



研究生教材

机械结构 有限元分析

赵汝嘉 编

西安交通大学出版社

研究生教材

机械结构有限元分析

赵汝嘉 编

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本书从工程实际出发,将机械结构分析理论与有限元方法紧密结合,进行机械产品结构设计及动、静、热特性分析,并通过诸多实例,加深对基本概念及方法的理解。全书分三大部分,分别介绍有限元法基本概念,机械结构分析有限元方法的实施技术,以及机械产品动、静、热特性分析的有限元方法。在附录中提供了教学用的示范程序及供学生练习的习题。

本书可作为机械类研究生教材或教学参考书,也可供机械产品设计人员参考使用。

机 械 结 构 有 限 元 分 析

赵汝嘉 编

责任编辑 蒋 潞

*

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

*

开本850×1168 1/32 印张 9.9375 插页 2 字数: 254 千字

1990年3月第1版 1990年3月第1次印刷

印数: 1—3000

ISBN7-5605-0267-9/TH·12 定价: 2.70 元

《研究生教材》总序

研究生教育是我国高等教育的最高层次，是为国家培养高层次人才的人才。他们必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识，以及从事科学研究工作或担负专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是研究生培养中的重要环节。为此，我们组织出版这套《研究生教材》，以满足当前研究生教学，主要是公共课和一批新型的学位课程的教学需要。教材作者都是多年从事研究生教学工作，有着丰富教学和科学研究经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要，充分反映国内外的最新学术动态，使研究生学习之后，能迅速接近当代科技发展的前沿，以适应“四化”建设的要求；其次，也注意到研究生公共课程和学位课程应有它最稳定、最基本的内容，是研究生掌握坚实的基础理论和系统的专门知识所必要的。因此，在研究生教材中仍应强调突出重点，突出基本原理和基本内容，以保持学位课程的相对稳定性和系统性，内容有足够的深度，而且对本门课程有较大的覆盖面。

这套《研究生教材》虽然从选题、大纲、组织编写到编辑出版，都经过了认真的调查论证和细致的定稿工作，但毕竟是第一次编辑这样高层次的教材系列，水平和经验都感不足，缺点与错误在所难免。希望通过反复的教学实践，广泛听取校内外专家学者和使用者的意见，使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院

西安交通大学出版社

1986年12月

前 言

本书是机械类专业的研究生教材，初稿完成于1980年，在多年使用过程中，几经修改与增删，现根据我校研究生院对研究生系列教材的要求，最后完成此稿。本书可作为机械类研究生的教材或参考书。

机械结构有限元分析在机械产品设计及其性能分析中的应用日益广泛，日趋成熟，已成为机械产品计算机辅助设计系统中的重要程序块之一。它为在设计阶段掌握产品性能提供了一个可靠的方法，成为机械产品设计师和性能分析研究工作者必须掌握的工具，本书亦供他们阅读使用。

本书在编写过程中，考虑到机械类研究生一般都学过计算方法，从数学角度对有限元方法的基本理论及求解过程有一定了解；同时考虑到机械产品设计及性能分析工作人员的实际情况，他们对机械产品设计与性能分析有丰富经验，故本书不从数学角度阐述有限元方法，而是立足于物理及几何概念的描述，即从实际与直观出发，借助于弹性力学的基本知识，掌握有限元方法的本质。基于上述考虑，本书的体系不同于常规的有限元方法体系，而是以机械结构分析为主线，使有限元方法与机械结构分析融为一体。着重阐述有限元方法在机械产品设计及机械结构性能分析中的应用，并结合机械结构分析理论介绍有限元分析相关技术。全书共八章，分为三个部分：前三章为一个部分，主要介绍一般概念，并通过机械结构平面问题的分析及各种单元分析，掌握有限元方法的基本理论及其共性问题，了解广义的通用计算公式及规格化的计算过程；第二部分主要介绍有限元方法的实施，

由第四、五章所组成；第三部分由第六、七、八章组成，主要介绍机械产品动、静、热特性的有限元分析。

本书所用的数学工具对机械类研究生来讲是非常熟悉的，并认为已掌握弹性力学的基本知识；对机械产品设计师及性能分析工作者来讲，亦无太多困难。某些读者若缺乏弹性力学的基本知识，建议在读完第一章后，先阅读弹性力学的有关章节（例如王龙甫编著的弹性理论第1~6章），然后再顺序阅读以后各章。读者在学完第五章后，可以结合一个简单的任务，总结机械结构有限元分析的基本过程，附录中的一些习题可供练习使用。

本书内容适用于40~60课内学时，对于低学时者，可根据实际情况，结合课题研究方向，选学后三章中的某一部分。

本书在编写过程中，参阅了参考文献中的有关材料，在此对这些作者表示衷心感谢。本书原稿承蒙蒋璐、黄艾香两位教授认真审阅和仔细修改，这里表示衷心感谢。

本书涉及范围广泛，限于作者水平，错误和不足之处在所难免，欢迎读者批评指正。

作者

1988.4 于西安

目 录

前 言

第一章 绪论

1. 有限元方法的基本概念..... (1)
2. 有限元方法的发展及其在各领域中的应用... (4)

第二章 平面问题有限元方法

第一节 两种平面问题..... (8)

1. 平面应力问题..... (8)
2. 平面应变问题..... (10)

第二节 机器结构平面问题的有限元分析..... (11)

1. 单元类型选择..... (11)
2. 结构的划分、单元及节点的编号..... (12)
3. 单元的位移插值函数..... (18)
4. 单元刚度矩阵..... (22)
5. 总体刚度矩阵..... (29)
6. 等价节点力及总载荷向量..... (35)
7. 刚度方程..... (38)
8. 边界条件处理..... (39)

第三节 滚子链链片的平面应力分析..... (43)

第三章 单元类型及其刚度矩阵

1. 引言..... (49)
2. 形状函数的基本特征..... (50)
3. 一维单元及其刚度矩阵..... (50)
4. 二维单元及其刚度矩阵..... (60)

5. 三维单元及其刚度矩阵.....	(71)
6. 曲边等参元.....	(77)
7. 各种单元的比较及应用实例.....	(85)
第四章 有限元方法的程序设计	
1. 引言.....	(89)
2. 几个主要子程序简介.....	(91)
第五章 有限元方法的前后置处理	
第一节 有限元方法的前置处理.....	(106)
1. 计算所需的数据.....	(106)
2. 单元自动划分.....	(108)
3. 数据自动检查.....	(117)
第二节 有限元分析结果的后置处理.....	(119)
1. 坐标变换及整体结构的组成.....	(119)
2. 隐藏线的消除.....	(121)
3. 计算结果的图形显示.....	(122)
第六章 机械结构静特性有限元分析	
第一节 结构划分.....	(126)
1. 结构分析.....	(126)
2. 结构的简化.....	(127)
第二节 受力分析及单元类型选择.....	(130)
第三节 单元分析.....	(132)
1. 空间梁元.....	(132)
2. 板壳单元.....	(143)
第四节 整体分析.....	(168)
1. 坐标变换.....	(168)
2. 共面点的处理.....	(171)
第五节 子结构分析.....	(174)
1. 子结构划分.....	(174)

2. 子结构边界节点等效刚度矩阵·····	(176)
第六节 对称结构的处理·····	(179)
1. 轴对称问题·····	(179)
2. 对称问题·····	(185)
3. 逆对称问题·····	(187)
4. 周期对称问题·····	(188)
5. 特殊问题·····	(190)
第七节 机床基础大件静特性分析·····	(191)
第七章 机械结构动力分析的有限元方法	
第一节 结构系统的运动方程·····	(199)
1. 运动方程·····	(199)
2. 质量矩阵·····	(201)
3. 阻尼矩阵 $[C]$ ·····	(205)
第二节 特征值的解法·····	(207)
1. 幂法(或称矩阵迭代法)·····	(207)
2. 用滤频法计算最低几阶特征对·····	(211)
3. 子空间迭代法·····	(215)
4. 奇异刚度矩阵的处理·····	(221)
第三节 结构动力响应的计算·····	(223)
1. 振型组合法·····	(223)
2. 直接积分法·····	(225)
第四节 机械基础大件动特性有限元分析·····	(228)
第八章 机械结构热特性有限元分析	
第一节 热传导问题及其离散化·····	(237)
第二节 热变形及热应力分析·····	(240)
第三节 立柱热特性分析·····	(241)
1. 开口(无盖板)立柱热特性分析·····	(241)
2. 有盖板立柱的热特性分析·····	(249)

3. 壁上开孔立柱热特性分析..... (254)

附录

1. 教学示范程序..... (257)

2. 习题..... (302)

参考文献

第一章 绪 论

1. 有限元方法的基本概念

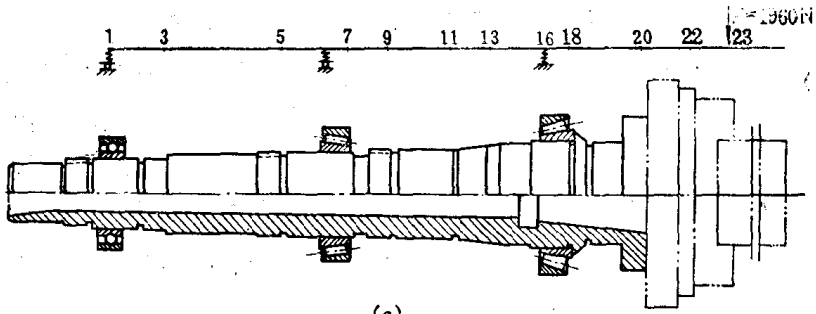
有限元方法是结构分析的一种数值计算方法，它在50年代初期随着计算机的发展应运而生，并得到广泛应用。这一方法的理论基础牢靠，物理概念清晰，解题效率高，适用性强，目前已成为机械产品动、静、热特性分析的重要手段，它的程序包是机械产品计算机辅助设计常用方法库中不可缺少的内容之一。

在机械产品设计中，经常有两类问题需要解决：一是强度问题，例如在机床结构设计中，对齿轮的弯曲强度、疲劳强度、接触强度的计算。通常物体的强度是靠控制它内部的最大应力来保证的，即 $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ ($[\sigma]$ 为材料的许用应力)；另一类问题是刚度问题，例如车床在加工过程中，床身由于切削力作用而产生变形，使得刀具和工件的相对位置发生变化，有可能满足不了加工精度的要求，因而必须控制机床的零、部件在受力后的变形值，使它在允许范围内。在机床结构设计时，刚度问题比强度问题更为重要，这也是在以后各章中主要计算变形值的原因。弹性力学原则上可以提供关于应力和位移的计算方法，但实际上，由于机械产品结构的复杂性，特别是机床基础大件的结构复杂性，长期以来主要应用经验类比设计，对机床的动、静、热特性只能作定性分析和经验类比估算。在决定实际结构时，取较大的安全系数，结果使产品“傻大粗”，材料的潜力不能充分发挥，产品性能也难以把握，只有等到样机制成，进行各种性能试验时才能有所了解，对薄弱环节提出改进方案，这样必然导致设计、制造周期长，成本高，

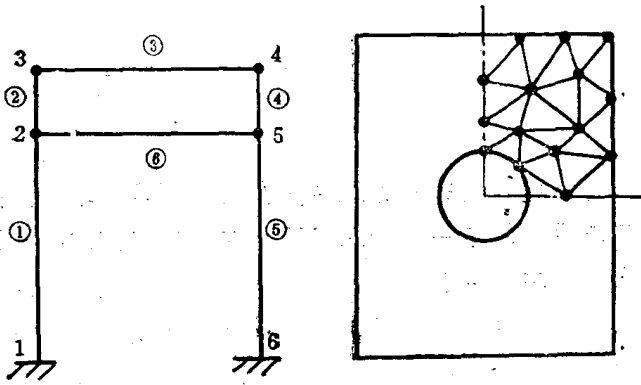
在当前科学技术及生产技术发展日新月异的情况下，市场的需求是瞬息多变的，机械产品以多品种、小批量生产为主，这就要求新产品设计、制造周期短，质量高，成本低，具有较强的竞争能力。传统的设计方法已越来越适应不了发展的需要。因此，近20年来，由于计算机的应用，正在设计领域中进行着一场深刻的革新，如用理论设计代替经验设计；用精确设计代替近似设计；用优化设计代替一般设计；用动态分析代替静态分析等等，而有限元方法为在设计阶段掌握产品性能提供了强有力的工具。可以认为有限元计算是利用计算机对机械产品动、静、热特性进行了模拟试验。随着计算机及计算技术的发展，机械产品设计必然进入到一个新的阶段。国外机械产品设计已进入计算机辅助设计及自动设计时代，目前它正以有限元-优化设计为中心不断地向前发展。

有限元方法是数值计算中的一种离散化方法，用数学术语来说，就是从变分原理出发，通过分区插值，把二次泛函（能量积分）的极值问题化为一组多元线性代数方程来求解。人们知道，直接从一个微分方程推导出它的泛函，常常是很复杂的，有时甚至是不可能的，所以在求泛函时，常借助于所研究问题的物理特性。诸如金属切削机床这类机械产品的刚性问题，属于小变形弹性问题，因而弹性力学中的最小位能原理提供了极大的方便，关于这方面内容请参阅弹性力学的变分法章节。

从物理或几何概念来说，有限元方法是结构分析的一种计算方法，是矩阵方法在结构力学和弹性力学等领域中的发展和应用，其基本思是将弹性连续体划分成有限个小单元体，它们在有限个节点上相互连结。如图(1-1)所示。在一定精度要求下，对每个单元用有限个参数来描述它的力学特性，而整个连续弹性体的力学特性，可认为是这些小单元体力学特性的总和，从而建立起连续体的力的平衡关系。



(a)



(b)

(c)

图 1-1

图1-1(a)是机床主轴部件划分图，根据主轴截面情况，从后支承到主轴前端部划分为22个单元，由23个节点连接。图1-1(b)是机床龙门框架简化的模型图，即把实际的立柱，横梁用一根通过它们的几何中心线的梁来处理。框架划分为6个单元体，其中节点2, 3, 4, 5都是相邻单元的连接点。在进行单元及节点编号后，对每个单元体进行力学分析，建立起单元体的平衡方程，然后按“按点叠加”的原则建立起整个弹性体的平衡方程，从而求得变形及应力。

2. 有限元方法的发展及其在各领域中的应用

“有限元”这一概念早在40年代就提出来了，50年代初期曾将这种方法应用于结构设计，即所谓结构分析的矩阵方法，但由于计算过分繁琐，缺乏先进的计算工具，未获广泛使用。直到60年代，随着计算机的飞速发展，有限元方法才如虎添翼，目前已成为现代工程设计中的重要支柱之一。可以说，有限元方法是计算机时代的产物。

在电子计算机广泛用于工程设计之前，也有许多数值计算方法，例如有限差分法，其应用范围也较广，它基于直交网格，列计算格式比较简便，但边界的适应性较差。有限元方法由于节点可任意配置，对复杂形状的物体可以使边界节点完全落在区域边界上，因而在边界上给出良好的逼近；对由几种材料组合而成的物体，可以把单元的一边取在分界面上而得到较好的处理；并可根据实际需要，在一部分求解区域中(如应力集中处)配置较密集的节点，而在另一部分求解区域中配置较稀疏的节点，使其在不过分增加节点总数的情况下，提高计算精度，而这些优点，对采用直交网格的有限差分法是难以实现的。又如李兹法，它是古典变分法，这种方法对具有复杂形状的区域，由于光滑的坐标函数(它必须满足某些边界条件)实际上无法选取，故很难采用。而有限元法则通过离散化处理，用构造分块光滑的(有时是近似的)坐标函数克服了这一困难，可以说使古典变分法经过改造获得了新生。由此可见，有限元方法与以往的数值计算方法比较，既有许多共同之处，亦有其特出优点，主要表现在：

a. 节点可任意配置，边界适应性良好，能用不同形态，不同大小和不同类型的单元划分任意几何形状的结构物。

b. 能够适应任意支承条件和任意载荷，包括温度载荷。

c. 能够模拟由不同结构元件组成的复合结构，例如带加强筋板的壳体是板、梁、块体的组合体。

d. 有限元方法计算过程已形成一定的规格, 国内外已有大型通用结构分析程序可供使用, 掌握亦较容易。

上述特点, 为它的应用与发展开辟了广阔的前景。

这一方法最初应用于宇航工程, 并迅速推广于造船, 土木建筑, 机电工业等部门。表 1-1 给出了有限元方法在平衡或稳态问题、特征值问题以及动态或瞬态问题等方面的应用实例。

表1-1 有限元方法在工程中部分应用实例

研究领域	平衡问题	特征值问题	动态问题
1. 结构工程学 结构力学 宇航工程	梁、板、壳结构的分析 复杂或混杂结构的分析 二维与三维应力分析 棱柱体的扭转 接触问题	结构的稳定性 结构的固有频率和振型 线性粘弹性阻尼	应力波的传播 结构对非周期载荷的动态响应 耦合热弹性力学与热粘弹性力学粘弹性问题
2. 土力学 基础工程学 岩石力学	二维与三维应力分析 填筑与开挖问题 边坡稳定性问题 土壤与结构的相互作用 坝、隧洞、钻孔、涵洞、船闸等的分析 流体在土壤和岩石中的渗流。	土壤—结构组合物的固有频率和振型	土壤与岩石中的非定常渗流 在可变形多孔介质中流动—固结 应力波在土壤和岩石中的传播 土壤与结构的动态相互作用
3. 热传导	固体和流体中的 稳态温度分布		固体和流体中的 瞬态热流

续表 1-1

研究领域	平衡问题	特征值问题	动态问题
4. 流体力学 水利工程学 水源学	流体的势流 流体的粘性的流 动 蓄水层和多孔介 质中的定常渗流 水工结构和大坝 的分析	湖泊和港湾的波 动(固有频率和 振型) 刚性和柔性容器 中流体的晃动	河口的盐度和污 染研究(扩散问 题) 沉积物的推移 流体的非定常流 动 波的传播 多孔介质和蓄水 层中的非定常渗 流
5. 核子工程学	反应堆安全壳结 构的分析 反应堆和反应堆 安全壳结构中的 稳态温度分布		反应堆安全壳结 构的动态分析 反应堆结构的热 粘弹性分析 反应堆和反应堆 安全壳结构中的 非稳态温度分布

有限元方法经过近20多年的发展,作为一种结构分析技术来讲,不可能期望再有别的戏剧性的发展或突破,未来的发展主要是在各工程领域中的应用、提高,并完善有限元方法的基本技巧。随着计算机辅助设计(CAD)在工程设计中日益广泛的应用,有限元方法程序包已成为CAD常用计算方法库中不可缺少的内容之一。并与优化设计形成集成系统,即通过计算机建立计算模型-有限元分析-最优结构设计-结果图形显示-判断决策-修改结构形状-有限元分析……重复进行,直至满足设计要求为止。上述集成有限元分析系统反映了当今世界上有限元方法的发展及应用水平。但是准确地掌握这集成系统的使用方法,并正确无误地确定分析策略和对分析结果作出正确的判断,需要有丰富的工程设计经验;总结这些经验,利用人工智能技术,形成智能性的

有限元分析系统，即形成有限元分析专家系统。有限元方法在今后若干年内的发展主要趋势是：

(1) 在完善各种特殊领域内的线性有限元方法软件的同时，大力研制高效率的非线性有限元方法软件；

(2) 逐步完善大型有限元方法软件的自适应性，以提高其运行效率，并尽量减少设计人员对软件系统的干涉；

(3) 配备功能较强的前后置处理程序块。没有前后置处理及不包含 CAD 技术的大型有限元软件，将会逐步失去竞争力。

(4) 结构分析的有限元-优化一体化程序的发展，其中心是减少在结构优化计算过程中重作有限元分析的次数，缩短计算时间，提高计算效率，减少计算费用。

另外，从长远来看，将会有更多的有限元方法软件引入人工智能技术，形成比较完善的专家系统，实现有限元分析智能化。