

微波 元件原理 与设计

李嗣范 编著

WEIBO
YUANJI
YUANLI
YU SHEJI

75.7613

2004

微波元件原理与设计

李 嗣 范 编著

人 民 邮 电 出 版 社

内 容 提 要

全书分九章。第一与第二章分别为微波传输线基本概念及微波网络基础。这两章内容为微波元件的分析与综合提供必须的基础知识。在其余各章中，系统地介绍了阻抗变换器、定向耦合器、微波滤波器、微波铁氧体元件及谐振腔等主要元件的工作原理、设计理论与设计方法。

本书可作为高等院校微波技术专业、无线电技术专业的教师、研究生及高年级学生的教学参考书，也可作为微波科技人员的参考书。

微波元件原理与设计

李嗣范 编著

*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

*

开本：850×1168 1/32 1982年2月第一版

印张：18 8/32 页数：292 1982年2月北京第一次印刷

字数：484 千字 印数：1—5,100 册

统一书号：15045·总2541-无6166

定价：2.25元

前 言

近二十年来,微波理论与技术发展十分迅速,为了满足读者需要,作者在1960年编写的“微波元件及测量”(范树礼编,1961年人民教育出版社出版)及最近几年编写的教学讲义的基础上,编著了这本书。本书专门介绍微波元件设计,书中大部分内容曾提供给南京工学院无线电工程系及第四机械工业部1425研究所作为课堂教材试用。

本书可作为高等院校微波技术专业,无线电技术专业教师、研究生及高年级学生的教学参考书,也可作为微波科技人员的参考书。

全书共分九章。第一章为微波传输线基本概念,第二章为微波网络基础。这两章内容是学习后续章节所必须具备的理论基础。从第三章开始,系统地介绍了阻抗变换器、定向耦合器、微波滤波器、微波铁氧体元件以及谐振腔等主要微波元件的工作原理、设计理论与设计方法。

第四章波导的激发及第六章传输线中不连续性的等效电路两章内容主要供研究生及具有一定基础的读者参考。对于初学者来说,可以略去不学,这对学习后续章节不会带来不可克服的困难。

本书第一、四、六、八、九各章偏重于交变电磁场与波方面的内容,而第二、三、五、七各章偏重于网络分析与综合方面的内容,故读者在阅读本书之前应该具备矢量分析、交变电磁场与波、微波传输线以及网络原理等方面的理论基础。

本书手稿写成以后,承南京工学院无线电工程系吴明英、毛秀华同志仔细校阅,她们提供的宝贵意见为提高本书的出版质量做出

了有益的贡献。北京工业学院无线电工程系张德齐教授及微波教研室同志对本书前三章手稿也提供许多宝贵意见。此外，本书在编写过程中还得到南京工学院微波技术专业教研组同志们们的热情支持。作者对他们表示衷心的感谢。

由于作者水平所限，书中难免有不妥与错误之处，欢迎读者批评指正。

作者

目 录

第一章 微波传输线基本概念	1
§ 1.1 电磁场的基础	1
§ 1.2 波导中的 TM 波	5
§ 1.3 波导中的 TE 波	12
§ 1.4 矢量模式函数的性质	16
§ 1.5 TEM 波传输线	21
第二章 微波网络基础	26
§ 2.1 微波网络	26
§ 2.2 四端微波网络的参量性质	35
§ 2.3 四端微波网络的组合	43
§ 2.4 理想变压器等效电路	47
§ 2.5 四端微波网络的外特性参量	53
§ 2.6 六端、八端微波网络	56
§ 2.7 信号流图在微波网络分析中的应用	58
§ 2.8 网络参量的本征方程、本征值及本征矢量	70
第三章 阻抗变换器	79
§ 3.1 阻抗调配器	80
§ 3.2 阶梯阻抗变换器	83
§ 3.3 阶梯阻抗变换器的综合设计	86
§ 3.4 渐变线的分析与综合	104
§ 3.5 同轴接头	113
第四章 波导的激发	118

§ 4.1	有源场麦克斯韦方程组	118
§ 4.2	矢量位函数、标量位函数及格林函数	121
§ 4.3	激励器和转接器	129
§ 4.4	激发方程及传输线方程	137
§ 4.5	小孔耦合	148
第五章	定向耦合器	167
§ 5.1	前言	167
§ 5.2	分支定向耦合器	172
§ 5.3	混合环	185
§ 5.4	平行耦合传输线定向耦合器	192
§ 5.5	微波功率分配器	214
§ 5.6	单孔波导定向耦合器	230
§ 5.7	十字槽定向耦合器	232
§ 5.8	多孔定向耦合器的分析与综合	236
§ 5.9	连续耦合定向耦合器	244
§ 5.10	匹配双 T	254
第六章	传输线中不连续性的等效参量	262
§ 6.1	薄电容窗的等效电纳	262
§ 6.2	薄电感窗的等效电纳	274
§ 6.3	矩形波导中金属膜片和金属杆等效参量	279
§ 6.4	矩形波导中纵向膜片的等效电路	286
§ 6.5	同轴线的阶梯电容	296
第七章	微波滤波器	306
§ 7.1	微波滤波器的类型及技术指标	306
§ 7.2	原型低通滤波器	312
§ 7.3	频率变换	333
§ 7.4	微波低通滤波器的设计	342
§ 7.5	倒置变换器及变形原型滤波器	347
§ 7.6	平行耦合传输线的参量及等效电路	353

§ 7.7	微波带通滤波器的一般原理	363
§ 7.8	平行耦合传输线带通滤波器	369
§ 7.9	交指带通滤波器	374
§ 7.10	梳状带通滤波器	393
§ 7.11	直接耦合带通滤波器	402
§ 7.12	四分之一波长耦合带通滤波器	409
§ 7.13	同轴预选滤波器	417
§ 7.14	微波带阻滤波器	430
§ 7.15	微波滤波器的准确设计原理	444
§ 7.16	基型带阻滤波器的准确设计	455
第八章 微波铁氧体元件		464
§ 8.1	张量磁化率和导磁率	464
§ 8.2	波的极化	472
§ 8.3	标量磁化率和标量导磁率	478
§ 8.4	隔离器	486
§ 8.5	四路环行器	490
§ 8.6	理想对称结环行器	496
§ 8.7	微带线环行器	503
§ 8.8	带状线结环行器	511
§ 8.9	波导环行器	518
§ 8.10	迴旋器等效电路及 YIG 小球	521
第九章 谐振腔及其应用		525
§ 9.1	谐振腔的基本参量	525
§ 9.2	矩形波导腔	531
§ 9.3	圆柱谐振腔	535
§ 9.4	同轴谐振腔	549
§ 9.5	径向线谐振腔	552
§ 9.6	谐振腔的等效网络	554
§ 9.7	频率微扰	557

附录一	矢量公式.....	564
附录二	矩阵.....	567
附录三	信号流图法.....	571
参考书		574

第一章 微波传输线基本概念

在本书中，我们将运用微波网络的方法说明微波元件的工作原理和设计方法。当一个微波元件用微波网络代替时，必须表出各路的电压、电流和阻抗，或者表出各路的入射波电压、反射波电压和阻抗。如果我们讨论的是 TEM 波传输线所构成的微波元件，那么，电压、电流、入射波电压、入射波电流及阻抗等基本概念是众所周知、十分明确的，读者不会遇到什么困难。但是，如果我们讨论的是波导元件，那么，对于电压、电流及阻抗等基本概念，并不是每一个读者都已掌握了。为了填补这个空白，使读者在学习后续章节时，物理概念明确，特把微波传输线的基本概念单独列为一章，目的是建立波导中模式电压、模式电流及波阻抗等物理概念，并且导出传输方程，给出这些方程的解。读者可以从中看出波导的传输方程与 TEM 波传输方程既有相似之处，又有区别。此外，还建立矢量模式函数的概念，证明了它们的正交性。这些概念在分析不连续性的等效电路时将是十分重要的。

§ 1.1 电磁场的基础

一、麦克斯韦方程组

电磁场常用四个场矢量表示，它们是 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{B}$ 。 $\mathbf{E}$ 为电场强度， $\mathbf{H}$ 为磁场强度， $\mathbf{D}$ 为电位移， $\mathbf{B}$ 为磁通密度。这四个场矢量是空间和时间的连续函数。设 $\mathbf{J}$ 和 ρ 分别为产生电磁场的场源电流密度和场源电荷密度，则场矢量必满足下列麦克斯韦方程组：

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (1.1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1.4)$$

在上述方程组中， $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 及 $\mathbf{B}$ 皆为瞬时值，它们与时间 t 成何种函数关系，取决于场源电流密度 $\mathbf{J}$ 及场源电荷密度 ρ 与时间 t 的函数关系及它们的边界条件。

设 $\mathbf{J}$ 和 ρ 按 $\cos \omega t$ 变化，则各点场矢量也按 $\cos \omega t$ 变化。但是电磁波从一点传播到另一点，需要一定时间，各点场矢量的相位不等，故各点场矢量与 $\cos(\omega t + \theta)$ 成正比。以电场强度 $\mathbf{E}$ 为例，它的瞬时值可写成

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z, t) &= \mathbf{E}(x, y, z) \cos(\omega t + \theta) \\ &= \operatorname{Re}[\mathbf{E}(x, y, z) e^{j\theta} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}} e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

式中

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{E}(x, y, z) e^{j\theta} = \mathbf{E}_R + j\mathbf{E}_I$$

称为电场强度矢量的复数振幅。 $\mathbf{E}$ 既是一个空间矢量，又是一个旋转矢量，起始相角为 θ ，角频率为 ω 。同理， $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{J}$ 及 ρ 的瞬时值，皆可用复数振幅表达如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{H}} e^{j\omega t}] \\ \mathbf{D}(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{D}} e^{j\omega t}] \\ \mathbf{B}(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{B}} e^{j\omega t}] \\ \mathbf{J}(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{J}} e^{j\omega t}] \\ \rho(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\dot{\rho} e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

令式(1.1.1)–(1.1.4)中各量用复数振幅表示， $\partial/\partial t$ 用 $j\omega$ 代替，略去等号两边取实部符号 Re ，得

$$\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = -j\omega \dot{\mathbf{B}} \quad (1.1.5)$$

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = j\omega \dot{\mathbf{D}} + \dot{\mathbf{J}} \quad (1.1.6)$$

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{D}} = \dot{\rho} \quad (1.1.7)$$

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{B}} = 0 \quad (1.1.8)$$

二、边界条件

在交变电磁场中，常常遇到两种不同媒质的边界，边界两侧的场矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 必须满足下列条件：

$$\mathbf{n} \times (\dot{\mathbf{E}}_1 - \dot{\mathbf{E}}_2) = 0 \quad (1.1.9)$$

$$\mathbf{n} \times (\dot{\mathbf{H}}_1 - \dot{\mathbf{H}}_2) = \dot{\mathbf{J}}_s \quad (1.1.10)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\dot{\mathbf{B}}_1 - \dot{\mathbf{B}}_2) = 0 \quad (1.1.11)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\dot{\mathbf{D}}_1 - \dot{\mathbf{D}}_2) = \dot{\rho}_s \quad (1.1.12)$$

式中， $\mathbf{n}$ 为边界上的单位法线矢量，方向由媒质 2 指向媒质 1。 $\dot{\mathbf{J}}_s$ 为边界面上表面电流密度，单位为安/米； $\dot{\rho}_s$ 为边界面上表面电荷密度，单位为库/米²。

设媒质 2 是理想导体，其内部无场矢量存在， $\dot{\mathbf{E}}_2 = 0$ ， $\dot{\mathbf{H}}_2 = 0$ ， $\dot{\mathbf{B}}_2 = 0$ ， $\dot{\mathbf{D}}_2 = 0$ ，则边界条件成为

$$\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{E}}_1 = 0 \quad (1.1.13)$$

$$\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{H}}_1 = \dot{\mathbf{J}}_s \quad (1.1.14)$$

$$\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{B}}_1 = 0 \quad (1.1.15)$$

$$\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{D}}_1 = \dot{\rho}_s \quad (1.1.16)$$

三、复数功率定理

它是交变电磁场中的能量守恒定律。交变电磁场的能量有四种形式：场所贮的电能、磁能，媒质的损耗功率以及伴随电磁波传播的能流。复数功率定理把这四种能量的内在联系用公式表达出来。

大家知道，静电场内各点的电能密度为

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \quad (1.1.17)$$

媒质损耗功率的密度为

$$p_L = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = \sigma E^2 \quad (1.1.18)$$

式中, σ 为媒质的导电率。恒流磁场内各点的磁能密度为

$$w_m = \frac{1}{2} \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad (1.1.19)$$

对交变电磁场来说, 上述三式同样适用, 但是只代表瞬时值, 因为 E 、 H 皆为瞬时值, 故 w_e 为瞬时电能密度, w_m 为瞬时磁能密度, p_L 为瞬时损耗功率密度。而我们感兴趣的却是这些功率能量在一个周期内的时间平均值。设 T 为周期, 则 w_e 、 p_L 及 w_m 的时间平均值分别为

$$\bar{w}_e = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\varepsilon}{2} E^2 dt \quad (1.1.20)$$

$$\bar{p}_L = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma E^2 dt \quad (1.1.21)$$

$$\bar{w}_m = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\mu}{2} H^2 dt \quad (1.1.22)$$

场强的瞬时值可用它们的复数振幅表示, 例如

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \operatorname{Re}[\mathbf{E} e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[(\mathbf{E}_R + j\mathbf{E}_i)(\cos \omega t + j \sin \omega t)] \\ &= \mathbf{E}_R \cos \omega t - \mathbf{E}_i \sin \omega t \end{aligned}$$

将上式代入式(1.1.20), 积分后得电能密度的时间平均值为

$$\bar{w}_e = \frac{\varepsilon}{4} |\dot{\mathbf{E}}|^2 = \frac{\varepsilon}{4} \dot{\mathbf{E}} \cdot \dot{\mathbf{E}}^* \quad (1.1.23)$$

同理可证明

$$\bar{p}_L = \frac{\sigma}{2} |\dot{\mathbf{E}}|^2 = \frac{\sigma}{2} \dot{\mathbf{E}} \cdot \dot{\mathbf{E}}^* \quad (1.1.24)$$

$$\bar{w}_m = \frac{\mu}{4} |\dot{\mathbf{H}}|^2 = \frac{\mu}{4} \dot{\mathbf{H}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^* \quad (1.1.25)$$

我们利用式(1.1.6)及矢量恒等式可以证明下式成立

$$-\oint_S \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) \cdot \mathbf{n} ds = j 2 \omega (W_m - W_e) + P_L \quad (1.1.26)$$

这个式子即为复数功率定理。式中 W_m 、 W_e 及 P_L 分别代表体积 V 内所贮的总磁能平均值、总电能平均值及媒质总损耗功率平均值, 它们分别如下式所示:

$$W_e = \iiint_V \bar{w}_e dv$$

$$W_m = \iiint_V \bar{w}_m dv$$

$$P_L = \iiint_V \bar{p}_L dv$$

在式(1.1.26)等号左边被积函数 $\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*)$ 为复数坡印亭矢量, S 为包围体积 V 的面积, $\mathbf{n}$ 为外向法线矢量, 故 $-\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*) \cdot \mathbf{n}$ 代表通过单位面积流入体积的复数功率。积分后代表流入体积的总复数功率。

式(1.1.26)指出, 通过封闭曲面 S 流入体积 V 的净有功功率等于媒质的总损耗功率, 而净无功功率等于 $2\omega(W_m - W_e)$ 。

为了书写和印刷简便起见, 在本书的后续章节中, 复数振幅 $\dot{\mathbf{E}}$ 、 $\dot{\mathbf{H}}$ 、 $\dot{\mathbf{D}}$ 、 $\dot{\mathbf{B}}$ 、 $\dot{\mathbf{J}}$ 及 $\dot{\rho}$ 仍用 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{J}$ 及 ρ 表示, 省略了矢量符号头上的黑点。

§ 1.2 波导中的 TM 波

一、纵向问题和横向问题

在柱坐标系中, TM 波的特征是磁场强度 $\mathbf{H}$ 只有横向分量 $\mathbf{H}_t$, 没有纵向分量 H_z , 即 $\mathbf{H} = \mathbf{H}_t$ 。波导中各点场强 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 受麦克斯韦方程制约。在一个无源场中, 场源电流密度 $\mathbf{J}$ 及场源电荷密度 ρ 均等于零, 故式(1.1.5)、(1.1.6)可化作

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (1.2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_t = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (1.2.2)$$

式中, 哈密尔顿算子 ∇ 可以分解成两项

$$\nabla = \nabla_t + \mathbf{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.2.3)$$

电场强度 $\mathbf{E}$ 也可分解成横向分量 $\mathbf{E}_t$ 和纵向分量 E_z 之和, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{a}_z E_z \quad (1.2.4)$$

式中, $\mathbf{a}_z$ 代表沿 z 轴的单位矢量。 $\mathbf{E}_t$ 代表横向分量, 在直角坐标和圆柱坐标中分别如下式所示

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{a}_x E_x + \mathbf{a}_y E_y \quad (1.2.5)$$

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{a}_r E_r + \mathbf{a}_\varphi E_\varphi \quad (1.2.6)$$

将式(1.2.3), (1.2.4)代入式(1.2.1)、(1.2.2), 得

$$\left(\nabla_t + \mathbf{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\mathbf{E}_t + \mathbf{a}_z E_z) = -j\omega\mu \mathbf{H}_t \quad (1.2.7)$$

$$\left(\nabla_t + \mathbf{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \times \mathbf{H}_t = j\omega\varepsilon (\mathbf{E}_t + \mathbf{a}_z E_z) \quad (1.2.8)$$

上述两式等号两边展开后, 得

$$\begin{aligned} \nabla_t \times \mathbf{E}_t + \nabla_t \times \mathbf{a}_z E_z + \mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} + \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_z \frac{\partial E_z}{\partial z} \\ = -j\omega\mu \mathbf{H}_t \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t + \mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = j\omega\varepsilon \mathbf{E}_t + \mathbf{a}_z j\omega\varepsilon E_z \quad (1.2.10)$$

根据矢量运算法则, 可见 $\nabla_t \times \mathbf{H}_t$ 及 $\nabla_t \times \mathbf{E}_t$ 为沿 z 轴的矢量, 我们称之为纵向矢量。 $\nabla_t \times \mathbf{a}_z E_z$, $\mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z}$, $\mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z}$ 为横截面上的矢量, 以后称为横向矢量。 $\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_z \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$ 。

令式(1.2.9)等号两边纵向矢量相等, 横向矢量相等, 得

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t = 0 \quad (1.2.11)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{a}_z E_z + \mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu \mathbf{H}_t \quad (1.2.12)$$

同理, 由式(1.2.10)得

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t = j\omega\varepsilon \mathbf{a}_z E_z \quad (1.2.13)$$

$$\mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = j\omega\varepsilon \mathbf{E}_t \quad (1.2.14)$$

式(1.2.12)等号两边取 $\mathbf{a}_z$ 的后矢量积, 得

$$\nabla_t \times \mathbf{a}_z E_z \times \mathbf{a}_z + \mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} \times \mathbf{a}_z = -j\omega\mu \mathbf{H}_t \times \mathbf{a}_z \quad (1.2.15)$$

上式等号左边第一项可化作 $-\nabla_t E_z$ ，第二项利用矢量混合积公式可化作 $\partial \mathbf{E}_t / \partial z$ ，故式(1.2.15)简化成

$$\frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} = \nabla_t E_z - j\omega\mu \mathbf{H}_t \times \mathbf{a}_z \quad (1.2.16)$$

为了消去 E_z ，建立 $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 之间的函数关系，式(1.2.13)等号两端各取 $\mathbf{a}_z$ 的标量积，解出 E_z 得

$$E_z = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \mathbf{a}_z \cdot (\nabla_t \times \mathbf{H}_t) = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla_t \cdot (\mathbf{H}_t \times \mathbf{a}_z) \quad (1.2.17)$$

上式代入式(1.2.16)得

$$\frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla_t \nabla_t \cdot (\mathbf{H}_t \times \mathbf{a}_z) - j\omega\mu \mathbf{H}_t \times \mathbf{a}_z \quad (1.2.18)$$

式(1.2.14)两端取 $\mathbf{a}_z$ 的后矢量积，

$$\mathbf{a}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} \times \mathbf{a}_z = j\omega\varepsilon \mathbf{E}_t \times \mathbf{a}_z$$

故

$$\frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = j\omega\varepsilon \mathbf{E}_t \times \mathbf{a}_z \quad (1.2.19)$$

式(1.2.18)、(1.2.19)是求解 $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 的方程， E_z 按式(1.2.17)求解。下面讨论场强横向分量 $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 的求解途径。

由矢量恒等式 $\nabla \times \nabla \phi = 0$ 知道，一个标量 ϕ 的梯度的旋度恒等于零。换言之，如果一个矢量的旋度等于零，则这个矢量恒等于一个标量的梯度。故由式(1.2.11)可见横向分量 $\mathbf{E}_t$ 可用下式表达

$$\mathbf{E}_t = -\nabla_t \Phi \quad (1.2.20)$$

式中 Φ 即为波导内各点电位函数，在直角坐标与圆柱坐标中分别表示为

$$\Phi(x, y, z) = V(z) \phi(x, y)$$

$$\Phi(r, \varphi, z) = V(z) \phi(r, \varphi)$$

代入(1.2.20)式，得

$$\mathbf{E}_t = -V(z)\nabla_t\phi \quad (1.2.21)$$

式中, $V(z)$ 是一个复数, 它既代表电位函数 ϕ 沿纵轴的分布规律, 又代表场强横向分量 $\mathbf{E}_t$ 沿 z 轴的分布规律, 故 $V(z)$ 称为 TM 波的“模式电压”。 ϕ 只是横截面上坐标 (x, y) 或 (r, φ) 的函数, 它代表电位函数 ϕ 在横截面上的分布规律。式(1.2.21)指出, 求解 TM 波各点场矢量 $\mathbf{E}_t$ 可以分解成两个问题, 一个是求解模式电压 $V(z)$, 我们称它为纵向问题; 另一个为求解 ϕ , 我们称它为横向问题。只有既求出纵向问题又求出横向问题的解, 才能完整地描述各点场强矢量 $\mathbf{E}_t$ 的分布规律。

把式(1.2.21)代入(1.2.19), 得

$$\frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = -j\omega\epsilon V(z)\nabla_t\phi \times \mathbf{a}_z$$

等号两边对 z 积分, 得

$$\mathbf{H}_t = \left[-j\omega\epsilon \int V(z) dz \right] \nabla_t\phi \times \mathbf{a}_z \quad (1.2.22)$$

令

$$-j\omega\epsilon \int V(z) dz \equiv I(z) \quad (1.2.23)$$

则

$$\mathbf{H}_t = I(z)\nabla_t\phi \times \mathbf{a}_z \quad (1.2.24)$$

最后两式指出, $\mathbf{H}_t$ 的求解也包含两个问题, 一个是求出 $I(z)$ 的解, 这是纵向问题; 另一个是求 ϕ 的解, 这是横向问题。 $I(z)$ 代表 H_t 沿 z 轴的分布规律, 称为 TM 波的“模式电流”。

为了分别求出 TM 波纵向问题和横向问题的解, 把式(1.2.21)、(1.2.24)代入式(1.2.18), 并因

$$\mathbf{H}_t \times \mathbf{a}_z = I(z)\nabla_t\phi \times \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_z = -I(z)\nabla_t\phi$$

得

$$-\frac{dV(z)}{dz}\nabla_t\phi = \frac{-1}{j\omega\epsilon}\nabla_t\nabla_t \cdot [I(z)\nabla_t\phi] + j\omega\mu I(z)\nabla_t\phi =$$

• • •