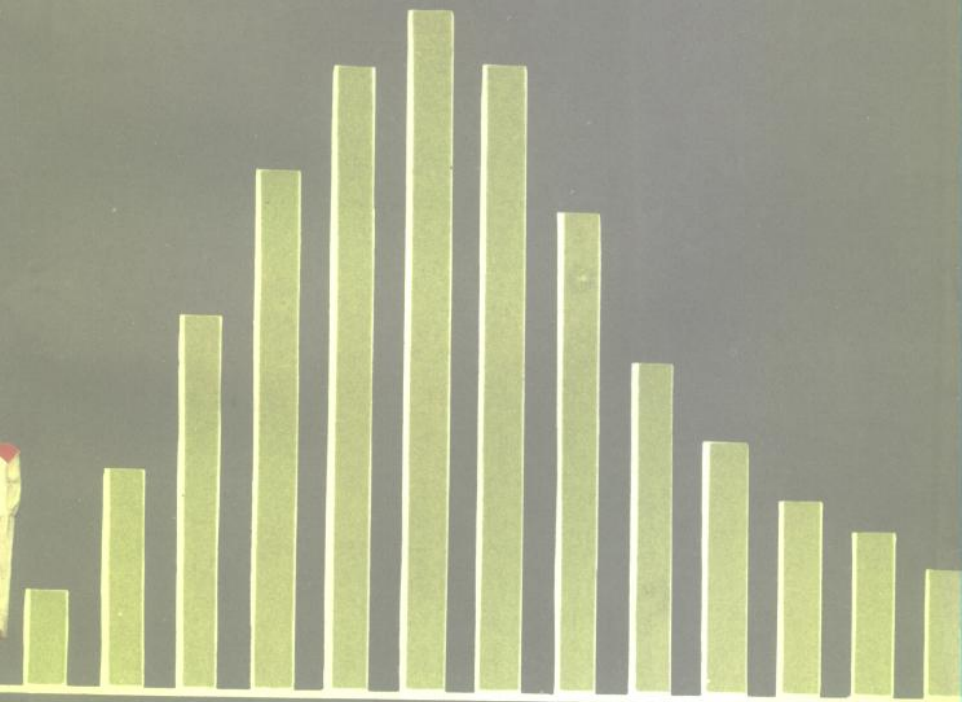
管理随机系统

史庆 编著



机械工业出版社

管理随机系统

史　庆　编著

机械工业出版社

(京)新登字054号

本书重点介绍了管理随机系统在管理决策中的作用及处理方法。内容包括：概率论基本知识、重要分布、离散型随机系统、连续型随机系统、排队论、可靠性及其应用、序贯决策过程、信号流图、图形评审技术。通过学习这些内容，它可以使管理人员以严谨的、科学的姿态来进行决策，从而达到长期的、较高水平的平均效益。在这种意义上，这样的决策是最优决策。

本书内容系统、条理分明、论述简捷、举例丰富，可供企业管理人员决策时使用，也可供大专院校管理专业师生学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

管理随机系统/史庆编著. —北京：机械工业出版社，1994.7
ISBN 7-111-04045-7

Ⅰ.管…
Ⅱ.史…
Ⅲ.①随机系统：管理信息系统 ②管理信息系统：随机系统
Ⅳ.C931

出 版 人：马九荣(北京市百万庄南街1号 邮政编码100037)
责任编辑：王霄飞 版式设计：王颖 责任校对：张晓蓉
封面设计：姚 毅 责任印制：王国光
机械工业出版社京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
1994年7月第1版·1994年7月第1次印刷
787mm×1092mm $^{1}/_{32}$·12.625印张·274千字
0 001—1 000册
定价：19.00元

序　言

管理是一门综合性的学科，既有需要定性分析的一面，又有定量分析的一面，借助于后者可以有一个数量化的表达形式，使决策者有更确切的依据来作决策。本书应用定量分析的观点和方法讨论随机系统的决策问题，所包括的内容，有离散型和连续型的随机系统、排队论、可靠性、序贯决策和图形评审技术等。虽各个内容均有专著介绍，但把它们连串起来，并以系统论的观点来分析，综合地加以阐述，在国内目前尚属少见。

本书前面两章把概率论和要用到的一些重要分布作了简述，使本书自成体系。

随机系统以随机性为特征，从而使系统变量具有不可预计性。但应用马尔可夫过程理论可以预计系统变量的分布以及期望值。这种分析方法贯穿于本书大部分章节，而且可应用于分析许多随机系统，因而对其它领域的学习及研究人员不无裨益。

本书内容在注意到了系统性、严密性的同时，也结合管理专业的特点，充分考虑到应用性与可读性。作者在对内容的斟酌处理中，是花了一番功夫的。书中实例较多，通过例子来说明、概括问题，并融合了作者在多年教学和科研中的一些体会。

总之，作者把管理随机系统写成这样一本书，是很有意义的。本书繁简剪裁恰当，深浅合度。它具有系统性、实用

性、简明可读性等特点。可作为高等院校管理专业或有关专业的教科书，也可作为教师的参考书；同时也能适应各种层次的研究人员、管理应用与决策人员的需要。

黄洁纲

前　言

本书讨论管理随机系统，介绍什么是系统和随机系统，以及随机系统在管理决策中的作用及处理方法。

我们首先考虑一个均匀对称的骰子，它的六个表面上各记有一点、二点、…和六点。没有人能够预知抛掷这个骰子会出现几点，即使在完全相同的条件下抛掷，也可能会出现不同的结果。这就是人们常谈到的随机现象，其结果是不能事先确定的。

显然，大多数现象或事物都具有随机性：明天是否下雨？某个公司的兴衰如何？开发某个新产品的前景如何？明年的经济是大踏步增长还是衰退？它们都带有随机性。

概率论是处理随机现象的有力工具。在我们的生活中，都要用到概率论。因为我们需要知道某件事情大概发生的可能性，以度量许多不确定的现象。在管理决策中，需要用概率论的知识和方法选择行动方案。因此，本书将首先介绍概率论的基本知识和某些重要的分布。

我们用系统的观点来展开本书，来描述系统，我们也需要用一些变量来描述系统的特征，这些相互作用的变量将随时间而变化，如市场的供应和需求，相互联系的排队的元素的数量等，我们称之为系统变量。在这个意义上，我们也可以说，一个系统就是一组相互作用的系统变量。在确定型系统中，只要知道所谓的状态变量和状态转移函数，就可以预计所有的系统变量。状态变量描述了系统的目前状态，而状

态转移函数说明系统的状态将如何随时间而变化。随机系统具有随机性，它使我们无法对系统变量作出精确的估计，但应用马尔柯夫过程理论，我们可以估计系统变量的分布以及它们的期望值。系统论和系统动力学讨论如何形成这样的系统、它们的作用、以及它们的性质。

每一门科学都与系统有关，但我们没有必要去讨论所有可能的系统，也没有必要去讨论所有的随机系统。本书所分析的许多模型来自管理科学领域。管理科学应用定量方法来讨论商业、工业以及政府中的各种问题。本书讨论其中的随机模型，故称为管理随机系统。

随机性本身就隐含着不可预计性。如果一个经理在一个随机系统里作计划，他只能对未来进行猜测和估计。例如，他在建造某个设施时，他无法精确地知道未来的生产需求。更糟的是，这种需求总是随时间的推移而时起时落的。今天很合适的设施，明天可能会显得太小了。某些时候设施的生产能力很低，而在另一时期却又过剩，这些都是很难避免的。

作为需求这种波动的结果，我们经常看到排队或等待线。这些排队可以是人们在等待服务，半成品在等待进一步加工等。在某些情况下，管理人员有时要研究系统在给定的条件下，在一定时期内的可靠程度或出现故障的规律性，因此，要求人们研究可靠性。有时，管理人员会感到推迟决策以等待更多的信息，这种思想导致了序贯决策和动态规划。随机网络的研究和发展使人们更清楚地了解具有多种随机因素、具有重复运行和反馈特征的网络系统，并使随机分析更广泛地向纵深发展。本书将对以上问题进行分析和研究。由于篇幅有限，我们只能讨论其中最主要的一些内容，如随机

网络，我们将限于讨论图形评审技术（GERT）。

在优化决策方面，随机性和不可预计性给管理人员带来许多困难，但大数定律却说明了大样本的行为是可以预测的，例如，虽然我们无法预测一次抛掷一个骰子会得到几点，但我们可以对连续多次抛掷作出令人信服的叙述。如果我们有一个很大的抛掷样本，我们可以说，在所有的抛掷中，有$\frac{1}{6}$的结果是出现一点。我们还可进一步说，出现点数的平均值是3.5。一般地，只要我们象抛掷骰子一样，有足够大数量的独立试验，大数定律是很有效的。在这类样本中，平均样本就是可预测的了。而且，在具有某种性质的样本中，结果的比例也是可以预测的。

在管理环境中，应用我们对随机系统的讨论并不意味着管理人员总可以在特定的随机情况下作出最优决策。但是，它可以使管理人员以新的姿态进行决策，从而达到长期的最高的平均效益。在这种意义上，这样的决策是最优决策。

作者十分感谢在本书写作过程中给予支持、鼓励和帮助的专家和朋友。武汉工业大学北京研究生院袁子仁副教授对本书章节安排提供了宝贵的意见。上海市政府经济顾问汪道涵同志特请上海交通大学有关专家予以审稿。上海交通大学管理学院名誉院长、上海市人大常委会副主任李家镐教授在百忙中审阅了书稿，并提出了宝贵的意见。上海交通大学管理学院管理工程系系主任、博士导师黄洁纲教授审阅了全书，提出了宝贵的意见和建议。特别是上海交通大学系统科学系季进如副教授极为认真、严肃地校阅了全书中的定理、结论及全部例题和数据，指出了原稿中的错误之处，使之得以及时修正。作者在此谨表衷心的谢忱。

由于作者水平所限，书中缺点错误在所难免。欢迎学长、学友和读者批评指正。

1993年元月

作者

目　录

第一章　概率论基本知识

本章介绍概率论基本知识，为节省篇幅，将略去所有定理的证明。

第一节　基 本 概 念

大多数现象和事物都具有随机性，也就是说，在相同条件下重复时，会出现不同的结果，我们称之为不确定现象或随机现象。生活中不乏此例：明天是否下雨是不确定的；要引进新产品的公司经理事先不知道这种新产品的销路究竟会多好；种植水稻的农民不知道秋天能收获多少稻谷，也不知道那时粮食的价格；一个大学毕业生在寻找工作时不能事先确定哪家单位会录用他；政府要引进新的税种，税收也是不确定的。在我们决定做某件事之前，需要知道其各种可能的结果，以及各种结果出现的可能性。概率论将帮助我们选择行动方案，作出决策。

一、样本空间和事件

自然界有许多现象，在一定条件下，它们可能发生，也可能不发生，这种现象就称为随机事件或事件。或者说，不确定的结果叫做事件，通常用大写字母表示。概率就是度量某特定事件发生的不确定性的一个数值。概率论则是研究随机事件的数量规律性。

我们常用随机试验来观察随机事件。作为一个试验 E，如果事先不能准确地预言它的结果，但在相同的条件下可以

重复进行，就称为随机试验。

随机试验的一个可能的结果称为一个基本事件或一个样本点，全部可能的结果的集合称为基本事件空间或样本空间，记为Ω。

例1.1 如果随机试验为抛掷二个均匀、对称的骰子，则可能的结果有36个，即(1，1)，(1，2)，…，(1，6)，(2，1)，…(2，6)，…，(6，1)，…，(6，6)。其样本空间有36个基本事件，即$\Omega=\{(1,1),\cdots,(1,6),\cdots,(6,1),\cdots,(6,6)\}$。

例1.2 设随机试验为重复抛掷一个均匀、对称的硬币，直至出现正面。要确定第一次出现正面的抛掷次数。设出现正面为H，出现反面为T。则第一次出现正面可能在第一次抛掷时出现(H)，可能在第二次抛掷时出现(TH)，…，或第n次抛掷时出现$(\underbrace{TT\cdots T}_{(n-1)}H)$，…。该样本空间由可数个基本事件所组成，可表示为$\Omega=\{1,2,\cdots,n,\cdots\}$。

例1.3 设某随机试验是抽选某大学在校学生的随机样本，然后记录他们的体重，其结果可以是任何正数。其样本空间为$\Omega=\{x: 0<x<\infty\}$。此例中，虽然决不可能出现体重小于20公斤或大于200公斤的学生，但这个例子说明样本空间可以由无数个连续的点所组成。

二、事件的运算

基本事件是事件的一种，一般的事件可以由若干个基本事件所组成，因而事件是Ω的一个子集。

我们假定读者已掌握有关集的基本概念和运算，如：

集或点集，是具有某种特定性质的元素的全体，可以是一批安装了电话的用户数，或任何一些具有某种性质的对

象，记为A。

如果ω是属于某一集A的元素，记为$\omega \in A$。

如果集A的每个元素也是集B的元素，则称A为B的子集，记为$A \subset B$。

如果集A的每个元素都是集B的元素，且B的每个元素也是A的元素，则二个集A和B相等，记为$A = B$。

显然，空集Φ是任一集的子集，Ω也是Ω的子集。

在例1.1中，$\Omega = \{(x, y): x, y = 1, 2, \cdots, 6\}$。抛掷一次出现的点数之和为6的事件为$A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$或$\{(x, y): x, y = 1, 2, \cdots, 6, x + y = 6\}$。

事件集的关系与集间的对应关系如表1-1所示。

表1-1　事件集与集间的关系

集的运算	概　率　语　言
$A \cup B$	事件A，B中至少有一个发生(事件的和)
$A \cap B$(或AB)	事件A，B同时发生(事件的交)
$\overline{A}$	事件A不发生
$A \cap B = \Phi$	事件A，B互斥，不可能同时发生
$A \cap \overline{B}$	事件A发生而B不发生
$A \subset B$	事件A发生必导致B发生

我们可以用文氏图（Venn）表示上述关系。在图1-1中，每个大长方形表示样本空间Ω。

若$A = \Phi$，称A为不可能事件，而$A = \Omega$则称为必然事件，通常都被称为随机事件。对每个事件A，对应的事件$\overline{A}$称为A的补或A的对立事件。特别地，若$A \cup B = \Omega$，$A \cap B = \Phi$，又称A与B互逆，又记为$A = \overline{B}$。

在例1.1中，设事件A为二个骰子点数和为6的事件，即

$A=\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$；事件 B 为第一个骰子出现点数为 3 的事件，$B=\{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$。则

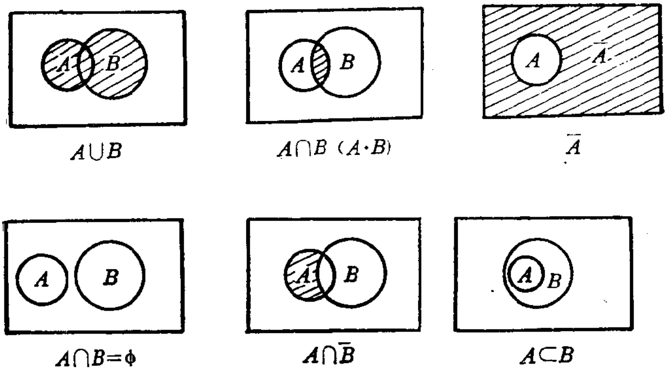


图1-1　文氏图

$A \cup B=\{(1, 5), (2, 4), (3, 1), (3, 2), \cdots, (3, 6), (4, 2), (5, 1)\}$

$A \cap B=\{(3, 3)\}$

$A \cap \bar{B}=\{(1, 5), (2, 4), (4, 2), (5, 1)\}$

事件的和与交的概念可以类似地推广到有限多个事件的和与交。

对有限个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$，它们的和 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ 即事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 至少有一个发生，它们的交 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$ 即事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生。

对可数个事件 $A_1, A_2, \cdots$，它们的和为 $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$，它们的交为 $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$。

第二节 概 率 测 度

我们用数$P(A)$表示事件A发生的可能性，$P(A)$就称为事件A的概率。事件的概率可根据情况用不同的方法来确定。

对于由有限个样本点（基本事件）构成的样本空间（基本事件空间），若每个基本事件发生的可能性相同，则事件A发生的概率就定义为$P(A)=\frac{n_A}{n}$，这里，n为基本事件总数，n_A为事件A中的基本事件数。

例1.4 在例1.1中，基本事件总数为36，即$n=36$。

设A为一次试验中出现点数和为11的事件，它由二个基本事件$(5,6)$和$(6,5)$所组成，$n_A=2$。则$P(A)=\frac{n_A}{n}=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$。

设B为一次试验中出现点数和为7的事件，它由6个基本事件所组成，$n_B=6$。则$P(B)=\frac{n_B}{n}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$。

若C为一次试验中出现点数和为11或7的事件，显然，$C=A\cup B$，且$A\cap B=\Phi$，$n_C=6+2=8$，则$P(C)=\frac{n_C}{n}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$。

这就是所谓的古典概率。一般地，如果随机试验E具有下列性质：

（1）只有有限多个基本事件A_1，A_2，…，A_n，

（2）基本事件都是等可能地出现，

我们就称E是古典型随机试验。并有下面的定理。