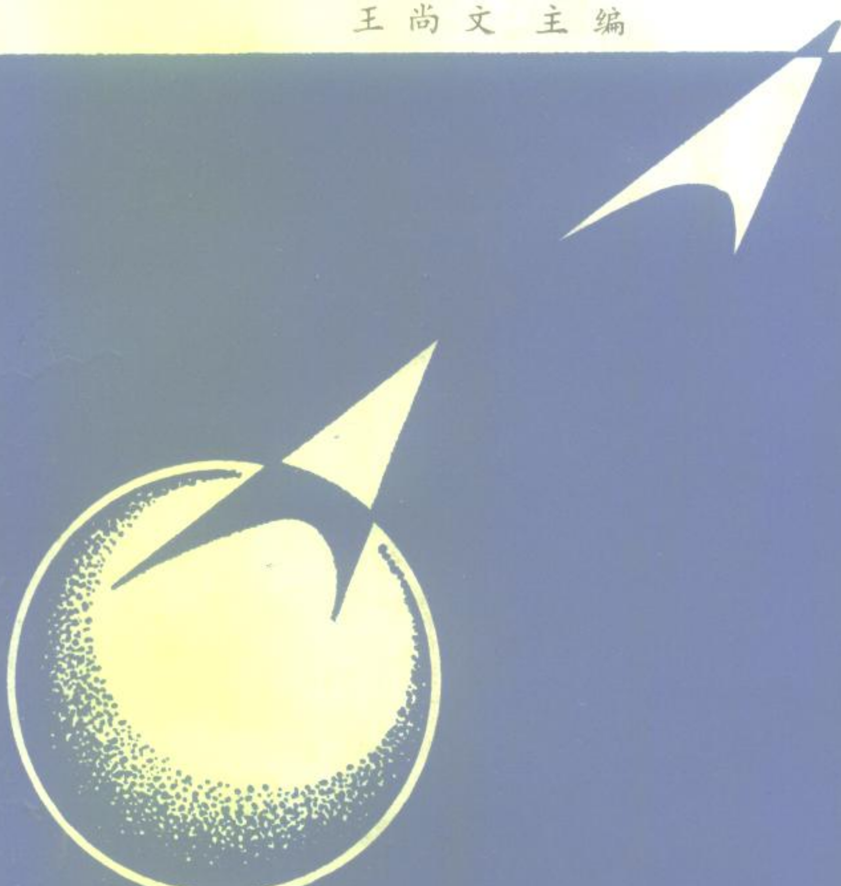
高等学校教材

飞行器结构动力学

王尚文 主编



西北工业大学出版社

高等学校教材

飞行器结构动力学

王尚文　余旭东　编著

西北工业大学出版社

内 容 简 介

本教材介绍飞行器（飞机、导弹、人造卫星等）结构动态分析的基本理论和基本方法。全书共分十六章，主要内容包括：振动的基本理论；飞行器结构动态分析的数学模型；飞行器结构的固有振动特性；飞行器结构的动态响应分析。书中除包括基本理论与解法外还编有计算实例，在附录中给出了两个计算机程序（ALGOL语言）。

本书可作为航空院校“飞行器结构动力学”课程的讲授教材，也可供从事飞行器振动分析的工程技术人员参考。

高等学校教材

飞行器结构动力学

主　　编：王尚文

责任编辑：李正荣

*

西北工业大学出版社出版

（西安市友谊西路127号）

陕西省新华书店发行

西北工业大学出版社印刷厂印刷

*

开本 787×1092 毫米　1/16　印张 17.5　字数 424 千字

1986 年 9 月第一版　1986 年 9 月第一次印刷　印数 0001－2000 册

统一书号：15433·028　　定价：2.90 元

序　　言

《飞行器结构动力学》是航空院校有关专业的一门必修专业课教材，也是广大航空、航天结构动力分析工作者必备的重要参考书。本书在阐明振动基本理论的基础上，着重讲述飞行器振动固有特性计算的原理与方法，飞行器结构动态响应分析的原理与方法。除介绍一些经典方法外，对近年来发展起来的解决复杂结构的成功方法，如有限元素法、子结构耦合法、直接积分法等，也给予充分的注意。希望本书一方面为读者奠定结构动力学基础服务，另一方面为读者掌握近代的结构动力学计算方法起到桥梁作用。

本书包括单自由度振动理论、多自由度振动理论、连续体振动理论、飞行器结构动力分析数学模型、飞行器结构固有特性计算、飞行器结构动态响应计算等方面的基本内容。对于特征值问题的解法也作了一些介绍。由于考虑到本书的研究对象着重于飞行器结构，故仅对振动理论基础部分只作重点阐述，不过份追求振动理论本身的系统性与完整性。

阅读本书，要求具备动力学基础、线性代数、矩阵理论、有限元素法、常微分方程论、复杂函数、数值分析等基础知识。

本书第一章到第四章由西北工业大学余旭东执笔，第五章到第十六章由西北工业大学王尚文执笔。王尚文主编。全书承蒙顾松年副教授精心审阅，对原稿提出许多宝贵的意见，对此我们深表谢意。由于水平所限，书中难免会有错误与不妥之处，衷心希望读者提出宝贵意见。

编　者

1985.8

说明：（1）书中少数章节或段落前面加有*号标记，表明此部分可不作为讲授内容，供读者深入学习时参考。

（2）本书矩阵符号采用黑体字或宋体字外加方括号表示。

目　　录

第一部分　振动理论基础

第二部分　飞行器结构动态分析数学模型

第三部分　飞行器结构固有振动特性分析

第四部分　飞行器结构动态响应分析

第一章　绪　　论

§1.1　《飞行器结构动力学》的目的与内容

无论是在装卸、运输还是在发射、飞行的过程中，飞行器都可能产生强烈的振动与噪声。如果设计不合理，这种振动会激发起飞行器结构或内部设备的共振，也可能引起颤振、发散等动力不稳定现象，使结构因动应力过大而破坏，或者使仪器受到过大的加速度而失灵。因此，结构动力学问题在飞行器设计中受到了普遍重视。在结构动力学中，凡是能产生振动的研究对象统称为**动力系统**，简称**系统**；而将引起系统振动的外界输入，如初始干扰、外激励力、位移激励等，统称为**激励**；系统在输入下产生的效果即为输出，如位移、加速度、应力等，统称为**系统的动态响应**，简称**响应**。显然，飞行器结构是一种典型的动力系统。《飞行器结构动力学》的目的，就是研究这种具体系统的振动特性和响应的分析方法与特点，以保证飞行器结构安全可靠、性能适当和具有足够的使用寿命。

设计中遇到的大量结构动力学问题主要有以下几个方面。

外激励的分析与确定

飞行器所处的动环境是比较复杂而恶劣的。这一方面表现在激励源多而复杂，其主要的激励源有发动机推力、射流噪声、附面层噪声、控制力、阵风、飞行阶段的转换（点火、发射、分离、熄火、着陆）、爆炸波激励以及运输、装卸造成的激励等等。这些激励有确定性的，也有随机性的。另一方面是由于实际环境往往是几种激励同时作用于飞行器上。因此，为了保证飞行器结构安全可靠，应该将飞行器承受动载荷比较严重的一些情况加以研究，分析这些外激励的性质、大小和变化规律，以确定设计所必需的动载荷情况，作为结构设计的重要依据之一。例如，在设计运载火箭和宇宙飞船时，结构对起飞或助推发动机造成的冲击力、气动力及声激励的响应，通常是确定结构尺寸的重要因素。故在初步设计阶段，一般要反复进行激励环境预示和动载荷预示。

结构振动固有特性分析

无论是动态响应计算，结构动稳定性分析，还是结构与飞行器其他系统（例如控制系统、燃料输送系统等）的耦合干扰分析，往往都是以结构动态固有特性为基本的原始数据。固有特性分析的基本内容是，在拟定结构动态分析模型的基础上进行结构固有频率及其相应振型的计算。此项工作的分析精度在一定程度上影响着许多设计环节的有效性。

结构动态响应计算

在飞行器设计过程中，这项工作是反复进行的。其主要内容是确定结构在外激励下产生

的输出。这种激励和输出都可以是力、位移或加速度。掌握这些参量在飞行器工作过程中随时间变化的规律，是对结构进行动强度、刚度及舱内设备空间余量设计的必要条件，并在很大程度上影响着舱内敏感元件固定方式与合理位置的拟定等。因此，本课题在飞行器结构动力学中是研究得最活跃的领域之一。

气动弹性分析

此项研究的目的，是使飞行器避免发生可能的结构动力不稳定现象。这些现象中最有代表性的是颤振现象。当飞行器在飞行中受到外激励的作用产生振动时，随着弹性变形的不断变化，必然会引起附加的空气动力。在空气动力、变形所引起的弹性恢复力和振动所伴随的惯性力的联合作用下，当飞行速度达到某一特定值时，会出现空气动力面振幅迅速扩大而在几秒钟内导致破坏的危险现象。我们把这种自激振动称为**颤振**。动力不稳定现象是十分是害的，飞行器设计必须保证不发生这些现象。

此外，还有飞行器结构与其他系统的动力学耦合问题（如飞行器结构与推进系统耦合产生的POGO问题），保证飞行器乘员舒适性的问题，液体燃料火箭的燃油晃动问题等。图 1-1 表示了空间运载系统的某些典型结构动力学问题。

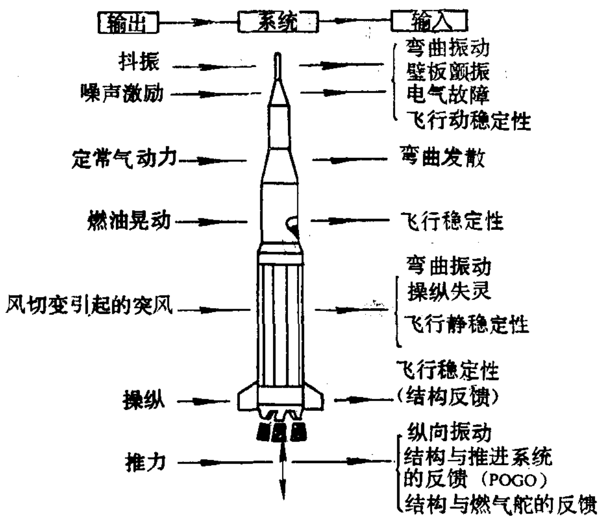


图 1-1

归纳起来，上述各种问题大致可以分为以下四方面的基本课题：

1. 振动设计问题。即已知输入，要求设计出系统的振动特性，使得它的动态响应满足设计要求。

2. 动环境预测问题。即已知系统的动态特性和输出，研究其输入特性。

3. 系统识别问题。即通过已知的输入与输出来识别系统本身的动态特性与物理参量。

4. 已知系统特性和输入，求系统的输出，称为**动力响应分析**。它常常被用来为产品设计、消除有害振动等实际工程问题服务。

在处理实际工程问题时，上述各问题又交织在一起。本书的目的，是为读者提供飞行器结构动力分析的基本知识，着重阐述基本方法与基本理论，使读者初步具备解决飞行器结构动力问题的能力。所涉及的内容仅限于动力固有特性分析与动响应分析。

§1.2 动力问题的基本特性

动力问题的基本特性主要表现在两个方面：

1. 动力问题都包含时间变量

在动力分析中，输入（激励）的大小、方向甚至作用点，一般都是随时间而变化的。这就决定了动力系统的输出（响应）也随时间而变、这时，结构的内力、变形除了与载荷大小有关外，还与载荷作用方式、它随时间的变化规律以及结构的固有特性、阻尼特性有关。因此，对于动力学问题，不仅要知道边界条件，而且要知道初始条件。显然，时间变量是结构动力问题的基本变量之一，这使得动力分析比静力分析更加复杂化。

2. 惯性力的存在

结构动力问题的突出特征是振动现象。振动中的质点具有加速度，从而在结构中产生了惯性力。如图 1-2(*a*) 所示，简支梁在动载荷 $P(t)$ 作用下所产生的梁的位移与加速度有关，梁中的弯矩、剪力不仅要平衡外载荷$P(t)$，而且要平衡振动中梁的加速度所引起的惯性力。可是，如果简支梁所承受的是静载荷，如图 1-2(*b*) 所示，则其弯矩、剪力及挠曲线形状在给定的边界条件下只取决于给定的静载荷 P。所以惯性力的存在是动力学问题的又一特性。由理论力学质点动力学可知，由于惯性力项的出现，使质点振动的运动方程为二阶常系数线性微分方程（在微幅振动条件下），这也就在一定程度上确定了运动方程的形式和求解的特点。因此，在结构动力学中，必须十分重视结构的质量大小与分布情况，注意研究振动中惯性力的状况。

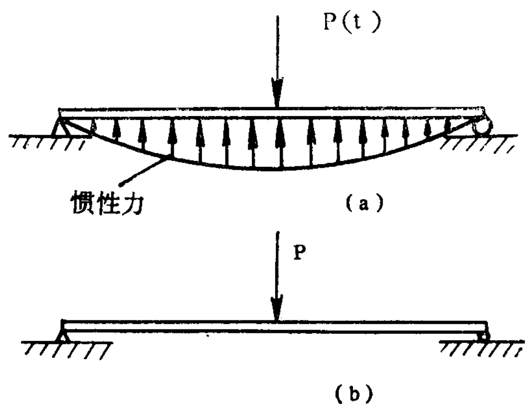


图 1-2

§1.3 基本研究方法与分析模型

结构动力学的基本研究方法是先确定外激励的性质、大小与变化规律，确定初始条件，再将飞行器的实际结构简化成分析模型，建立起相应的振动微分方程（运动方程），即数学模型。然后，采用合理的方法求解，并通过实验来验证所得的解的正确性。

由于飞行器结构十分复杂，结构动力学同其他工程学科一样，不可能将原始结构拿来分析计算；必须根据分析的目的、规定的计算精度、现有的计算条件，分析结构各部分在振动中的作用，加以“去粗取精”，综合简化成分析模型；用分析模型来建立运动方程，进行动力分析以解决实际工程问题。

最基本的分析模型有两大类：一类是连续系统模型，另一类是离散系统模型。实际分析模型有时还可能是它们的复合。例如图 1-3(*a*) 表示一简支在托架上的导弹，在 A 点作用有动载荷 $P(t)$，求 A 点沿 y 向的位移响应。此时可以简化为图 1-3(*b*) 所示的分析模型，将导弹作为弹性梁来处理。这种系统的质量、刚度、阻尼都是连续分布的，并且集质量、刚度、阻尼于一体，这种模型称为**连续系统模型**。连续系统有无穷多的自由度。

如果把连续梁假想分割成若干段，把每段梁的质量按等效原则集中到分割点，形成一系列质点 m_1、m_2、…、m_n，而连接各质点的梁段只有弹性，没有质量。于是就形成了图1-3(*c*)

所示的模型。这种模型是人为地将质量、刚度分割开并离散化，称为**离散系统模型**。

如果应用振动理论可得到此系统计算A点动位移的等效质量m_{eq}、等效刚度系数k_{eq}与等效阻尼系数c_{eq}，则可进一步将系统简化成图 1-3(d) 所示的单自由度弹簧质量系统。这是最简单的离散系统模型。不过应注意，这些等效参量随计算点位置的变化而变化。由上可知，离散系统的基本要素除激励源外，还有质量件m、弹性件k、阻尼件c。

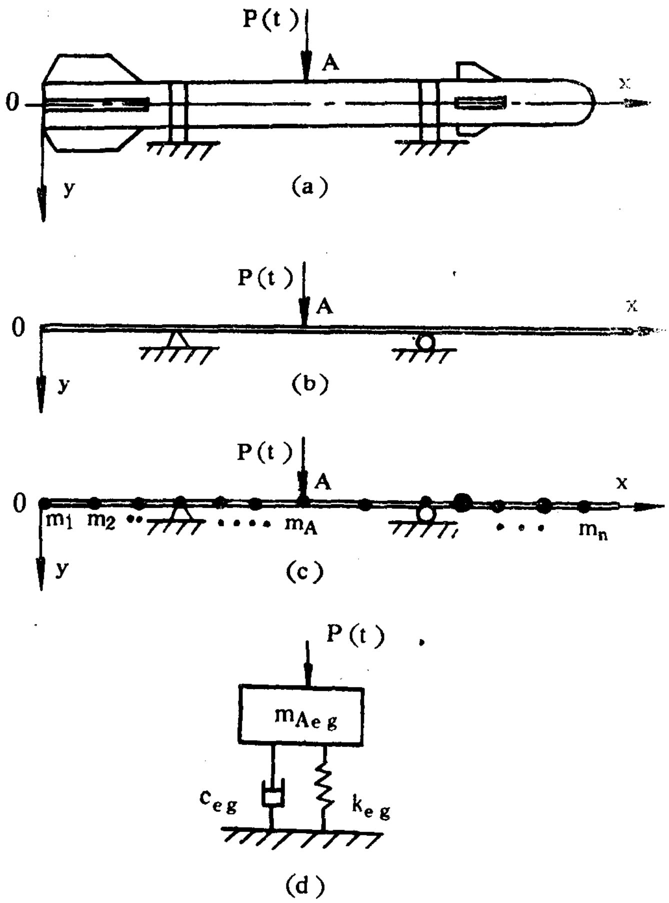


图 1-3

质量件m是离散系统中产生惯性力、储藏动能的功能件，通常假定它是刚体。弹性件k是系统中产生弹性恢复力、储藏势能的功能件，一般假定它无质量。本书还规定弹性件服从虎克定律，也就是说，它是线性的。阻尼件c是系统中产生阻尼力、使能量从动力系统中耗散出去的功能件。一般假定阻尼件既无质量又无弹性，且多采用阻尼力与运动速度成正比的阻尼—“粘性阻尼”。通常质量件m与弹性件k是系统振动必不可少的要素。上述四种要素的代表性组合之一如图 1-4 所示。此系统虽然只有一个自由度，但通过对它的分析可以揭示振动理论的基本原理和规律，因此本书就是从讨论这种系统入手的。

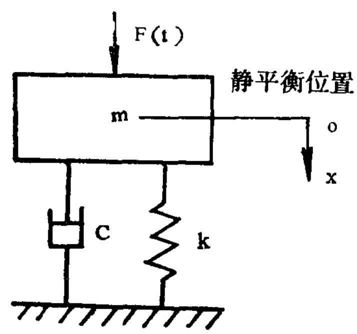


图 1-4

当弹性件、阻尼件均为线性时，动力系统的运动方程可用常系数线性微分方程来表达，称为线性系统；否则为非线性系统。从上面的介绍可见，同一结构可以简化成不同的模型。如何正确拟定分析模型，这将在以后有关章节进一步介绍。

§1.4 振动的分类

对于振动现象，由于观察与研究的角度不同，有不同的分类方法。

一、按照对系统的激励状况分

1. 自由振动。这是系统受初始干扰产生的振动，或者外激励力消失后存在的振动。由于自由振动的频率及振动形态只取决于系统的弹性和惯性性能，而与外激励无关，能够最基本地反映系统的动力特性，是研究其他各种振动的基础，因此，研究飞行器结构的自由振动特性，具有重要的理论和实际意义。

2. 强迫振动。这是系统在外激励作用下产生的振动。强迫振动中的频率及振幅不仅取决于系统本身的弹性、惯性、阻尼特性，而且与外激励有关。当飞行器发动机工作时，由于旋转部分偏心，或者燃烧不稳定，往往会形成周期性的激励力，从而激起飞行器结构、发动机或操纵系统的强迫振动，即为一例。

3. 自激振动。这是由于输入、输出间有反馈现象并且有能源补充而产生的振动。这时激励是受系统本身控制的。飞行器**颤振现象**就属于自激振动。

4. 参数振动。如果外激励周期性地改变系统的质量或弹性等性质，则这时所引起的振动称为**参数振动**。火箭发动机燃烧不稳定产生的干扰，就可能激起燃烧室或发动机架的参数振动。

二、按照系统的振动规律分

1. 周期性振动

这种振动的振动量是时间的周期函数。图 1-5 为其中的一个例子；图上振动量用 $x(t)$ 表示，时间用 t 表示。周期性振动满足下列方程

$$x(t)=x(t+nT) \qquad (n=1,2,3,\cdots) \tag{1-1}$$

式中 T—周期，表示振动往复一次所需的时间间隔，常用 s（秒）为单位。$\frac{1}{T}=f$ 称为频率，表示单位时间（秒）内振动循环次数，单位为 H_z（赫兹）。

如果周期振动量是时间的正弦或余弦函数（图 1-6），则该振动叫**简谐振动**或**谐和振动**。它是最简单的周期振动，其运动方程为

$$x=A\sin(\omega t+\varphi) \tag{1-2}$$

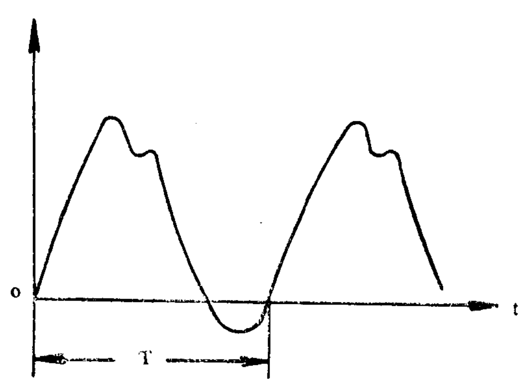


图 1-5

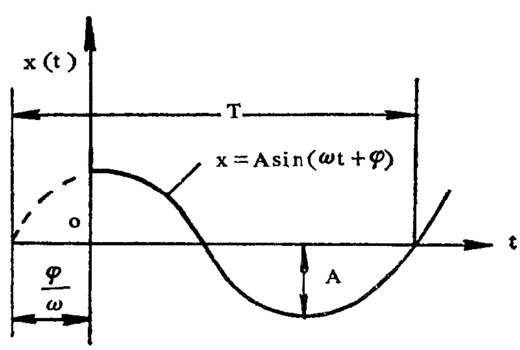


图 1-6

式中　A—振幅，表示振动中的最大位移量；

ω—圆频率，$\omega=2\pi f$，单位：弧度/秒(rad/s)；

$(\omega t+\varphi)$—相位角；

φ—初相位。

2．非周期性振动

此时振动量为时间的非周期函数。如果这种振动只在较短的时间内存在，则又叫**瞬态振动**。图 1-7 所示的冲击振动就是一例。导弹点火起飞，两级分离时引起的振动就属于这类振动。

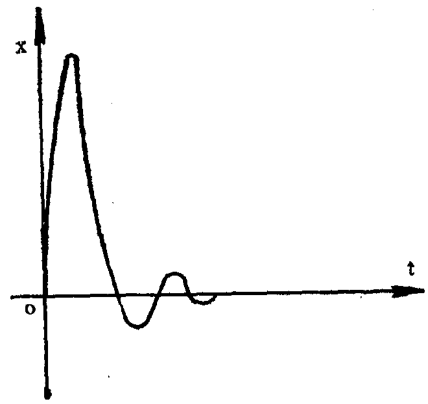


图 1-7

周期振动及非周期振动的共同特点是：系统特性是确定的。激励与响应也是确定性的，故统称**确定性振动**。

3．随机振动

其输入激励及振动量不是时间的确定性函数，只能用概率统计的方法来研究。例如在飞机飞行中阵风对机翼引起的动响应即为一例。

三、按照系统的自由度分

动力系统的自由度，是指在振动过程的任何瞬时，为完全确定系统所处的运动状态而必需的最少独立坐标数目。

单自由度系统的振动—用一个独立坐标就能确定系统运动状态的振动。

多自由度系统的振动—用多个独立坐标才能确定系统运动状态的振动。

连续体振动—需用无穷多个独立坐标才能确定系统运动状态的振动。

§1.5　简　谐　振　动

简谐振动虽然是最简单的周期性振动，但它可以反映振动的基本特性，并且复杂的周期振动往往可以用有限个简谐振动的叠加来研究。所以，研究简谐振动是很有意义的。

一、表 示 方 法

简谐振动除了用方程(1-2)代表的三角函数表示外，还可以用旋转矢量的投影表示或用复数表示。

图 1-8 表示一个模为 A 的旋转矢量 $\overrightarrow{OA}$ 以常角速度 ω 绕 O 旋转时在 x、y 轴上投影的变化规律。

$$OQ=A\sin(\omega t+\varphi)$$

$$OP=A\cos(\omega t+\varphi)$$

显然，它们分别表示了一种简谐振动。这说明，任何简谐振动都可以用某一旋转矢量的投影

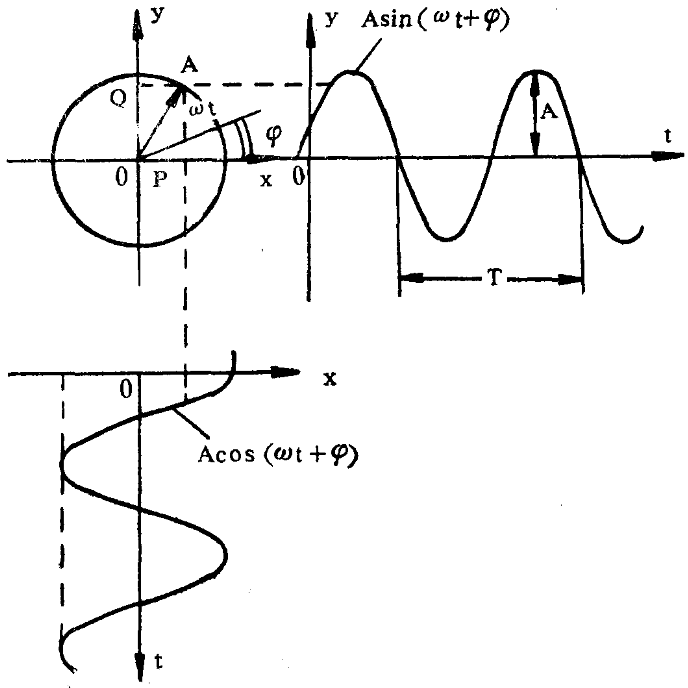


图 1-8

来表示；该矢量的模表示简谐振动的振幅，它的旋转角速度表示振动的圆频率 ω。

同样，简谐振动也可用复数 Z 所代表的复旋转矢量来表示，即用一个复旋转矢量在复平面的实轴与虚轴上的投影来表示，如图 1-9 所示。若此复旋转矢量用指数函数表示，即 $\vec{Z}=Ae^{i\theta}$，则其模 A 表示振幅，幅角 $\theta=\omega t-\phi$，ω 为复旋转矢量 $\vec{Z}$ 的角速度，它代表圆频率。以下用黑体字母表示矢量，则有

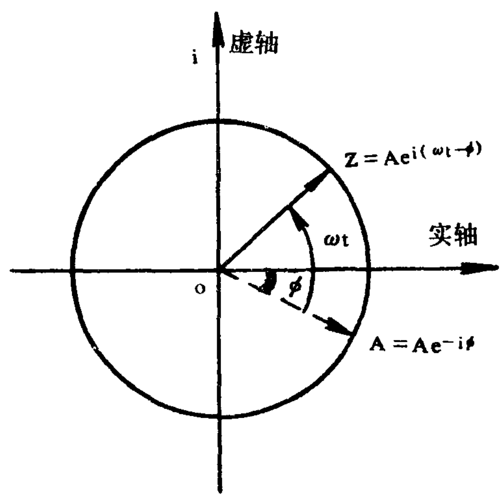


图 1-9

$$\mathbf{Z}=Ae^{i(\omega t-\phi)} \tag{1-3}$$

因为 $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

则
$$\mathbf{Z}=A\cos(\omega t-\phi)+iA\sin(\omega t-\phi) \tag{1-4}$$

式中 $i=\sqrt{-1}$。

复旋转矢量在复平面虚轴上的投影为

$$I_m(\mathbf{Z})=A\sin(\omega t-\phi)$$

复旋转矢量在复平面实轴上的投影为

$$R_e(\mathbf{Z})=A\cos(\omega t-\phi) \tag{1-5}$$

显然，它们分别表示一种简谐振动。

若将(1-3)式改写为

$$Z = Ae^{-i\phi}e^{i\omega t} = \bar{A}e^{i\omega t} \tag{1-6}$$

式中
$$\bar{A} = Ae^{-i\phi} \tag{1-7}$$

也是复量，叫做**复振幅**，它与时间无关。

二、性　　质

1. 简谐振动的速度、加速度仍为同频率的简谐振动。

考虑到
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$
$$e^{\frac{\pi}{2}i} = i, \quad e^{\pi i} = -1,$$

若有一简谐振动
$$x = Ae^{i\omega t} \tag{1-8}$$

则速度
$$\dot{x} = \frac{d}{dt}(Ae^{i\omega t}) = i\omega Ae^{i\omega t} = A\omega e^{i(\omega t+\pi/2)} \tag{1-9}$$

加速度
$$\ddot{x} = \frac{d}{dt}(i\omega Ae^{i\omega t}) = -\omega^2 Ae^{i\omega t} = A\omega^2 e^{i(\omega t+\pi)} \tag{1-10}$$

显然，x、$\dot{x}$、$\ddot{x}$ 均为同频率的简谐振动，每微分一次，振幅乘一次因子 ω，相位角增加 $\frac{\pi}{2}$（图1-10)。

2. 将(1-8)、(1-10)式对比，则有：

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \tag{1-11}$$

这表明，简谐振动加速度的大小与位移成正比而方向相反，并且始终指向振动的静平衡位置。

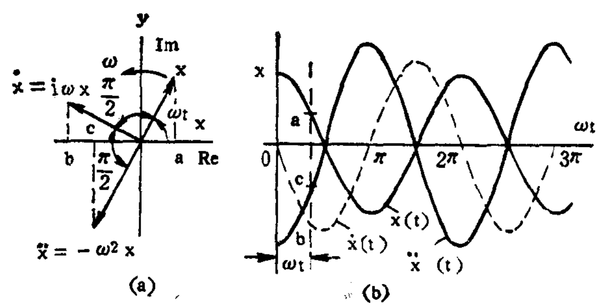


图 1-10

3. 两个同频率、初相角不同的简谐振动相加，仍然为同频率的简谐振动。

设有两个简谐振动
$$x_1 = X_1e^{i\omega t}$$
$$x_2 = X_2e^{i(\omega t+\varphi)}$$

则合矢量为
$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 \\ &= X_1e^{i\omega t} + X_2e^{i(\omega t+\varphi)} \\ &= (X_1 + X_2e^{i\varphi})e^{i\omega t} \\ &= [(X_1 + X_2\cos\varphi) \\ &\quad + iX_2\sin\varphi]e^{i\omega t} \\ &= Xe^{i\beta}e^{i\omega t} = Xe^{i(\omega t+\beta)} \end{aligned} \tag{1-12}$$

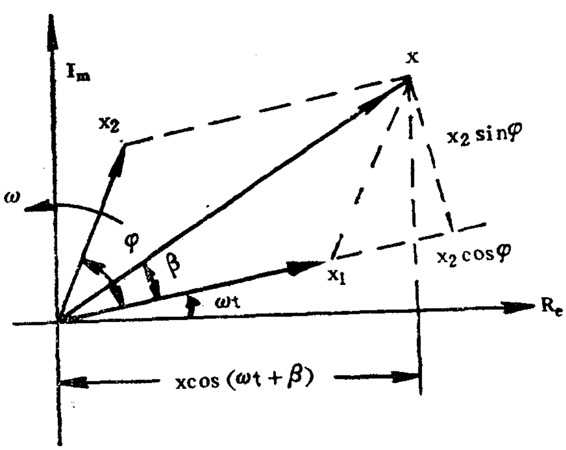


图 1-11

式中

$$X = \sqrt{(X_1 + X_2\cos\varphi)^2 + (X_2\sin\varphi)^2}$$

$$\beta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{X_2\sin\varphi}{X_1 + X_2\cos\varphi} \tag{1-13}$$

其复旋转矢量图如图 1-11 所示。由（1-12）式可见，合运动仍为同频率的简谐振动。

4．两个不同频率的简谐振动相加后，不再是简谐振动，一般情况下变为非周期振动。当两频率之比是正整数时，合成后为周期振动。当两频率相差很少时，就产生“拍”的现象。现用复矢量的实部来研究拍的现象。

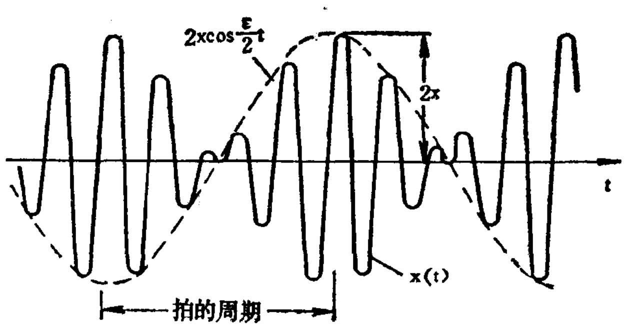


图 1-12

设

$x_1 = x\cos\omega t$

$x_2 = x\,\mathrm{soo}\,(\omega+\varepsilon)t$,

ε 是微量

则合成后

$$\begin{aligned} x = x_1 + x_2 &= X[\cos\omega t + \cos(\omega+\varepsilon)t] \\ &= 2X\cos\frac{\varepsilon}{2}t\cos\left(\omega+\frac{\varepsilon}{2}\right)t \\ &= X^*\cos\left(\omega+\frac{\varepsilon}{2}\right)t \end{aligned}$$

式中 $X^* = 2X\cos\frac{\varepsilon}{2}t$ 。

这表明，此时振幅也随时间呈余弦规律变化。其运动形式如图 1-12 所示。这就是“拍”的现象。在测量振动频率时，若出现“拍”的现象，则表明被测物频率与标准比较频率相接近。