

第7篇 传 热

编写人 林纪方 郭宜枯 盛康武
蔡振业 钱家麟 黄祖祺
马克承 谭盈科
审校人 林纪方

zk455/0204

概 述

传热有三种基本方式：传导、对流和辐射。这三种传热方式很少单独存在，往往是相互伴随着同时出现。本篇就这三种主要传热方式的基本定律、应用和有关计算作了系统的介绍。至于传热设备的结构型式、设计计算的问题在第8篇中讨论。

传导 热能从物体的一部分传至另一部分，或从一物体传至与其相接触的另一物体，这种传热方式称为传导。在热传导过程中，物体各分子的相对位置没有变动。

对流 在流体中，由于流体质点的移动，将热能从一处传至另一处，称为对流传热。这种流体质点的移动，或者是由于温度差所引起的密度差而产生的，或者是由于外界的机械作用而产生的。前者称为自然对流，而后者称为强制对流。当强制对流所产生的速度很低时，自然对流对传热也产生很重要的影响。

辐射 一物体以电磁波的形式发射能量，将热能转变为辐射能，这种辐射能在遇到另一物体时，就部分地或全部地被物体所吸收而转变为热能。以这种方式传热的称为辐射传热。在辐射传热过程中，两物体并不接触，也无需任何传递介质。

概 述

传热有三种基本方式：传导、对流和辐射。这三种传热方式很少单独存在，往往是相互伴随着同时出现。本篇就这三种主要传热方式的基本定律、应用和有关计算作了系统的介绍。至于传热设备的结构型式、设计计算的问题在第8篇中讨论。

传导 热能从物体的一部分传至另一部分，或从一物体传至与其相接触的另一物体，这种传热方式称为传导。在热传导过程中，物体各分子的相对位置没有变动。

对流 往流体中，由于流体质点的移动，将热能从一处传至另一处，称为对流传热。这种流体质点的移动，或者是由于温度差所引起的密度差而产生的，或者是由于外界的机械作用而产生的。前者称为自然对流，而后者称为强制对流。当强制对流所产生的速度很低时，自然对流传热也产生很重要的影响。

辐射 一物体以电磁波的形式发射能量，将热能转变为辐射能，这种辐射能在遇到另一物体时，就部分地或全部地被物体所吸收而转变为热能。以这种方式传热的称为辐射传热。在辐射传热过程中，两物体并不接触，也无需任何传递介质。

7.1 热 传 导

7.1.1 热传导基本方程式和导热系数

(1) 傅立叶 (Fourier) 定律

傅立叶定律是研究以热传导方式传热的基本定律。此定律指出，传热速率与温度梯度和传热面积成正比。其数学表达式为

$$\frac{dQ}{d\theta} = -\lambda A \frac{dt}{dx} \quad (1-1)$$

式中 Q ——传导的热量, kcal;

θ ——时间, h;

$dQ/d\theta$ ——热传导的传热速率 (即在 $d\theta$ 时间内的传热量), kcal/h;

t ——温度, °C;

x ——在 x 方向等温面之间的垂直距离, m;

dt/dx ——在热流方向上温度随距离的变化率, 即温度梯度;

A ——垂直于热流方向的传热面积, m^2 ;

λ ——比例系数, 称为导热系数, 是物质的物理性质之一并随温度而变, kcal/m \cdot h \cdot °C。

负号表示热流与温度梯度的方向相反。

(2) 三向热传导微分方程式

傅立叶定律是推导固体或静止流体在不稳定状态下三向热传导方程式的基础。在一均匀物体中取一微元体, 在三向座标系统中作热量衡算, 即得如下微分方程式:

$$c_p \gamma \frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + q' \quad (1-2)$$

式中 x, y, z ——在三向座标系统中的距离, m;

c_p ——物体的比热, kcal/kg \cdot °C;

γ ——物体的重度, kg/m 3 ;

q' ——单位体积固体在单位时间内所发出的热量, 通称内热流 (例如由化学反应、核反应或电流产生的热量), kcal/m 3 \cdot h。

其余符号及单位同前。

式 (1-2) 说明一具有内热流的物体的温度随时间和位置的变化情况。对于某些几何形状较简单的物体 (例如平板、圆筒、球体), 给出边界条件和初始条件, 就可解出这一微分方程式, 从而获得此物体的温度分布情况。

(3) 导热系数

各种物质的导热系数差别很大。一般说来, 金属的导热系数最大, 非金属固体和液体的导热系数较小, 而气体的最小。即使同一种物质在相同温度下, 也由于它的表观密度、湿度

等差别而具有不同的导热系数。例如,表观密度为 404kg/m^3 的石棉毛在 0°C 时的导热系数为 $0.0774\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$;而表观密度为 706kg/m^3 的石棉毛在 0°C 时的导热系数却为 $0.165\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$,比前一数值竟高出一倍多。对于组成和结构固定的物料,导热系数为温度的函数。本手册第一篇《化工基础数据》提供一些气体、液体和固体(包括金属、合金、建筑材料、保温材料等)的导热系数的数据,并推荐了一些预计导热系数的经验公式。本分册为了便于查用,提供了一部分常用物料的导热系数。

表1-1 液体的导热系数

				λ (kcal/m·h·°C)			
液	体	t/°C	λ	液	体	t/°C	λ
醋酸100%		20	0.117	对二甲苯		30	0.116
50%		20	0.298	60		0.118	
丙酮		30	0.112	正癸烷		30	0.126
		75	0.141	60		0.124	
烯丙醇		25~30	0.155	二氯二氟甲烷		-7	0.085
氨		-15~30	0.432			16	0.079
氨, 26%水溶液		20	0.338			38	0.071
		60	0.432			60	0.064
醋酸戊酯		10	0.123			82	0.07
戊醇(正)		30	0.140	二氯乙烷		50	0.122
		100	0.146	二氯甲烷		-15	0.16
戊醇(异)		30	0.131			30	0.143
		75	0.129	醋酸乙酯		20	0.150
苯胺		0~20	0.149	乙醇100%		20	0.156
苯		30	0.137	80%		20	0.204
		60	0.129	60%		20	0.262
溴苯		30	0.110	40%		20	0.333
		100	0.104	20%		20	0.418
醋酸丁酯(正)		25~30	0.126	100%		50	0.129
正丁醇		30	0.144	乙苯		30	0.128
		75	0.141	60		0.122	
异丁醇		10	0.135	溴乙烷		20	0.134
氯化钙盐水, 30%		30	0.476	乙醚		30	0.119
15%		30	0.506			75	0.116
二硫化碳		30	0.138	碘乙烷		40	0.093
		75	0.131			75	0.094
四氯化碳		0	0.159	乙二醇		0	0.228
		68	0.140	汽油		30	0.116
甘油 100%		20	0.244	全氯乙烯		50	0.17
80%		20	0.281	石油醚		30	0.112
60%		20	0.327			75	0.109
40%		20	0.386	正丙醇		30	0.17
20%		20	0.414			75	0.141
100%		100	0.244	异丙醇		30	0.135
正庚烷		30	0.120	60		0.134	
		60	0.118	钠		100	73
正己烷		30	0.119			210	68.5
		60	0.116	氯化钠盐水25%		30	0.491
正庚醇		30	0.140	12.5%		30	0.506
		75	0.135	硫酸90%		30	0.313

液	体	t·°C	λ	液	体	t·°C	λ
正己醇		30	0.138	60%		30	0.372
		75	0.134	30%		30	0.446
煤油		20	0.128	二氧化硫		-15	0.191
		75	0.120			30	0.165
汞		38	7.19	甲苯		30	0.128
甲醇	100%	20	0.185			75	0.125
	80%	20	0.229	β-三氯乙烷		50	0.115
	60%	20	0.283	三氯乙烯		50	0.119
	40%	20	0.348	松节油		15	0.110
	20%	20	0.423	凡士林		15	0.158
	100%	50	0.170	水		0	0.510
氯甲烷		-15	0.165			38	0.540
		30	0.132			93	0.585
硝基苯		30	0.141			146	0.587
		100	0.131			216	0.560
硝基甲烷		30	0.106			327	0.409
		60	0.179	邻二甲苯		20	0.134
正辛烷		30	0.123	对二甲苯		20	0.134
		60	0.120				
油类		30	0.117				
蓖麻油		20	0.155				
		100	0.149				
橄榄油		20	0.144				
		100	0.141				
三聚乙醛		30	0.125				
		100	0.116				
正戊烷		30	0.116				
		75	0.110				
氯苯		10	0.123				
氯仿		30	0.119				

摘自 Perry: "Chemical Engineers' Handbook", 5th ed.

注. $1 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C} = \frac{1}{0.86} \text{ W/m} \cdot \text{K}$

表1-2 气体的导热系数

 λ [kcal/m·h·°C]

温 度		气 体									
K	°C	空气	NH ₃	COCl ₂	CO ₂	C ₂ H ₄	H ₂	CH ₄	N ₂	O ₂	H ₂ O(汽)
100	-173	0.0080	—	—	—	—	0.0576	0.0093	0.0083	0.0080	—
150	-123	0.0119	—	—	—	—	0.0809	0.0158	0.0120	0.0119	—
200	-73	0.0155	0.0132	—	0.0081	—	0.113	0.0187	0.0157	0.0157	—
250	-23	0.0190	0.0169	—	0.0112	—	0.135	0.0236	0.0191	0.0194	—
300	27	0.0225	0.0212	0.00594	0.0143	0.0185	0.157	0.0294	0.0223	0.0229	0.025 (液)
350	77	0.0258	0.0262	0.00781	0.0175	0.0244	0.176	0.0344	0.0252	0.0256	0.0276 (液)
400	127	0.0291	0.0318	0.00869	0.0209	0.0306	0.194	0.0424	0.0281	0.0284	0.0229
450	177	0.0321	0.0378	0.0100	0.0244	0.0375	0.212	0.0498	0.0309	0.0312	0.0266
500	227	0.0350	0.0451	0.0112	0.0280	—	0.228	0.0574	0.0334	0.0334	0.0308
600	327	0.0404	0.0576	0.0124	0.0350	—	0.262	0.0738	0.0384	0.0407	0.0398
700	427	0.0450	—	0.0136	0.0414	—	0.294	0.0900	0.0428	0.0454	0.0405
800	527	0.0493	—	—	0.0474	—	0.325	—	0.0471	0.0496	0.0409
900	627	0.0533	—	—	0.0531	—	0.354	—	0.0514	0.0553	0.0424
1000	727	0.0575	—	—	0.0586	—	0.386	—	0.0556	0.0610	0.0440
1200	927	0.0656	—	—	0.0688	—	0.454	—	0.0654	0.0705	—

$$1 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C} = \frac{1}{0.86} \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

摘自Perry, "Chemical Engineers' Handbook", 5th ed.

表1-3 空气的导热系数

 λ [kcal/m·h·°C]

温度 °C	压 力 (kg/cm ²)			
	1	100	150	200
0	0.0210	0.0263	0.0304	0.0340
100	0.0276	0.0313	0.0335	0.0358
200	0.0338	0.0365	0.0382	0.0398
300	0.0396	0.0417	0.0430	0.0444
400	0.0448	0.0466	0.0476	0.0487
500	0.0494	0.0509	0.0518	0.0527
600	0.0538	0.0549	0.0557	0.0565
700	0.0577	0.0588	0.0593	0.0602
800	0.0617	0.0627	0.0633	0.0640
900	0.0656	0.0665	0.0671	0.0676
1000	0.0694	0.0702	0.0707	0.0712

$$\text{注: } 1 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C} = \frac{1}{0.86} \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

摘自“化学工学便览”，改订三版。

表1-4 水和水蒸汽的导热系数

		$\lambda(\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C})$										
压力		温度, $^\circ\text{C}$										
巴	kg/cm^2	0	50	100	150	200	250	300	400	500	600	700
1	1.02	0.490	0.553	0.6214	0.6247	0.6266	0.6328	0.6374	0.6472	0.6580	0.6695	0.6811
50	51	0.493	0.557	0.628	0.6294	0.6375	0.6382	0.6451	0.6518	0.6620	0.6751	0.6849
100	102	0.496	0.560	0.631	0.6355	0.6378	0.637	0.649	0.6590	0.6718	0.6864	0.6885
150	1.3	0.500	0.564	0.635	0.600	0.632	0.644	0.480	0.6767	0.6725	0.6817	0.6930
200	204	0.503	0.566	0.637	0.602	0.636	0.649	0.491	0.692	0.6796	0.6869	0.6971
250	255	0.506	0.570	0.600	0.605	0.639	0.656	0.501	0.135	0.6886	0.692	0.101
300	306	0.509	0.573	0.603	0.607	0.632	0.651	0.509	0.227	0.6997	0.698	0.107
350	357	0.513	0.575	0.605	0.610	0.636	0.655	0.517	0.302	0.113	0.105	0.111
400	408	0.515	0.578	0.608	0.613	0.600	0.670	0.524	0.336	0.132	0.112	0.116
450	459	0.518	0.581	0.611	0.616	0.603	0.574	0.530	0.358	0.155	0.119	0.122
500	510	0.521	0.583	0.613	0.619	0.605	0.577	0.535	0.375	0.177	0.128	0.127

注: $1\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C} = \frac{1}{0.86} \text{W/m}\cdot\text{K}$

水的 λ 值高; 蒸汽的 λ 值低得多, 从横排数值可见, 从液态变为汽态时, λ 值显著下降。

摘自Perry: "Chemical Engineers' Handbook", 5th ed.

表1-5 金属和合金的导热系数

		$\lambda(\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C})$							
$t, ^\circ\text{C}$		0	100	200	300	400	500	600	熔点, $^\circ\text{C}$
铝		174	177	183	198	214	231	...	660
黄铜 (70~30)		83.3	89.2	93.6	98.1	99.6	940
铸铁		47.6	44.6	41.6	38.6	37.2	1275
高硅铸铁		44.6	1260
铜 (纯)		333	324	320	315	312	308	304	1083
钨		29.8	28.2	27	27	327.5
镍		53.5	50.6	49.1	47.6	1452
银		360	354	960.5
钠		120.5	97.5
钢		...	38.7	38.7	37.2	34.2	32.7	31.2	1375
钨(18 $^\circ\text{C}$)		47.6	2850
锡		53.5	50.6	49.1	231.85
熟铁		...	47.6	44.6	41.6	38.6	34.2	...	1505
锌		96.6	95.1	92.2	87.8	80.3	419.4

注: $1\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C} = \frac{1}{0.86} \text{W/m}\cdot\text{K}$

摘自Perry "Chemical Engineers' Handbook", 5th ed.

建筑材料和保温材料的导热系数见第八篇《传热设备和工业炉》。

7.1.2 稳定热传导

在稳定情况下进行热传导时, 传过的热量以及温度等参数均不随时间而变, 因而式(1-1)中 $dQ/d\theta$ 项应为常数, 可以用 Q/θ 或 q 代替之。同理, 在式(1-2)中, $\partial t/\partial \theta = 0$ 。

通常, 导热系数 λ 不是常数, 而是温度的函数。但在大多数情况下, 在很宽的温度范围内, 导热系数与温度呈线性关系。可在温度区间内取导热系数的平均值而将 λ 从积分或微分

符号中提出来, 于是式(1-1)和(1-2)分别写成下列形式:

$$q \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A} = -\lambda \int_{t_1}^{t_2} dt \quad (1-3)$$

$$\nabla^2 t = -q' / \lambda \quad (1-4)$$

式(1-4)中, $\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$, ∇^2 为拉普拉斯算符。

(1) 单向热传导

很多热传导问题可按单向传热来处理, 例如平壁热传导, 热流垂直于壁面面向平壁厚度的方向流过; 对于圆筒、中空球罐则沿半径方向向四周的筒壁、球壁传热。在这种情况下, 式(1-4)将大为简化(即只有x向而无y、z向的各项), 但利用式(1-4)求解较为繁琐, 利用式(1-3)则简便得多。

(1.1) 平壁

对于平壁, 面积A不随x而变(即A=常数), 因而积分式(1-3)并整理后得:

$$q = \frac{\lambda A (t_1 - t_2)}{x_2 - x_1} = \frac{\lambda A \Delta t}{b} \quad (1-5)$$

式中 $b = x_2 - x_1$ 为平壁厚度, m;

$\Delta t = t_1 - t_2$, 为平壁两面的温度差, °C。

其余符号同前。

式(1-5)可改写为下列形式:

$$q = \frac{\Delta t}{b/(\lambda A)} = \frac{\Delta t}{R} \quad (1-5a)$$

此处, $R = b/(\lambda A)$, 称为热阻, 而温度差 Δt 就是导热的推动力。

(1.2) 圆筒壁

对于圆筒壁, 热传导方向是径向的, 且面积A为半径r的函数, 即 $A = 2\pi rL$ (L为圆筒长度)。于是, 式(1-3)等号左侧变为

$$-\frac{q}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} \text{。 将该式积分并整理后, 得:}$$

$$q = \frac{\Delta t}{b/(\lambda A_m)} \quad (1-6)$$

式中 $A_m = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)}$, 为对数平均面积, A_1 、 A_2 分别为圆筒壁的内、外表面积, m^2 ;

即 $A_1 = 2\pi r_1 L$, $A_2 = 2\pi r_2 L$, $A_m = 2\pi r_m L$, 而 $r_m = \frac{r_2 - r_1}{\ln(r_2/r_1)}$ (对数平均半径), r_1 、 r_2

为圆筒壁的内外半径, m; r_1 、 r_2 分别为圆筒的内径和外径; 式中的b表示圆筒壁的厚度, 即 $b = r_2 - r_1$ 。当 $A_2/A_1 < 2$ 时, 可用算术平均面积代替对数平均面积, 即 $A_m = (A_1 + A_2)/2$, 这时误差不超过4%, 对于工程计算是容许的。

(1.3) 空心球壁

对于空心球壁, $A = 4\pi r^2$, 同样代入式(1-3)中, 积分并整理后, 得:

$$q = \frac{\Delta t}{b/(\lambda A_m)} \quad (1-7)$$

式中 b ——空心球的壁厚, $b=r_2-r_1$, m;

r_1 、 r_2 ——分别为球的内径和外径; A_{gm} ——空心球的几何平均面积, $A_{gm}=\sqrt{A_1 A_2}$,
 A_1 、 A_2 分别为球的内、外表面积, m^2 ; $A_1=4\pi r_1^2$, $A_2=4\pi r_2^2$.

比较式(1-5a)、(1-6)和(1-7),可见三式的基本形式相同,其差别只表现在面积A的计算而已。

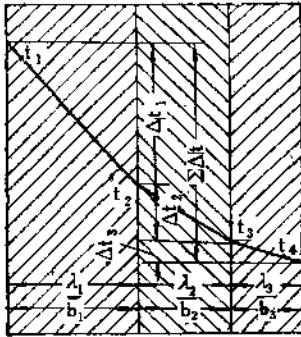


图1-1 多层物体串联时稳定热传导的温度分布

(2) 多层物体串联时的热传导

图1-1说明三层物体串联时稳定热传导的温度分布,在稳定热传导时,通过每一层物体的热流必相等,于是有下列关系:

$$q = \frac{\lambda_1 A_1 \Delta t_1}{b_1} = \frac{\lambda_2 A_2 \Delta t_2}{b_2} = \frac{\lambda_3 A_3 \Delta t_3}{b_3} \quad (1-8)$$

若以热阻表示,则上式变为:

$$\Delta t_1 = qR_1, \Delta t_2 = qR_2, \Delta t_3 = qR_3 \quad (1-8a)$$

将各层温度差相加得:

$$q(R_1 + R_2 + R_3) = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \Sigma \Delta t \quad (1-9)$$

由此得:

$$q = \frac{\Sigma \Delta t}{R_r} = \frac{t_1 - t_4}{R_r} \quad (1-9a)$$

此处, R_r 为串联时各层热阻之和,称为总热阻。

应用上式时,应该注意各层之间相接处可能没有完全排除空气,而这种附加的热阻是不能忽略的。

(3) 具有内热源的多层串联热传导

在稳定情况下,对于具有内热源的单向热传导,式(1-2)或式(1-4)将变为更简单的形式:
 对平壁:

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = -\frac{q'}{\lambda} \quad (1-10)$$

对圆筒壁,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = -\frac{q'}{\lambda} \quad (1-11)$$

对空心球壁:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dt}{dr} \right) = -\frac{q'}{\lambda} \quad (1-12)$$

式(1-10)、(1-11)和(1-12)也可根据傅立叶定律和热量衡算直接推导出来,对这些二阶微分方程式分别积分后得:

$$\text{平壁:} \quad t = -\frac{q' x^2}{2\lambda} + c_1 x + c_2 \quad (1-13)$$

$$\text{圆筒壁:} \quad t = -\frac{q' r^2}{4\lambda} + c_1 \ln r + c_2 \quad (1-14)$$

$$\text{空心球壁:} \quad t = -\frac{q' r^2}{6\lambda} - \frac{c_1}{r} + c_2 \quad (1-15)$$

式中的积分常数 c_1 和 c_2 可由边界条件来确定, 即由系统中已知位置处的温度和温度梯度确定之。

如果此导热固体放在一具有不同温度的环境中(例如在热空气中加热或在水中冷却等), 则在稳定情况下, 由热传导至固体表面的热量必等于传给周围流体的热量, 这一边界条件可以下式表示之:

$$\alpha_r(t_s - t') = \lambda \left(\frac{dt}{dx} \right)_{\text{表面}} \quad (1-16)$$

式中 α_r ——固体表面至周围流体的传热膜系数, $\text{kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$;

t_s ——固体表面温度, $^\circ\text{C}$;

t' ——周围流体温度, $^\circ\text{C}$;

其余符号同前。

式(1-13)、(1-14)和(1-15)指出, 不同几何形状的物体在不同情况下导热时的温度分布, 并显示了内热源项 q' 对温度分布的影响。运用这些公式计算串联热传导较为复杂, 现举例说明如下。

例1-1 有一平板式核燃料单元, 由厚为3.2mm的铀-锆合金板(即核燃料)和两侧各覆盖一层厚为0.64mm的锆板所组成。锆板外用 200°C 的高压水冷却, 传热膜系数为 $36,600 \text{kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ 。若核燃料中间平面的温度不得超过 550°C , 试求此核燃料发出的最大热流量 q' 。以 $\text{kcal}/\text{h} \cdot \text{m}^3$ 表示。已知锆和锆合金的导热系数为 $17.8 \text{kcal}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ 。

解 这是平壁热传导的例子, 可利用式(1-10)分别对每一种材料积分, 所不同的只是覆盖物锆板的发热量为零, 而核燃料的发热量由方程式积分来确定。今令核燃料的中间平面处为 $x=0$, 则在锆板和核燃料的界面处为 $x_1=1.6\text{mm}$ (即核燃料厚度的一半位置处), 而锆板 and 水的界面处为 $x_2=2.24\text{mm}$ (图1-2), 并令下标 c, f 分别表示覆盖物(锆板)和核燃料(铀-锆合金板)。

本题的边界条件为:

对核燃料, 在 $x=0$ 处, $t_f=550^\circ\text{C}$, 又核燃料自身在 $x=0$ 处的温度已规定为 550°C 而不改变, 即 $dt_f/dx=0$ 。在核燃料和锆板界面 $x=x_1$ 处, $t_f=t_c$ 。又在稳定情况下, 通过核燃料和锆板的导热热量相等, 即:

$$\lambda_f \frac{dt_f}{dx} = \lambda_c \frac{dt_c}{dx} \quad (a)$$

对锆板, 在 $x=x_2$ 处, 由式(1-16)得:

$$t_c - 200 = -\frac{\lambda_c}{36,600} \frac{dt_c}{dx} \quad (b)$$

对核燃料, 将式(1-10)第一次积分得:

$$\frac{dt_f}{dx} = -\frac{q'}{\lambda_f} x + c_1$$

由边界条件, 当 $x=0$ 时, $dt_f/dx=0$, 由此, 式中的积分常数 $c_1=0$, 于是上式变为:

$$\frac{dt_f}{dx} = -\frac{q'}{\lambda_f} x \quad (c)$$

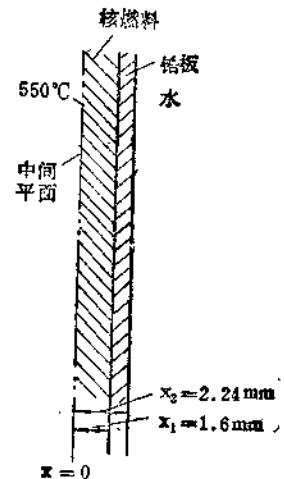


图1-2 例1-1附图

再对 (c) 式第二次积分得:

$$t_f = -\frac{q'}{2\lambda_f}x^2 + c_2$$

由边界条件, 当 $x=0$ 时, $t_f=550^\circ\text{C}$, 代入上式即得 $c_2=550$. 于是上式变为:

$$t_f = -\frac{q'}{2\lambda_f}x^2 + 550 \quad (d)$$

此式表示在核燃料中的温度分布。

至于铅板中的温度分布, 同样可对式 (1-10) 积分两次, 所不同的是 $q'=0$. 一次积分:

$$\frac{dt_c}{dx} = c'_1 \quad (e)$$

$$\text{二次积分: } t_c = c'_1x + c'_2 \quad (f)$$

在式 (d)、(e) 和 (f) 中, 有三个未知值: q' 、 c'_1 和 c'_2 . 需要三个边界条件才能解出。

在 $x=x_1$ 处, 因 $t_f=t_c$, 故由式 (d)、(f) 得:

$$-\frac{q'}{2\lambda_f}x_1^2 + 550 = c'_1x_1 + c'_2 \quad (g)$$

又将 (c) 式和 (e) 式分别代入 (a) 式等号两边, 得:

$$\lambda_f \left(-\frac{q'}{\lambda_f}x_1 \right) = \lambda_c c'_1$$

由此得

$$c'_1 = -\frac{q'x_1}{\lambda_c} \quad (h)$$

在 $x=x_2$ 处, 将 (f) 式中的 t_c 值代入 (b) 式中, 并将 (e) 式关系代入 (b) 式中, 得:

$$(c'_1x_2 + c'_2) - 200 = -\frac{\lambda_c}{36,600}c'_1$$

由此得:

$$c'_2 = 200 - \left(x_2 + \frac{\lambda_c}{36,600} \right) c'_1 \quad (i)$$

将已知值代入 (g)、(h)、(i) 三式中, 并联立解此三式, 即可解出 q' 、 c'_1 和 c'_2 三未知值。计算时须注意用 MKS 制一致单位, 故须用 $x_1=1.6 \times 10^{-2}\text{m}$, $x_2=2.24 \times 10^{-2}\text{m}$. 代入式中作联立解, 最后得:

$$q' = 2.02 \times 10^6 \text{ kcal/h} \cdot \text{m}^2; \quad c'_1 = -1.81 \times 10^5; \quad c'_2 = 893.$$

7.1.3 不稳定热传导

当物料的温度是时间和空间位置的函数时, 求解微分方程式就更为复杂。前面式(1-2)是三向不稳定热传导方程式, 其中包括了温度对时间的变化率 $\partial t / \partial \theta$. 很多复杂的实际问题需要利用电子计算机求解。

(1) 单向热传导

(1.1) 解析法

当物料的物理性质为常数时, 单向不稳定热传导微分方程式如下 (4) ,

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{q'}{c_p \gamma} \quad (\text{直角坐标}) \quad (1-17)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{q'}{c_p \gamma} \quad (\text{圆柱形坐标}) \quad (1-18)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{q'}{c_p \gamma} \quad (\text{圆球形坐标}) \quad (1-19)$$

式中, $a = \frac{\lambda}{c_p \gamma}$, 称为热扩散系数(或导温系数)。若导热系数 λ 以 $\text{kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ 计, 比热 c_p 以 $\text{kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ 计, 重度 γ 以 kg/m^3 计, 则热扩散系数 a 的单位为 m^2/h (也可以 m^2/s 表示)。热扩散系数之值越大, 物质内部温度的传播速度也越大, 它是综合参数对物质的导热产生影响的。

对简单几何形状的物体如平板、圆柱和圆球, 已经将式(1-17)、(1-18)和(1-19)三式积分而获得解析解, 此解是一个迅速收敛的无穷级数。平板的不稳定导热的解析解如下(1.8):

$$\frac{t_s - t}{t_s - t_b} = \frac{4}{\pi} \left(e^{-a_1^2 X} \sin \frac{\pi x}{2r_m} + \frac{1}{3} e^{-9a_1^2 X} \sin \frac{3\pi x}{2r_m} + \frac{1}{5} e^{-25a_1^2 X} \sin \frac{5\pi x}{2r_m} + \dots \right) \quad (1-20)$$

式中 t_s ——环境温度, $^\circ\text{C}$;

t_b ——固体的初温, $^\circ\text{C}$;

t ——在时间 θ 和位置 x 处固体的温度, $^\circ\text{C}$;

a_1 ——常数, $a_1 = (\pi/2)^2$;

X ——无因次比值, $X = \left(\lambda / c_p \gamma \right) \left(\theta / r_m^2 \right) = \frac{a\theta}{r_m^2}$;

x ——垂直于表面某点的距离, m ; 在后面提供的图线中, 采用离平板厚度的中心线上某点的垂直距离 r ;

r_m ——从平板厚度的中心线上某点至表面的垂直距离, m 。

除了上述热传导公式以外, 还应考虑固体导热与环境介质的传热膜系数 α_r 之间的联系(边界条件)。因此, 应用公式计算很不方便, 通常利用式(1-20)中的参数和边界条件以四个无因次群作成图线以便应用。这四个无因次群是:

$$1. \text{温度比: } Y = \frac{t_s - t}{t_s - t_b};$$

$$2. \text{时间比: } X = \left(\frac{\lambda}{c_p \gamma} \right) \left(\frac{\theta}{r_m^2} \right) = \frac{a\theta}{r_m^2};$$

$$3. \text{热阻比: } m = R_s / R_m = \frac{\lambda}{r_m \alpha_r};$$

$$4. \text{距离比(或半径比): } n = r / r_m.$$

Gurney-Lurie在半对数纸上以不同的 m, n 位作出 Y 对 X 线图。面1-3为平板的Gurney-Lurie线图, 这是指平板的长度和宽度比起厚度来要大得多的薄板。图1-4和图1-5分别为长圆

柱体和球体的线图。由于这些线图参数都是无因次数群，故只要用一致单位，任何单位制都适用。现举例说明线图的应用。

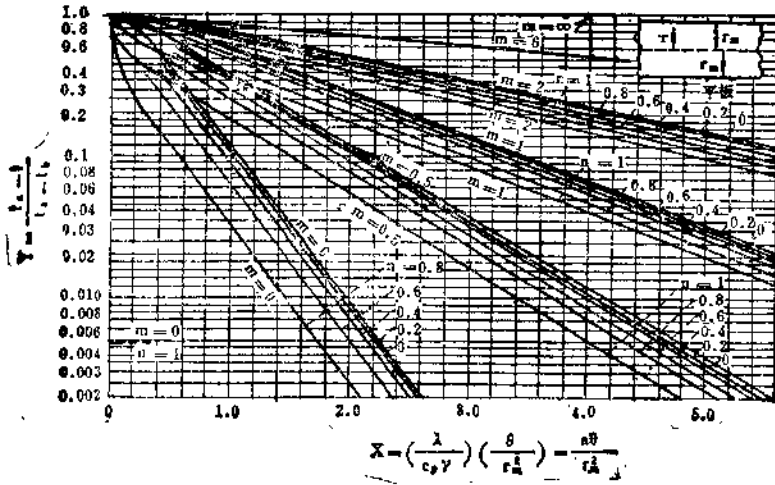


图1-3 平板的Gurney-Lurie线图

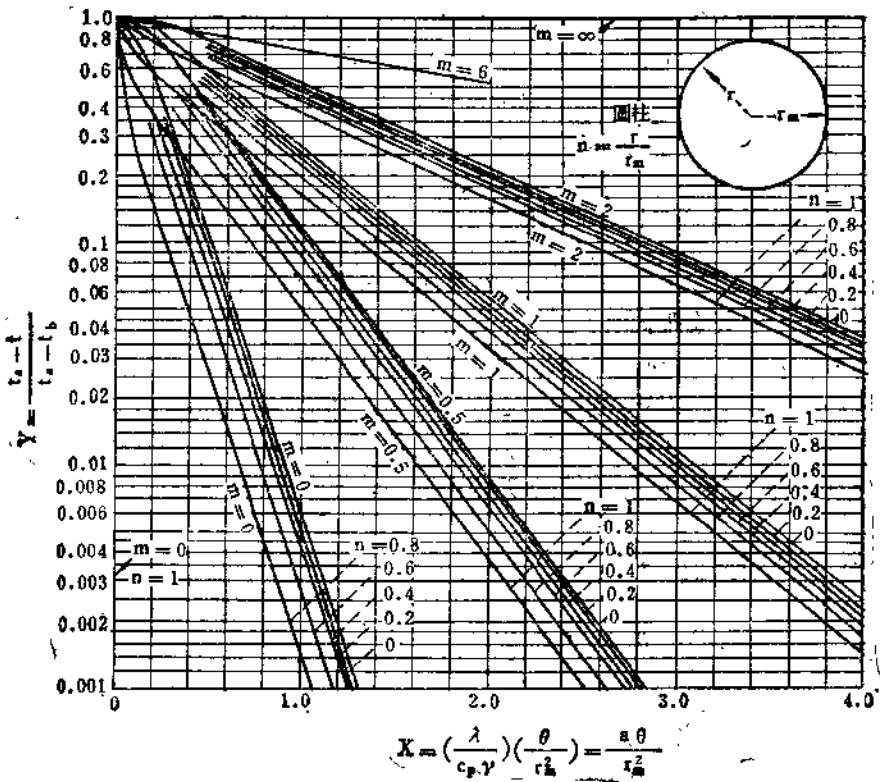


图1-4 圆柱的Gurney-Lurie线图

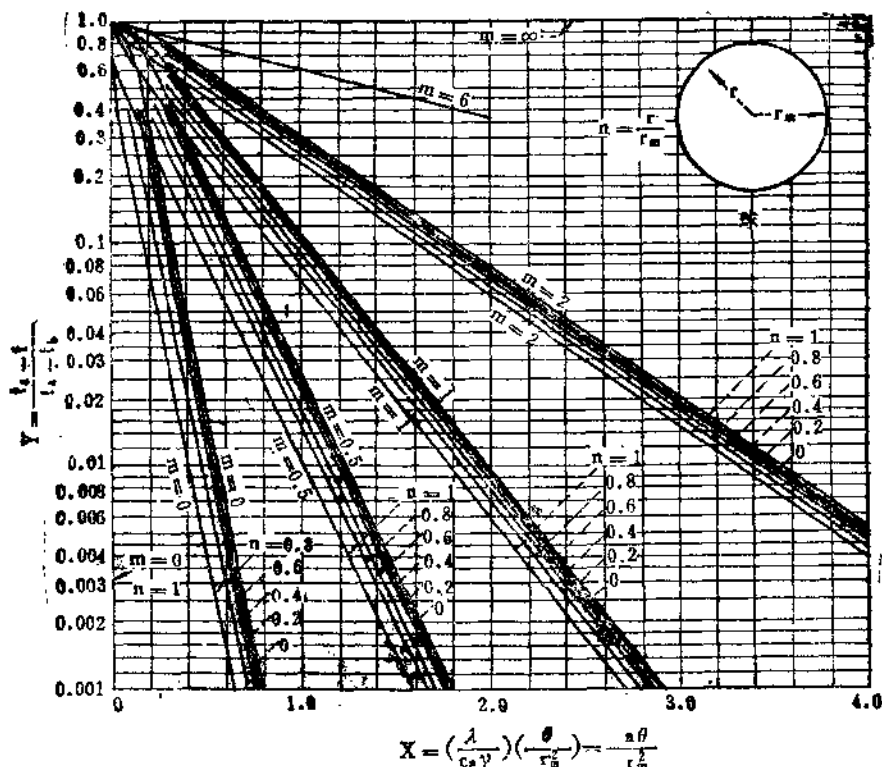


图1-5 球的Gurney-Lurie线图

例1-2 有一平板，厚为0.30m，初温为200°C，重度 $\gamma=2000\text{kg/m}^3$ ，比热 $c_p=0.25\text{kcal/kg}\cdot^\circ\text{C}$ ，导热系数 $\lambda=1.5\text{kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$ ，平板放在600°C的气体中加热，问在4.5小时后，此平板从中心线算起每隔3cm的温度分布。已知传热膜系数 $\alpha_r=20\text{kcal/m}^2\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$ 。

$$\text{解 } X = \left(\frac{\lambda}{c_p \gamma} \right) \left(\frac{\theta}{r_m^2} \right) = \left(\frac{1.5}{0.25 \times 2000} \right) \left(\frac{4.5}{0.15^2} \right) = 0.6$$

$$m = \frac{\lambda}{r_m \alpha_r} = \frac{1.5}{0.15 \times 20} = 0.5 \quad (\text{此处, } r_m = 0.3/2 = 0.15\text{m})$$

在中心线的面上， $r=0$ ， $n = \frac{r}{r_m} = 0$

查图1-3得：

$$Y = \frac{t_s - t}{t_s - t_b} = 0.59$$

今 $t_s=600^\circ\text{C}$ ， $t_b=200^\circ\text{C}$ ，代入上式，求得中心线上任一点的温度为 $t=t_s - (t_s - t_b)Y = 600 - (600 - 200) \times 0.59 = 364^\circ\text{C}$ 。

同上，求出其他各平面处的温度，这时 X 和 m 不变（即 $X=0.6$ ， $m=0.5$ ），计算结果列表于下，

r, cm	0 (中心)	3	6	9	12	15 (表面)
$n = \frac{r}{r_m}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$Y = \frac{t_s - t}{t_s - t_b}$	0.59	0.57	0.55	0.47	0.41	0.28
$t^\circ\text{C}$	364	372	380	412	436	488

(1.2) 数值解法

在某些情况中, 由于固体的物理性质、环境温度、传热膜系数可能有变化, 物料组成不均匀, 初始温度分布不均匀等因素, 使解析法所得结果与实际情况不符。对于这种复杂情况, 采用数值法很容易得到正确结果, 而不必用到微积分。

数值解法采用分段法代替了上述的连续法。下面概括地介绍Dusinberre关于单向不稳定热传导的分段法(1,6,7)。数值解法是根据不稳定热传导微分方程式导出的(包括单向、二向、三向), 可参考文献[6], [7], [9], [10]。

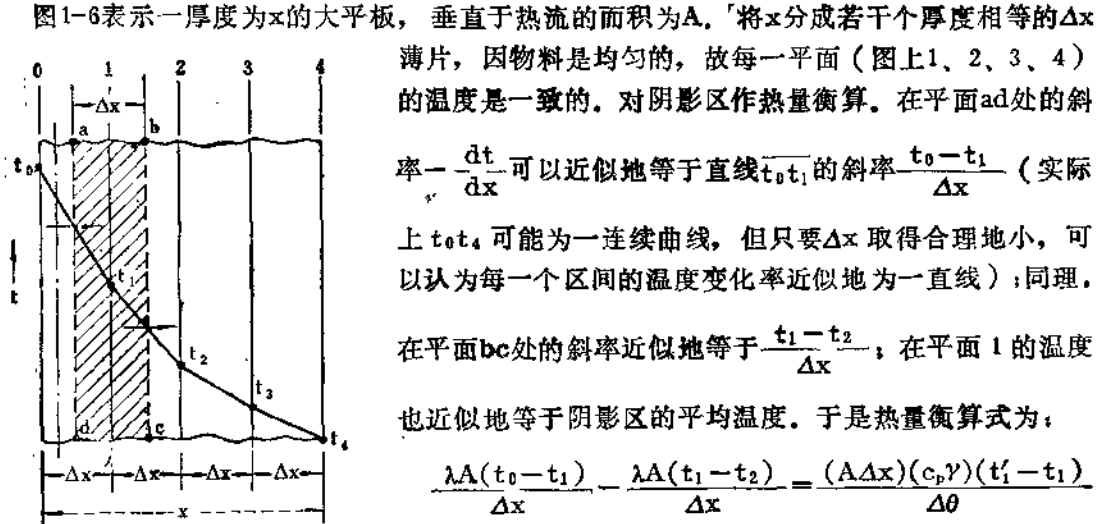


图1-6 平板在不稳定导热时的数值解法图示

图1-6表示一厚度为 x 的大平板, 垂直于热流的面积为 A 。将 x 分成若干个厚度相等的 Δx 薄片, 因物料是均匀的, 故每一平面(图上1、2、3、4)的温度是一致的。对阴影区作热量衡算。在平面 ad 处的斜率 $-\frac{dt}{dx}$ 可以近似地等于直线 t_0t_1 的斜率 $\frac{t_0-t_1}{\Delta x}$ (实际上 t_0t_4 可能为一连续曲线, 但只要 Δx 取得合理地小, 可以认为每一个区间的温度变化率近似地为一曲线); 同理, 在平面 bc 处的斜率近似地等于 $\frac{t_1-t_2}{\Delta x}$; 在平面1的温度也近似地等于阴影区的平均温度。于是热量衡算式为:

$$\frac{\lambda A(t_0-t_1)}{\Delta x} - \frac{\lambda A(t_1-t_2)}{\Delta x} = \frac{(A\Delta x)(c_p\gamma)(t'_1-t_1)}{\Delta\theta} \quad (1-21)$$

此式表示在阴影区内由于热传导传热面进、出的热量差蓄积在阴影区而使其温度升高, 因此经历 $\Delta\theta$ 时间后, 平面1的温度从 t_1 改变为 t'_1 。现将式(1-21)中的 $\lambda/(c_p\gamma)$ 以热扩散系数 a 代替, 又令式中的无因次群 $(\Delta x)^2/(a\Delta\theta)$ 以模数 M 代替, 然后整理上式得:

$$t'_1 = \frac{t_0 + (M-2)t_1 + t_2}{M} \quad (1-21a)$$

Schmidt指出, 如果适当地选择每一层的厚度 Δx 和时间的间隔 $\Delta\theta$,

使 $M = \frac{(\Delta x)^2}{a\Delta\theta} = 2$, 则上式将简化为

$$t'_1 = \frac{t_0 + t_2}{2} \quad (1-21b)$$

$$\text{同理, } t'_2 = \frac{t_1 + t_3}{2}, \quad t'_{n-1} = \frac{t_{n-2} + t_n}{2} \quad (1-21c)$$

此式表示, 经历 $\Delta\theta$ 时间以后, 某一平面的新温度就等于相邻两平面前一时期的温度的算术平均值。应用此法时, 列表计算颇为简便, 也可以采用图解法(1)。

应该指出, $M=2$ 只是使计算简捷一些, 并非必须如此取 M 值。 M 也可取为3、4、..., 这样所得结果将更好。但是, 由于 $\Delta\theta = \frac{(\Delta x)^2}{aM}$, 因此 M 值大则时间间隔 $\Delta\theta$ 就小, 计算的次数就多, 而且每次计算温度时, 就不能简单地用算术平均值, 须按式(1-21a)计算, 因而计算较繁。如能利用电子计算机计算, 就不受 M 取值的限制了。

(1.3) 平壁表面的传热

平板于加热（或冷却）时，往往置于热（或冷）流体中，因此必须考虑壁面和流体之间的传热，也就是要考虑靠近壁面处流体边界层的传热膜系数 α_r 。通过热量衡算，经过 $\Delta\theta$ 时间后，壁面温度变为⁽¹⁾：

$$t'_0 = \frac{2Nt_s + [M - (2N + 2)]t_0 + 2t_1}{M} \quad (1-22)$$

式中 t_s ——周围流体介质的温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

t_0, t'_0 ——分别为 $\Delta\theta$ 时间前、后的壁面温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

t_1 ——离壁面 Δx 距离处平面1在 $\Delta\theta$ 时间前的温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

N ——无因次群， $N = \frac{\alpha_r \Delta x}{\lambda}$ ，称为Nusselt或Biot数；

M ——模数，同前， $M = \frac{(\Delta x)^2}{a\Delta\theta}$ ；

α_r, a 同前。

为了保留 t_0 对 t'_0 的适当影响，由式(1-22)可见在等号右侧的方括号中项目必须保证不为负值，即：

$$M > 2N + 2 \quad (1-22a)$$

如出现负值，则意味着经历 $\Delta\theta$ 时间后，某一点由于传入热量而降低了温度，这是不合理的。由此式可见 N 值较大时，相应的 M 值也要增大，才能保持为正值，因而如前所述，增加了计算次数和繁琐程度。因此，当 N 值较大时，假定表面的温度梯度 $(-dt'/dx)_0$ 等于 $(t'_0 - t'_1)/\Delta x$ ，这表明在 Δx 小区间内的温度变化近似地为一一直线，于是在表面 Δx 区间内作热量衡算得 $\alpha_r(t'_0 - t'_1) = \lambda(t'_0 - t'_1)/\Delta x$ ，由此整理为下式：

$$t'_0 = \frac{N}{N+1} t'_1 + \frac{1}{N+1} t'_1 \quad (1-22b)$$

式中， t'_1, t'_1 分别表示经历时间 $\Delta\theta$ 以后，流体和平面1的温度，其余符号同前。此式是在 N 值较大时计算 t'_0 的近似式。

当传热膜系数 α_r 之值很大时（例如水蒸汽冷凝或水沸腾时），固体表面温度立即从 t_0 向 t_s 变化，因而固体表面温度应该取其等于原来的表面温度 t_0 和流体介质温度 t_s 的算术平均值，即 $t_0 = (t_s + t_0)/2$ 。

此法的计算如下：首先取薄片数 n ，由平壁厚度 x 和薄片数 n ，计算每一层薄片厚度 Δx ，即 $\Delta x = x/n$ ；然后确定 N 值： $N = \frac{\alpha_r \Delta x}{\lambda}$ ；模数 M 由式(1-22a)选定，再按式(1-22)计算 t'_0 。当 N 值较大时，则按式(1-22b)计算 t'_0 。模数 M 不一定选为整数，只是用整数 M 时计算较为方便。初步计算时，可将平壁分为较少的薄片数，这时，由 $\Delta\theta = \frac{(\Delta x)^2}{aM}$ 可见，时间增量 $\Delta\theta$ 之值将较大（因 Δx 值较大），到达指定时间所需要的计算次数也将较少，由此求出初步的温度分布。然后重复上述计算，只是取较多的薄片数，时间增量将较小，一直反复计算到温度分布的变化很小时为止。现举例说明不稳定热传导的数值解法。

例1-3 同例1-2的条件和要求，采用数值解法。

解 设将0.3m厚的平板等分为四层，则每层厚度为 $\Delta x = \frac{0.30}{4} = 0.075\text{m}$ 。