

膨 胀 波 与 激 波

张 瑜 编著

北 京 大 学 出 版 社

膨 胀 波 与 激 波

北京大学出版社出版
(北京大学校内)

新华书店北京发行所发行
北京大学印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 8.25印张 170千字
1983年9月第一版 1983年9月第一次印刷
印数: 1—6,000册

统一书号: 13209·78 定价: 1.05元

内 容 简 介

膨胀波与激波是现代科学技术中常见的物理现象,也是气体动力学的重要课题,但专门论述这一问题的著作不多。本书旨在为航空、宇航、动力、流体力学、工程热物理、应用数学和物理类有关专业的高年级大学生、教师及研究生提供一本参考书,亦可供科研和工程技术人员参考。

全书共分四部分。前两部分侧重于基础性课题,讨论了膨胀波与激波的形成、性质、计算方法和某些应用;第三部分给出了以真空泵为动力,一种多用途高速小喷管试验台的方案设计;第四部分引出了处于学科发展前缘的激波与边界层干扰问题,并对该问题作了学术上的探讨。书末附有典型流谱照片。

本书物理概念清楚,观点鲜明,所论问题深刻详细,富于启发性,并有独到见解。本书的基础部分写得深入浅出,书中有一定数量的例题,书后附有思考题和习题,以便于初次接触这方面论题的读者阅读和学习。

目 录

一、膨胀波和等熵压缩波	(1)
1-1 微弱扰动在气流中的传播区	(1)
1-2 膨胀波的形成与性质	(7)
1-3 计算方法和应用	(13)
1-4 等熵压缩波	(29)
1-5 膨胀波的反射和相交	(35)
二、激波	(48)
2-1 激波的形成	(48)
2-2 激波的性质	(54)
2-3 基本方程和计算公式	(64)
2-4 激波图线及其分析	(75)
2-5 激波理论的应用	(86)
2-6 超声速气流在启动过程中的堵塞现象及其消除方 法	(96)
2-7 激波的反射和相交	(104)
2-8 圆锥激波	(125)
2-9 管道中的激波	(135)
三、以真空泵为动力一种多用途高速小喷管试验台的 方案设计	(147)
1. 设备功能	(147)
2. 设备构成和动力指标	(148)
3. 参数换算	(148)

4. 试验器为收缩喷管时的计算与实验.....	(149)
5. 对收放管的计算与实验.....	(152)
6. 双喉道管路试验器.....	(158)
7. 关于气体的粘性影响.....	(160)
四、激波与边界层的相互作用.....	(162)
1. 边界层概念.....	(162)
2. 相互作用问题的提出.....	(165)
3. 物理模型.....	(166)
4. 关于外部流动中激波与边界层干扰问题的研究.....	(172)
5. 内部流动中激波与边界层的相互作用.....	(173)
6. 结语.....	(182)
附录.....	(185)
1 膨胀波若干公式的推导和证明	(185)
2 激波若干公式的推导和证明	(192)
附表.....	(203)
表1 膨胀波数值表 ($\gamma=1.4$)	(203)
表2 以 M 数为自变量的一维等熵流气动函数表($\gamma=1.4$).....	(213)
表3 以 λ 数为自变量的一维等熵流气动函数表($\gamma=1.4$).....	(230)
思考题和习题.....	(239)
典型流谱照片.....	(249)
参考文献	(257)

一、膨胀波和等熵压缩波

1-1 微弱扰动在气流中的传播区

当超声速飞机从我们上空飞过时，我们常会发现如下现象：即首先看到飞机从我们上方飞过去，然后才听到飞机的轰鸣声；而对于亚声速飞机，则在飞机尚未到达我们上方时，就可听到它的声音了。为什么有这种区别呢？这是因为超声速飞机飞行的速度比声音传播的速度快，所以当它在远处发出的声音尚未传到我们这里时，飞机已经先行到达我们上空了。在飞机飞过一段时间以后，飞机发出的声音才传到我们耳中。而亚声速飞机的速度小于声速，所以它在远处发出的声音比飞机本身先到达我们这里。

声音的本质是什么？它是物体的机械振动对气体介质的一种扰动，这种扰动使气体压强（以及密度、温度、速度等）发生周期性的改变，忽强忽弱，疏密相间。这种变化在各向同性的介质中，借助于介质的弹性以球面波的形式向四面八方传播。当这种周期性变化的频率在声频范围之内时（ $2 \times 10^1 \sim 2 \times 10^4$ 赫兹），就可能被人们的耳膜感觉到，这就是声音。声音或声波只是对介质扰动的一种特例，在物理学或气体动力学中，更具有普遍意义的关于扰动的概念是什么呢？

对于一个流场来说，由于某种原因，使它原来所具有的物理参数值，如压强 p 、密度 ρ 、温度 T 、速度 V 等，发生了改变，我们就说这个流场受到了扰动。

扰动有强弱之分。使物理参数值改变很小的，称微弱扰

动。在数学上，用微分的方法来描述它，如改变量为 $dp, d\rho, dT, dV$ 等等。一般说来，声波对流体介质可看作是一种微弱扰动。声波波面所到之处，介质的物理量发生相应的微小变化。当飞行器在空中以超声速飞行时，它对气体可产生剧烈的压缩作用，这种扰动就是一种强扰动。受到强扰动的气体，其压强、密度、温度、速度等发生明显的、一定数量的变化。这种强扰动，是以激波的形式向外传播的。激波所到之处，气体的参数值发生显著的改变。

微弱扰动与强扰动在介质中的传播速度是不同的，微弱扰动的传播速度，就是声速 a 。其数值大小与介质的属性和热力状态相关，在完全气体中

$$a = \sqrt{\gamma g R T} \quad (1.1)$$

即 a 值取决于气体的比热比 γ 、气体常数 R 和状态参数——温度 T 。对于不同种类的气体， γ 值和 R 值不同，所以即使温度 T 相同，它们的 a 值也是不同的。例如流入发动机的空气与流出发动机的燃气，它们的 γ 值和 R 值都不同，所以即使在同一温度下，其声速值也是不同的。对于同一种气体来说， a 的大小取决于温度 T 。 T 值越高， a 值越大，即微弱扰动的传播速度越快。标准状况下的空气， $\gamma=1.4$ ， $R=29.27$ 公斤·米/公斤·度， $T=288\text{K}$ ，所以在这种状况下微弱扰动传播的速度（即声速） $a=340$ 米/秒。 g 是重力加速度值。

强扰动在介质中的传播速度比声速大，它的大小不仅取决于介质的属性和状态，还取决于扰动源对介质扰动强度的大小。例如激波在气体中运动的速度，就与扰动源对气体压缩的程度紧密相关。扰动源对气体压缩得越厉害，即被扰动

① 本书沿用了目前工程界尚广泛采用的重力工程单位制，故根号内出现 g 项。这与物理单位或国际单位（SI）制是不同的。

的气体压强提高得越显著，激波运动的速度也越快；反之，若扰动强度较小，则强扰动传播的速度也减小。但它们都大于 a 。

本节我们着重讨论微弱扰动在气体中的传播情况，特别是在超声速气流中的传播情况。

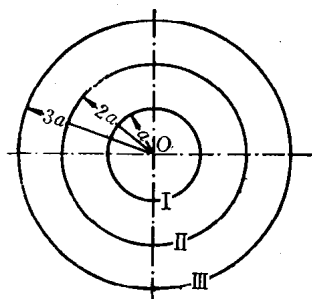


图1.1 静止气体中弱扰动的传播

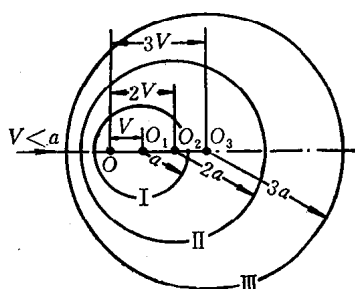


图1.2 $V < a$ 时弱扰动的传播

我们知道，微弱扰动（以下简称弱扰动）在静止的气体中，是以球面波的形式向周围传播的，受扰动的气体与未受扰动气体的分界面，是一个球面。如果不考虑气体粘性的影响，随着时间的推移，这个扰动可以传遍整个流场。其传播速度在各个方向上都等于 a 。图1.1所示，是从 O 点发出的扰动波，于第一秒末、第二秒末、第三秒末所到达的位置，在图中分别记为 I, II, III。由图可见，它们是一系列的同心球面。但是，扰动在运动气体中传播的情形就不同了，特别是在超声速气流中，情况更有特殊之处，以下分别讨论之。

首先设马赫数 $M < 1$ ①，即亚声速气流情况。如图1.2所示，气体以速度 V 自左向右流动， O 点为扰动源。在这种情

① 马赫数 M 的定义是，气流速度 V 与当地声速 a 之比， $M = V/a$ 。

况下，某时刻从 O 点发出的扰动波，一方面相对于气体本身（即假定气体不动时）以声速 a 向四周以球面波的形式运动；另一方面，气体本身又以速度 V 连同整个球面波向下游运动。因此，球面波在顺流方向与逆流方向上绝对速度是不同的。在顺流方向，扰动波以 $(a+V)$ 的速度向下游运动，而在逆流方向，则以 $(a-V)$ 的速度向上游运动。从 O 点发出的扰动波，在第一秒末、第二秒末、第三秒末所到之处，形成一系列的偏心球面（I，II，III）。 O_1, O_2, O_3 分别为原来在 O 点的气体微团于第一秒末、第二秒末、第三秒末所到达的位置。它们与 O 点的距离分别为 $V, 2V, 3V$ 。在这种亚声速气流中，受扰动与未受扰动气体的分界面，仍然是个球面，只是扰动在顺流方向与逆流方向的传播速度不同而已。随着时间的推移，扰动仍可传遍整个流场。因此，就扰动可以传播的范围而言，它与在静止气体中的情况无本质区别。

下面讨论 $M=1$ ，即气体以等声速流动时的情况。这时由于

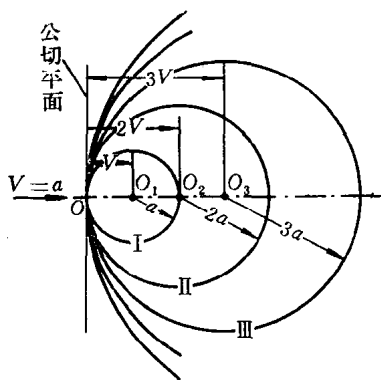


图1.3 $V = a$ 时弱扰动的传播

于扰动球面波相对于气体本身运动的速度，与气体向下游运动的速度数值相等，所以，扰动波向下游运动的绝对速度等于 $2a$ ，而向上游运动的绝对速度等于 0 。在这种情况下，无论第一秒末、第二秒末、第三秒末，还是任何时刻，扰动波向上游传播的距离

永远等于 0 。因此，随着时间的推移，扰动只能传播到 O 点

的下游(即右方),而不能传到 O 点之前。受扰动与未受扰动气体的分界面,将是一个以 O 为公切点的各球面波的公切平面,如图1.3所示。这是弱扰动在等声速流中传播的一个重要特点,即弱扰动不能逆声速流前传。这说明在等声速流中弱扰动源发出的扰动只能影响它下游方向的半个流场,而不能改变扰动源之前上游流场的参数。

最后,讨论 $M > 1$,即超声速流中的情形。由于这时气体向下游运动的速度 V 比扰动波相对于气体本身运动的速度 a 还要大,因此,扰动不仅不能逆流前传,而且扰动波的前端,也要以 $V - a$ 的速度向下游运动(扰动波后端向下游运动的速度为 $V + a$)。从 O 点发出的扰动波在第一秒末、第二秒末、第三秒末所到达的位置如图1.4所示。 O_1, O_2, O_3 分别为原来在 O 点的气体于第一秒末、第二秒末、第三秒末所到达的

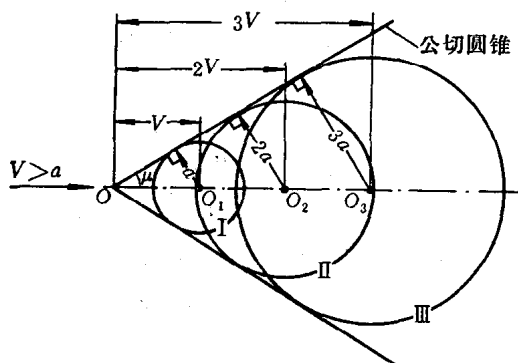


图1.4 $V > a$ 时弱扰动的传播

位置;它们与 O 点的距离,分别为 $V, 2V, 3V$ 。因此,弱扰动在超声速气流中的传播范围被限制在以扰动源 O 为顶点的一系列球面的公切圆锥之内。扰动永远不能传到圆锥之外,

因此受扰动与未受扰动气体的分界面，是一个圆锥面。这个圆锥，叫弱扰动锥(也叫马赫锥)，圆锥面是弱扰动边界面，其母线与来流速度方向之间的夹角叫弱扰动角(或马赫角)，记为 μ 。弱扰动角 μ 的大小，反映了受扰动范围的大小。 μ 越小，受扰动范围越小； μ 增大，受扰动范围也增大。从图1.4所示的几何关系中可以看出

$$\sin\mu = \frac{a}{V} = \frac{1}{M}$$

或者

$$\mu = \arcsin \frac{1}{M} \quad (1.2)$$

因此，气流 M 数越大， μ 角越小，受扰动范围也就越小；反之，气流 M 数减小， μ 角变大，受扰动范围也增大。当 M 数从大于1减小到等于1时， μ 角增大到 90° ，这就回到了图1.3所示的等声速流情况。当 M 数减小到小于1时，则弱扰动锥不存在，扰动可以传遍全流场，问题回到图1.2所示的亚声速流情况。

以上我们讨论的都是以 O 点发出一次扰动为例，观察球面波在第一秒末、第二秒末、第三秒末所到达的位置。如果扰动源每隔一定时间(例如每隔一秒钟)扰动一次，那么，图1.2至图1.4，可以看作是某一瞬间的扰动波图形。当扰动源连续不断地发出扰动时，受扰动区内将充满无限多个弱扰动球面波，图1.4中的公切圆锥就是这些弱扰动球面波的包络面，圆锥面本身就成为弱扰动边界波了。气流在这个弱扰动边界波之前，即圆锥面以外，其流动参数不发生任何变化；当通过弱扰动边界波时，其参数发生相应的微小变化。

如果我们研究的是一个二维问题，即流动参数在空间只

随着如直角坐标中的 x, y 或极坐标中的向径 r , 极角 φ 等这样两个坐标量变化, 那么可以将球面波和弱扰动锥等投影在平面图上。这时扰动波相对于介质本身, 可以看作是以半径随时间不断扩大的圆的形式传播的。在超声速流动中, 以扰动源为端点的一系列圆的两条公切线, 便是弱扰动边界波。其它各种结论, 与空间情况下是相同的。我们在以下各节讨论的膨胀波和等熵压缩波, 主要是二维超声速流动中的弱扰动波问题。

在这里要指出的是, 强扰动在超声速气流中的传播与弱扰动在超声速气流中的传播情况有类似之处, 即它也有一定的边界面。但由于强扰动波的传播速度大于 a , 所以在相同的来流 M 数下, 强扰动的传播范围比由弱扰动锥所确定的范围要大, 即强扰动波的波角 β (激波角) 比弱扰动波的波角 μ 要大。这些将在本书的第二部分加以讨论。

1-2 膨胀波的形成与性质

设均匀的超声速气流沿如图1.5所示的 CO 方向, 平行于固壁自左向右运动。在 O 点, 固壁外折一个微小的角度 $d\delta$ 。

可以设想, 如果在 O 点以后, 气流仍然按照原来的方向继续流下去, 那么在 O 点以后的 OB 与 OE 之间, 将造成一个极小的低压真空区。这对超声速气流来说, 相

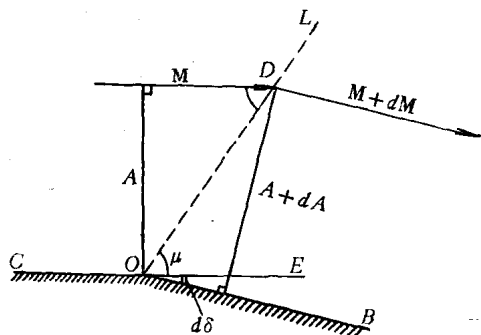


图1.5 膨胀波形成原理示意图

当于是一个微弱的负压强扰动，即，使气流获得一个负的压强增量 ($dp < 0$)。因此，O 点对于气流来说，实际上是一个连续不断地发出负压强扰动的扰动源。根据前节所述，自 O 点必形成一道弱扰动边界波 OL。从 O 点连续不断地发出的扰动，只能传播到 OL 以后的区域，而不能传到 OL 之前。因此，气流参数在弱扰动边界波 OL 之前保持不变，而在 OL 波之后，发生相应的微小变化。由于从 O 点发出的是负的压强扰动，所以 OL 波后的气流压强将有所降低，即气流通过 OL 波是一个膨胀的过程，故 OL 波被称为膨胀波。气流通过膨胀波后，向壁面 OB 的方向外折 $d\delta$ 角度，与壁面 OB 相平行。膨胀波 OL 与波前气流速度方向之间的夹角，就是弱扰动角 μ ，在这里又称为膨胀波角。根据 (1.2) 式， $\mu = \arcsin(1/M)$ 。

气流在通过膨胀波时，与通过声波时一样，是较好地符合绝热和无粘性假定的，因此，可以将它看作是一个等熵过程。在研究气流通过弱扰动波问题时，可以应用等熵流动问题中得出的一切结论和关系式。例如，气流在通过膨胀波时，其总温 T_0 和总压 p_0 保持不变，压强、密度、温度与总参数间的关系与等熵流动中的关系相同^①，即

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad (1.3)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{1/(\gamma - 1)} \quad (1.4)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (1.5)$$

① 总参数亦称滞止参数，如总温可称为“滞止温度”，总压可称为“滞止压强”，其定义是气流绝能等熵地滞止下来时，其温度、压强等参数的数值。

既然气流通通过膨胀波时，总压 p_0 不变，而压强 p 有所降低，由 (1.3) 式可以看出，波后气流 M 数将比波前气流 M 数有所提高，即 $M + dM > M$ 。由此可见，气流通通过膨胀波是个加速过程。从 (1.4) 和 (1.5) 式还可以看出，气流通通过膨胀波时密度 ρ 和温度 T 是降低的。

我们还可以从流管截面积变化的情况，来考察 OL 波的性质。

如图 1.5 所示，设来流流管截面积为 A ，从图中的几何关系可知

$$A = OD \sin \mu \quad (1.6)$$

由于气流经过 OL 波后，方向与 OB 相平行，所以相应的波后流管截面积

$$A + dA = OD \sin(\mu + d\delta) \quad (1.7)$$

因为 $\sin(\mu + d\delta) > \sin \mu$ ，所以

$$A + dA > A$$

即

$$dA > 0$$

根据气体等熵流动的规律，流管截面积 A 与流速 V 及 M 数之间有下列关系

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dV}{V} \quad (1.8)$$

以及

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)} \quad (1.9)$$

① 推导见附录 1.1.

② 推导见附录 1.2

因此，当 $dA > 0$ ，且 $M > 1$ 时： $dV > 0$ ， $dM > 0$ 。即在超声速流动中，若流道截面积扩大，流速和 M 数增大。再由公式 (1.3) 至 (1.5) 可以看出， M 数增大时，压强、密度、温度都是降低的。这与前面分析所得结论是一致的。

现在设气流在 O 点外折了一个微小的角度 $d\delta$ 之后，在 O_1, O_2 等等一系列点，继续外折一系列微小的角度 $d\delta_1, d\delta_2, \dots$ ，那么，在 O_1, O_2 等各点处，也将相应地产生膨胀波 $O_1L_1, O_2L_2, \dots$ ，如图 1.6 所示。由于气流经过每道膨胀波时

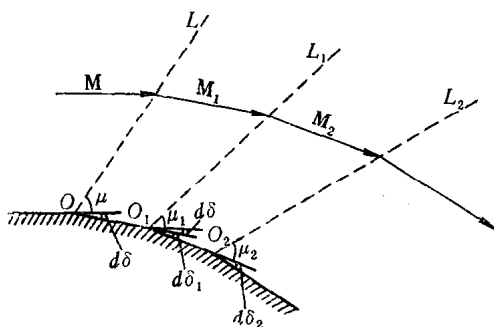


图1.6 超声速气流绕壁面多次外折示意图

M 数是增大的，所以 O_1L_1 波前的 $M_1 > M$ ， O_2L_2 波前的 $M_2 > M_1, \dots$ 。而 O_1L_1 与其波前气流方向的夹角 $\mu_1 = \arcsin(1/M_1)$ ， O_2L_2 与 O_2L_2 波前气流方向的夹角 $\mu_2 = \arcsin(1/M_2), \dots$ 。所以 $\mu_1 < \mu$ ， $\mu_2 < \mu_1, \dots$ 。即各膨胀波相对于其波前气流方向的夹角越来越小。况且， O_1L_1 与 OL 波前气流方向的夹角为 $\mu_1 - d\delta$ ，即比 μ_1 还要小，因此 O_1L_1 与 OL 不会相交。同理，以后各波也都互不相交，所有的膨胀波组成一个发散的膨胀波区。

根据极限的概念，曲线可以看成是由无穷多段微元折线

