●成人高等院校教材●

管理数学基础

主编　关程璠　张永明

哈尔滨船舶工程学院出版社

前 言

根据教委制定的数学教学大纲的要求、本着成人教育要"直接有效"地为四化建设服务的精神，黑龙江省财贸管理干部学院、黑龙江省商业职工大学、哈尔滨大学、大庆职工大学、哈尔滨市科技职工大学和东北林业大学等院校联合编写了《管理数学基础》一书。

全书力求适应成人教育特点，从经济、管理应用出发，以基本概念和基本运算为主，深入浅出，通俗易懂地介绍了在管理中和经济研究中常用的数学方法。尽量通过例题和几何图形形象直观地阐述数学概念和基本原理，全书始终注意到培养读者利用数学方法分析问题和解决问题的能力。

为便于读者自学以及掌握和巩固所学知识，每节后都配有适量的习题，每章后都配有适量的复习题，且在书最后附有习题和复习题答案。

本书可作为经济专科院校学员的教材及从事管理工作和经济工作人员的自学课本或参考书。授完全书约需 85～95 学时。

本书由关程璠（黑龙江省财贸管理干部学院）、张永明（黑龙江省商业职工大学）主编，副主编为李桂霞（哈尔滨大学）、赵连盛（东北林业大学）、编委（按姓氏笔画为序）有：尹亮（黑龙江省财贸管理干部学院）、关程璠（黑龙江省财贸管理干部学院）、李桂霞（哈尔滨大学）、李耀力（哈尔滨市科技职工大学）、张永明（黑龙江省商业职工大学）、赵连盛（东北林业大学）、徐桂芝（大庆职工大学）、凌莉

(哈尔滨市政府)。全书由关程璠统稿和审定。

由于编写时间仓促和作者水平有限，书中难免有不妥之处，在此敬请读者批评和指正。

编者　　　1992 年 12 月

目　　录

第一章　函　数

§1.1　集　合

一、集合的概念和表示法

1、集合的概念

集合是数学中最基本的概念之一，在经济管理和企业管理中起着非常重要的作用.

我们常常研究某些事物组成的集体，例如一班学生、一批产品、全体正整数等等，这些事物组成的集体都是集合.

一般说来，**集合**是具有某种共同属性的事物的全体，简称**集**. 我们把组成某一集合的事物或对象称为集合的**元素**.

下面举几个集合的例子:

例 1　1991 年 2 月 1 日出生的人;

例 2　某商店出售的商品: 彩电、电冰箱、录象机、洗衣机等;

例 3　$x^2-5x+6=0$ 的根;

例 4　全体偶数,

例 5　直线 $x+y-1=0$ 上所有的点等，都是集合. 集合中的元素可以是人、彩电，也可以是数或点.

由有限个元素构成的集合，称为**有限集合**　如例 1、2、3; 由无限多个元素构成的集合，称为**无限集合**，如例 4、5,

通常，我们用大写字母 A，B，C，…表示集合，用小写字母 a，b，c，…表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元

素，则记作 $a \in A$，读作 a 属于 A 或 a 在 A 中；如果 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a \bar{\in} A$ （或 $a \notin A$），读作 a 不属于 A 或 a 不在 A 中。

例如：如果用 Q 表示全体有理数的集合，则 $\frac{3}{5} \in Q$，$\sqrt{2} \bar{\in} Q$.

通常用 R、Q、Z、N 分别表示**实数集**、**有理数集**、**整数集**、**自然数集**。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，而且是互异的。

2、集合的表示法

(1) 列举法

把集合的所有元素，按任意顺序列出来，并写在大括号 { } 内表示集合的方法，称为**列举法**。

例 6 集合 A 表示“大于−3 且小于 4 的整数”，这个集合的元素有且仅有−2，−1，0，1，2，3，可表示为

$$A = \{-2, -1, 0, 2, 3\}$$

用列举法表示有限集时，可以不必考虑元素的先后顺序，但必须列出集合的所有元素，不得遗漏和重复。

而用列举法表示无限集时，只能把一些有代表性元素按一定规律和顺序写在大括号 { } 内。

注意：a 与 $\{a\}$ 是不相同的，a 表示集合中的一个元素，而 $\{a\}$ 表示只含有一个元素 a 的集合。

(2) 描述法

把集合中元素的公共属性写在大括号 { } 内表示集合的方法，称为**描述法**。这时先在大括号内左端写出元素的

一般形式（常用字母 x、y 等表示），然后画一条竖线，在竖线右边列出集合元素的公共属性。

例 7 设 A 为全体偶数的集合，可表示为

$$A=\{x \mid x=2n, n \text{ 为整数}\}$$

例 8 设 B 为 $x^2-5x+6=0$ 的实根构成的集合，可表示为

$$B=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$$

注意：用描述法表示集合时，有时可省略竖线及元素的一般形式。如"所有等腰直角三角形"组成的集合可写成

$$\{\text{等腰直角三角形}\}$$

不要写成｛等腰直角三角形集｝，因为大括号已表示"所有"、表示"集"。

为直观起见，有时我们用平面图形来表示集合，即用一个平面区域代表一个集合，集合内的元素用区域内的点来表示。如图 1-1。

图 1-1

二、子　集

定义 1.1 对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的每一个

元素都是集合 B 的元素，即“如果 $a\in$ A，则 $a\in$ B”，则称 **A 是 B 的子集**，记为

$$A\subset B \text{ 或 } B\supset A$$

读作 A 包含于 B 或 B 包含 A。

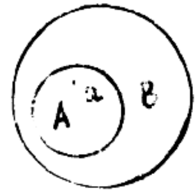


图 1-2

例 1 设 A = { 1，2，3，4，5 }

B = { 1，3，5 }

则有

$$A\supset B \text{ 或 } B\subset A$$

例 2 对于 N(表示自然数集)和 Z(表示整数集合)，有

$$N\subset Z$$

定义 1.2 设有集合 A 和 B，如果 $A\subset B$，且 $B\subset A$，则称 **A 与 B 相等**，记作 A = B。

例 3 设 A = { x| x 为大于 1 小于 4 的整数}，B = $\{x|x^2-5x+6=0\}$

$$\text{则}\quad A=B$$

关于子集有下列结论：

(1) $A\supset A$，即“集合 A 是自己的子集”。

(2) 如果 $A\subset B$，$B\subset C$，则 $A\subset C$，即“集合的包含关系有传递性”。

三、全集与空集

在研究某一问题中，由所研究的所有事物构成的集合，称为**全集**，记作 Ω。

例如，在研究数集时，常常把实数集 R 作为全集；在研究图形的集合时，常常把所有的空间图形组成的集合作为

全集，

全集是相对的，一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集。例如，在讨论集合仅含整数时，则整数集作为全集；若讨论的集合包括分数时，则整数集不是全集，而有理数集或实数集可作为全集。

不含有任何元素的集合称为**空集**，记作 Φ。

例如：由平面上两条平行线的交点所构成的集合为空集。

空集也是相对的，也是有条件的。例如，方程 $x^2+2=0$ 的实根全体是空集，即。

$$\Phi = \{x \mid x^2+2=0, \quad x\in R\}$$

但在复数范围来讨论问题，$x^2+2=0$ 的根的全体就不是空集。

空集是任何集合 A 的子集，即 $\Phi\subset A$。

只含有一个元素 x 的集合，称为单元素集，记为 $\{x\}$。

注意：$\{0\}$ 及 $\{\Phi\}$ 都不是空集，前者只含有一个元素“0”，后者以空集 Φ 为其元素。

例 写出集合 $\{1, 2\}$ 的所有子集。

解 集合 $\{1,2\}$ 所有子集是 Φ，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{1,2\}$.

四、集合的运算

1、集合的并

定义 1.3 设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的**并集**，记作 $A\bigcup B$，即

$A\bigcup B = \{x \mid x\in A 或 x\in B\}$，如图 1–3 所示。

集合的并有如下性质：

(1) $A \subset A \bigcup B$，$B \subset A \bigcup B$

(2) 对于任何集合 A，有

$A \bigcup \Phi = A$，$A \bigcup \Omega = \Omega$，

$A \bigcup A = A$

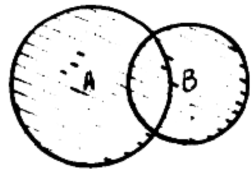


图 1-3

例 1 设 A＝｛3，4，5，6｝，B＝｛1，2，3，4｝，求 $A \bigcup B$。

解 $A \bigcup B = \{3, 4, 5, 6\} \bigcup \{1, 2, 3, 4\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

例 2 设 A＝｛x｜$-1 \leqslant x \leqslant 2$｝，B＝｛$x$｜$x > 0$｝，求 $A \bigcup B$。

解 $A \bigcup B = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 2\} \bigcup \{x \mid x > 0\}$

$= \{x \mid x \geqslant -1\}$

2、集合的交

定义 1.4 设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合，**称为 A 与 B 的交集**，记作 $A \bigcap B$，即

$A \bigcap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$，如图 1-4 的阴影部分所示。

交集有如下性质：

(1) $A \bigcap B \subset A$，$A \bigcap B \subset B$

(2) 对任何集合 A，有

$A \bigcap \Phi = \phi$，$A \bigcap \Omega = A$，$A \bigcap A = A$

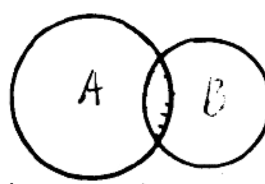


图 1-4

例 3 设 A＝｛1，2，3｝，B＝｛2，4，6，1｝，求 $A \bigcap B$。

解 $A \bigcap B = \{1, 2, 3\} \bigcap \{2, 4, 6, 1\}$

$= \{1, 2\}$

例 4 设 $A=\{x|x>-3\}$ ，$\{x|x<2\}$，
求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x|x>-3\}\cap\{x|x<2\}$

$=\{x|-3<x<2\}$

3、集合的差

定义 1.5 设有集合 A 和 B，由属于 A 但不属于 B 的元素构成的集合，称为 **A 与 B 的差集**，记作 $A-B$，即

$A-B=\{x|\ x\in A$ 且 $x\notin B\}$ ，如图 1-5 阴影部分所示.

例 5 设 $A=\{2,4,6,8,10\}$

$B=\{4,6,8\}$

则

$A-B=\{2,10\}$

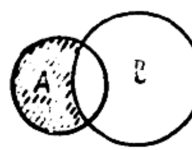


图 1-5

4、集合的补

定义 1.6 由全集 Ω 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 **A 的补集**，记作$\overline{A}$，即

$\overline{A}=\{x\mid x\in\Omega$ 且 $x\notin A\}$，如图 1-6 的阴影部分所示.

补集有下列性质:

$A\cup\overline{A}=\Omega$，$A\cap\overline{A}=\Phi$，$\overline{(\overline{A})}=A$

由此可知，补集具有对称性，即$\overline{A}$是 A 的补集，反之 A 也是$\overline{A}$的补集. 例如，设

$\Omega=\{a,b,c,d,e,f\}$，

$A=\{b,d,f\}$

则有$\overline{A}=\{a,c,e\}$

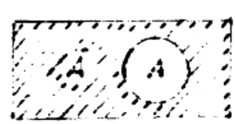


图 1-6

由补集定义，A 与 B 的差集还可以表示为 A 与$\overline{B}$的

交集，即

$A-B=A\cap\overline{B}$，如图 1-7 中双重阴影部分所示。

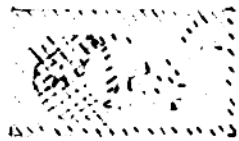


图 1-7

五、集合的运算律

1、交换律：(1)$A\cup B=B\cup A$

(2)$A\cap B=B\cap A$

2、结合律：(1)$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

(2)$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

3、分配律：(1)$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

(2)$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

4、吸收律：(1)$(A\cup B)\cap A=A$

(2)$(A\cap B)\cup A=A$

5、摩根律：(1)$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

(2)$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

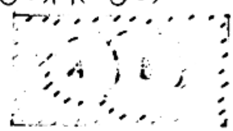


图 1-8(a)

下面用图形说明摩根律(1)成立，图 1-8(*a*)的阴影部分是集合$\overline{A\cup B}$，而(b)的双重阴影部分是集合$\overline{A}\cap\overline{B}$，由此可见$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，其它运算律请读者通过图形自行验证。

例 1 设 $\Omega=\{a,b,c,d,e,f,g\}$

$A=\{b,d,f\}$，$B=\{d,e,f,g\}$

验证摩根律(1) $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，

(2) $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

是正确的。

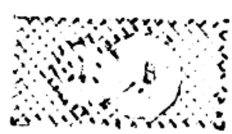


图 1-8(b)

证明：$\because\ \overline{A}=\{a,c,e,g\}$ $\overline{B}=\{a,b,c\}$，

$$\overline{A}\cap\overline{B}=\{a,c,e,g\}\cap\{a,b,c\}=\{a,c\} \tag{1}$$

$$\overline{A}\bigcup\overline{B}=\{a,c,e,g\}\bigcup\{a,b,c\}=\{a,b,c,e,g\} \qquad (2)$$

$$\because A\bigcup B=\{b,d,f\}\bigcup\{d,e,f,g\}=\{b,d,e,f,g\}$$

$$\therefore \overline{A\bigcup B}=\{a,c\} \qquad (3)$$

由(1)和(3)式得摩根律(1) $\overline{A\bigcup B}=\overline{A}\bigcap\overline{B}$

$$\because A\bigcap B=\{b,d,f\}\bigcap\{d,e,f,g\}=\{d,f\}$$

$$\therefore \quad \overline{A\bigcap B}=\{a,b,c,e,g\} \qquad (4)$$

由(2)和(4)式得摩根律(2)$\overline{A\bigcap B}=\overline{A}\bigcup\overline{B}$.

此例说明摩根律是正确的。

六、实数集

1、实数与数轴

(1) 实数

人们对数的认识是逐步发展的，先是自然数，N={1，2，3……}，继而发展到有理数（即正负整数、正负分数及零），再进一步就发展到无理数（例如$\sqrt{2}$、π等都是无理数）。有理数可以表示为$\frac{m}{n}$，无理数不能表示为$\frac{m}{n}$，其中m、n都是整数，且$n\neq0$。

分数可以用**有穷小数或无穷循环小数**表示；反之，有穷小数或无穷循环小数亦可用分数表示。

因此，有理数可以表示为有穷小数或无穷循环小数，而无理数为**无穷不循环小数，有理数和无理数构成实数.**

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\end{cases}\\\text{无理数}\end{cases}$$

(2) 数轴

具有原点、正方向和单位长度的直线(一般是取向右为正方向的水平直线)称为**数轴**。如图 1-9 所示。

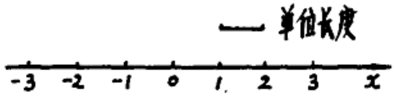


图 1-9

任何一个实数 x 在数轴上都可以找到一点 B 与之对应，当 $x=0$ 时，B 与原点重合；当 $x>0$ 时，点 B 在原点的右侧；当 $x<0$ 时，点 B 在原点的左侧，x 是 0B 与单位长之比，x 称为点 B 的坐标。反之，对于数轴上任何一点 B，必存在一个实数 x，使得 B 的坐标等于 x，即实数和数轴上的点是一一对应的。点 a 或实数 a 表示的是同一个意思，今后不再予以区别。

2、区间

区间是实数集 R 的子集，常用的区间有以下几种类型：

设 a，b 为实数，且 $a<b$

(1) 满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a，b 为端点的**开区间**，记作 (a, b)，见图 1-10，即

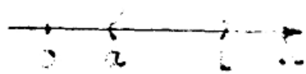


图 1-10

$(a, b) = \{ x | a < x < b \}$

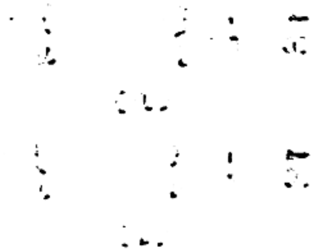
(2) 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a，b 为端点的闭区间，记作 $[a, b]$，见图 1–11，即

$[a, b] = \{ x | a \leqslant x \leqslant b \}$

(3) 满足不等式 $a < x \leqslant b$ 或 $a \leqslant x < b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a，b 为端点的**半开区间**，记作 $(a, b]$ 或 $[a, b)$，分别见图 1–12 的 (a) 和 (b)

图 1–11

以上三类区间为有限区间。有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b-a$ 称为区间的长。此外，还有下面几类无限区间:



(4) $(a, +\infty) = \{ x | a < x \}$

$[a, +\infty) = \{ x | a \leqslant x \}$

(5) $(-\infty, b] = \{ x | x \leqslant b \}$

$(-\infty, b) = \{ x | x < b \}$

图 1–12

(6) $(-\infty, +\infty) = \{ x | -\infty < x < +\infty \}$，即实数集。

例 1 设 $\Omega = R, A = [-3,5)$，$B = (-1,6)$，求 $A \bigcup B$，$A \bigcap B$，$\overline{A}$

解 $A \bigcup B = [-3, 5) \bigcup (-1, 6) = [-3, 6)$

$A \bigcap B = [-3, 5) \bigcap (-1, 6) = (-1, 5)$

$\overline{A} = R - A = (-\infty, +\infty) - [-3, 5)$

$= (-\infty, -3) \bigcup [5, +\infty)$

3、绝对值

在研究一些问题时，我们常常遇到实数绝对值的概念，下面介绍一下实数绝对值的定义及性质。