

高等学校教材

# 中学数学教材教法

总论

赠·阅

第二版

十三院校协编组编

高等教育出版社

LJC  
4  
G6

高等学校教材

# 中学数学教材教法

## 总 论

### 第 二 版

十三院校协编组编

高等教育出版社

E032/02

## 内 容 提 要

本书是《中学数学教材教法》“总论”部分的修订本，这次修订保持了原书的体系和特点，但内容有所充实、更新。

本书分绪论和中学数学课的教学目的和内容、中学数学教学的基本原则、数学基础知识教学和基本能力培养、中学数学教学工作等四章。各章都注意从现行的中学数学教学大纲与教材的实际出发，运用教育学与逻辑学的一般原理，结合数学学科与教育对象的特点，对有关中学数学教学的理论与方法，以及数学教师的日常工作，作了较详细的论述。

本书可供高等师范院校数学系学生、中等学校数学教师学习和参考。

高等学校教材  
**中学数学教材教法**  
**总 论**  
第二版

\*

高等教育出版社出版  
新华书店北京发行所发行  
国防出版社印刷厂印

\*

开本850×1168 1/32 印张8.5 字数202 000  
1980年11月第1版 1987年10月第2版 1988年2月第2次印刷

印数 17 101—38 100  
ISBN 7-04-000024-5/O·11

定价1.70元

# 前 言

## 一

本书是为高等师范院校、教育学院、教师进修学院的数学系(科)所开设的“中学数学教材教法”课程而编写的总论教材,可供高师院校数学系(科)的学生及中学数学教师进修使用,亦可供从事中等数学教学及研究的数学教育工作者参考。

## 二

根据教学上的需要,在1978年到1980年,我们全国十三所高师院校数学系中学数学教育教研室的同行,通过集体讨论、分工协作,编写了这一套《中学数学教材教法》教材,经过六年来的使用,结合教学实践积累了一定的经验。在此基础上,高等教育出版社又支持我们于1984年底在西安召开了总论教材修订讨论会,集中了各师范院校对教材提出的宝贵意见和教学经验,确定了对教材进行修订的原则和方案,并分工对原书的各章进行了修订。参加这次修订稿各章初稿执笔的有:东北师大周学海、福建师大林明翰;北京师院李建才<sup>1)</sup>、天津师大陆克毅;华南师大李翼忠、广西师大王本午;湖南师大李求来、湖北大学林六十。初稿完成后,由李翼忠、曹才翰、李建才三同志进行了改写、统稿。

统稿后,在理科数学、力学教材编审委员会初等数学教研组丁尔陞、余元希两位先生主持下,于1986年5月在天津召开了审稿会。参加审稿会的还有河南师大杨志青、天津师大张文贵、天津师专毛信实、天津教育学院黄惜阴、天津河北区教师进修学校赵

大文、高等教育出版社高尚华等同志。协编组的代表李建才、陆克毅也参加了审稿会，对修订稿作了说明并听取了审稿意见。会后，由李建才根据审稿会的意见对全书进行了仔细修改、定稿。

### 三

这次修订稿保持了原稿的体系、特点和基本内容，吸收了几年来教学实践中积累的经验，充实了一些具体实例分析，并适当采用了国内外中学数学教育的某些研究成果。作为高师院校的基本教材，全书各章都进行了不同程度的充实、更新和提高：使用了心理学的理论原理，更新了某些关于教学和学习的观点，增加了巩固与发展相结合的教学原则，有利于指导巩固知识、发展思维；充实和提高了有关逻辑知识，使用了数理逻辑的某些概念和符号；概括和吸收了某些新的数学教育研究成果和数学教学改革的成功经验。使修订稿比原书更丰富、更充实、更深刻、更好教易学了。

### 四

修订稿是集体协作的成果。修订讨论会、审稿会都得到了国家教委、高教社和全国高师数学教育研究会的大力支持。在此，对参加讨论会、审稿会以及对本书提供过有益经验、合理建议的同行们，对本书中采用的研究成果、教学经验的创造和总结者，表示深切的谢意。由于时间仓促、水平所限，不当之处，恳请批评指正。

编 者

1986. 8.

## 第一版前言

这套《中学数学教材教法》教材是由北京师院、广西师院、上海师院、福建师大、北京师大、华东师大、吉林师大、甘肃师大、江苏师院、华南师院、武汉师院、天津师院、湖南师院等十三院校数学系的中学数学研究组集体协编的。我们共同讨论、拟定了编写大纲，分工编写了初稿，并在教育部领导和人民教育出版社的大力支持与帮助下，召开了审稿会，对初稿逐章进行了审定，提出了修改意见。经过各编写单位再次修订，委托专人进行统编，总论部分和分论部分将先后出版，供高等师范院校数学系及有关人员使用、参考。

在我们组稿、审稿的过程中，陕西师大等许多兄弟院校的同志很关心我们的工作，他们参加了审稿会，并提出了不少宝贵意见。在此，我们表示感谢。

本册是总论部分，各章分别由吉林师大梁植文，天津师院李其汾，华南师院李翼忠，湖南师院章兴仁、李求来等同志执笔。审稿会后，又由吉林师大刘孟德、梁植文，北京师院米道生、李建才进行了修订，最后由北京师大钟善基，吉林师大刘孟德审定，并由北京师院梅向明，华东师大余元希进行了复审。

由于时间匆促，编写中难免存在缺点和错误，望读者批评指正。

编 者

一九八〇年七月

# 目 录

|                                   |                |
|-----------------------------------|----------------|
| <b>绪 论 数学教学法的内容、方法和意义 .....</b>   | <b>( 1 )</b>   |
| 一、数学教学法研究的内容 .....                | ( 1 )          |
| 二、数学教学法的学科特点 .....                | ( 2 )          |
| 三、数学教学法的重要意义 .....                | ( 4 )          |
| 四、数学教学法研究的基本方法 .....              | ( 8 )          |
| <b>第一章 中学数学课的教学目的和内容 .....</b>    | <b>( 11 )</b>  |
| 1.1 怎样确定中学数学教学目的 .....            | ( 11 )         |
| 1.2 中学数学教学目的 .....                | ( 16 )         |
| 1.3 中学数学的教学内容 .....               | ( 29 )         |
| 1.4 中学数学教学改革 .....                | ( 37 )         |
| <b>第二章 中学数学教学的基本原则 .....</b>      | <b>( 54 )</b>  |
| 2.1 严谨性与量力性相结合的原则 .....           | ( 55 )         |
| 2.2 抽象与具体相结合的原则 .....             | ( 67 )         |
| 2.3 理论与实际相结合的原则 .....             | ( 78 )         |
| 2.4 巩固与发展相结合的原则 .....             | ( 86 )         |
| <b>第三章 数学基础知识教学和基本能力的培养 .....</b> | <b>( 112 )</b> |
| 3.1 数学概念及其教学 .....                | ( 113 )        |
| 3.2 数学命题及其教学 .....                | ( 129 )        |
| 3.3 数学中的推理和证明 .....               | ( 141 )        |
| 3.4 数学基本能力的培养 .....               | ( 161 )        |
| <b>第四章 中学数学教学工作 .....</b>         | <b>( 188 )</b> |
| 4.1 课堂教学 .....                    | ( 188 )        |
| 4.2 备课 .....                      | ( 213 )        |

## 绪论 数学教学法的内容、方法和意义

### 一、数学教学法研究的内容

中学数学教学法（简称数学教学法）是研究在中学教育系统中数学教学的目的、内容，数学教学的规律、方式、方法和手段的一门学科。

高等师范学校数学专业开设的“中学数学教材教法”课程是要求师范生学习数学教学法的基础知识、基本理论和教学基本技能，为教育实习和毕业后从事数学教学工作以及开展数学教育科学研究作好必要的准备。这个课程的基本内容包括以下各个方面：

1. 中学数学教学在基础教育中的地位、作用和目的；确定中学数学教学目的的主要依据；中学数学教学目的在教学中的指导作用。

2. 中学数学教学内容的体系安排及选择内容、安排体系和陈述内容的基本原则。

3. 中学生学习数学的心理原则和有效学习方法。

4. 中学数学教学的基本原则及其在教学中的指导意义和具体运用。

5. 中学数学教学工作的具体方式、方法。包括备课、课堂教学、学生学习思想和学习方法的调查与指导、学生学习质量的测量与学习成绩的评定、教具的制作与使用等常用的基本工作方式方法。

6. 逻辑方法在数学教学过程的具体运用。

7. 各部分数学教学内容的教学目的、教学特点的具体分析, 具体的教学方式方法的灵活运用和研究, 以及典型教学经验的系统总结等。

总之, “数学教学法”的内容十分丰富, 极为广泛, 不可能在有限的教学时间内全部学完。在中学数学教材教法课中只要求有重点地学习数学教学法学科的主要的、基本的内容。

## 二、数学教学法的学科特点

学习和研究一门学科必须掌握它的特点。由于数学教学法研究的对象十分复杂, 它的理论还未达到精确化, 人们对这门学科及其特点还没有统一的看法。下面, 着重介绍比较重要的、而且比较显著的几个基本特点。

### 1. 数学教学法是一门综合性的独立的边缘性学科。

首先, 作为研究具体的数学教学规律、数学教学目的、教学内容与方法的数学教学法, 既与数学科学的对象、特点、内容结构、数学方法、数学语言有关, 又与教育学、教学论中所研究的一般教育目的、教学规律和方法有着密切的联系。

其次, 数学教学法要研究中学生学习数学的心理原则和学习方法, 中学生数学思维的培养和发展规律, 又和心理学、数学方法论、逻辑学有关。

另外, 数学教学法还要研究各种高效率的教学方式、方法和手段, 又与电化教育、现代技术, 特别与电子计算机科学有关。

最后, 最重要的是, 一切重大的教学法问题的解决, 都离不开唯物辩证法的指导。因此, 数学教学法与哲学也有密切的关系。

由此可见, 数学教学法是一门综合性的边缘学科。它需要综合运用各门有关学科的一些基本原理和方法, 或者受其某些特点和要求所约束。

但是，数学教学法不能照搬相邻各学科的有关原理，并添上一些相应的数学教学实例。它应当针对自身研究的对象和需要解决的问题，参考或运用相邻学科的有关原理和方法，在数学教学实践和科学研究中总结出数学教学的具体规律，从而创造出数学教学法的理论体系。因此，数学教学法又是一门独立的学科。

## 2. 数学教学法是一门实践性很强的理论学科。

数学教学法要研究中学生学习数学知识、发展数学思维的规律以及数学教学过程的特点和规律。因此，它不能满足于讲究教学工作的一招一式，而应深入地研究中学生学习数学和思维发展的理论问题以及有关数学课程结构、教材体系、内容分析、教法原理等理论问题。同时，数学教学法的理论知识，是从中学数学教学实践的需要而产生发展得来的。这种理论的意义在于指导教学实践，运用数学教学原理原则总结出一套在教学实践中具体可行的教学方式、方法和手段，并受教学实践的检验。因此，数学教学法又是一门实践性很强的理论学科。

## 3. 数学教学法是一门发展中的理论学科。

由于社会的不断发展，社会对基础教育不断提出新的要求，数学教学的目的、内容以及教学方法也要不断改进。事实上，数学教学法这门学科的内容也在不断地充实和改进。又由于教育科学、技术的进步和数学教学法科研不断取得新的成果以及教学经验的积累，也会使得数学教学法的理论更为完善，内容更加丰富。因此，在一定的历史阶段，数学教学法会有一个逐渐趋于完善的理论体系，但却不可能有一个始终不变的完善到顶的模式。随着社会、教育、科技的发展，数学教学法也在不断地发展，甚至要有根本性的变革。因此，认为“数学教学法不能成为一门科学”的观点是不正确的。同样，那种“墨守陈规”、认为“在数学教学领域中曾经起过良好作用的或者对现代数学教学已不适用

的数学观点和原理、原则是永恒不变的法规”的观点也是不正确的。

当前，我国为实现四个现代化加速培养人才，实行九年制义务教育，对基础教育的培养目标提出了新的要求。这样，数学教学法的研究也要顺乎国情，讲究实效，努力创建具有中国特色的、行之有效的数学教学法理论体系和教学方式方法，将是从事数学教育工作者的重要课题。

### 三、数学教学法的重要意义

从数学教学法研究的内容及其特点可以看出，数学教学法的理论和实践对于如何提高中学数学教学质量，培养现代化建设所需要的人才关系重大。但是，无论在历史上或在当前的数学教学领域中，人们对它的重要意义还缺乏认识，它还未受到应有的重视。在中学数学教学实践中，往往由于忽视数学教学规律，教学不甚得法，造成学生对学习数学不感兴趣、学习负担过重、教学质量差、束缚学生智力的发展，造成“高分低能”、“两极分化”等现象仍然存在。因此，要改变这种不良偏向，就有必要对数学教学法的重要意义作进一步的探讨，就必需重视数学教学法的研究。

#### 1. 从数学教学工作特点看教学法的重要性。

任何一种工作要取得较好的效果都需要顺乎有关规律，讲究工作方法，而且工作过程越复杂，就越需要有反映客观规律的理论指导和行之有效的工作方法。

数学教学工作是在一定的社会、学校环境内，在一定教育方针的政策指导下，在一定的教育工作系统中进行的。数学教学工作质量的好坏又直接受到教材、学生、教师、学法、教法等因素的影响。可见数学教学工作是一种多层次、多因素的比较复杂的工作，因而特别需要掌握数学教学规律，讲究工作方法才能保证

教学质量。

数学教学工作的复杂性、艰巨性还表现在下列几个方面：

(1) 数学教学工作是在一定的教学计划下进行的，要求在教学计划规定的极有限的时间内，按照进度教给学生尽可能多的数学基础知识，并要求学生对所学知识能够理解、会用；还要求学生在能力上获得尽可能大的提高。可见，数学教学工作的任务是十分艰巨的，复杂的。

(2) 由于数学科学内容十分丰富，它已成为分支众多、体系庞大的学科；数学方法不仅应用于自然科学和工程技术，并且已经深入到社会科学、社会事业、家庭以至人们的日常生活当中了，也就是说，数学应用更加广泛。同时，由于数学思想方法丰富全面，并要求高度抽象、严谨的逻辑思维，数学学习和研究对于培养和发展人的智力的作用十分突出。因此，中学数学教学工作在中学教育系统中处在一个较为重要的地位，人们对它的要求越来越高，它的艰巨性、复杂性也越来越大。

(3) 由于我国幅员广大，人口众多，全国实行义务教育，广大的学生中数学基础知识、能力发展水平存在着地区、学校之间的差别。这种差别，就是在同一班级也会出现。学生在理解和掌握数学知识上存在不同程度的困难，在接受能力、心理特征上也有种种差异。还有各类学生学习态度、方法、习惯上的不同。这些差异也给数学教学工作带来复杂性和艰巨性。

为了完成如此复杂艰巨的数学教学工作任务，必须综合运用古今中外人类积累的有关数学教学的理论知识和有效的成功经验，结合我国当前的国情与中学数学教学实际，开展数学教育科学研究，总结经验，不断创新，使数学教学工作适应新的形势要求，逐步提高教学质量，为我国现代化建设培养人才作出应有的贡献。

## 2. 数学教学法对新教师的特殊意义.

对未来的数学教师或者新教师来说,学习和研究数学教学法更有它特殊的重要的意义.

(1) 我国现代化建设对中学教育和数学教育提出了新的要求.为了适应新的教学要求,中学数学教学思想、教学理论和教材教法都在不断变化发展当中.对于有经验的数学教师尚需要学习研究数学教学法的理论和新成果,正确理解现行教材内容、体系的精神实质,灵活恰当地贯彻到教学工作中去,才能取得良好的教学效果.

对于新数学教师来说,他们虽然经过中学和大学学习,对中学数学教材内容中的基础知识有所掌握并能初步运用.可是作为数学教师来研究中学数学教材却是陌生的.因为,作为一个教师,不仅要求对教学内容及其体系做到深刻理解、灵活运用,还要求掌握其中的数学思想方法及寓于教材中的教学理论、观点和方法,只有这样才能按照教材的教学目的要求、指导思想和学生的年龄特征、认识规律来进行教学,才能充分发挥教材的优点,避免缺点,挖掘教材的有利因素,防止不利因素,才能广泛地调动学生学习的积极性,借以提高教学质量.可见,新教师必须学习研究数学教学法的理论知识才能对中学数学教材做到正确的、深刻的理解,才能有效地结合学生实际使用课本这个教学工具.有的新教师认为中学数学内容浅显,对教材不难理解,忽视运用教学法理论知识去研究分析教材,这种做法对数学教学工作十分不利.

(2) 由于数学教学工作是多层次、多因素的工作,在教学过程中不仅要考虑教师本身的教学活动和思维活动,还要考虑学生的学习情况和教学环境、教学条件等因素.同时,教师教学活动本身又是一种十分复杂的艺术活动.例如,组织、领导学生集

体学习,启发学生思维,指导学生学习方法,有条理的、生动的讲解,板书和演示教具,分析评价学生学习成果,处理学生偶发事件,学生学习思想教育工作,学生学习质量的测量与评定,个别学生学习辅导等等,这些对新教师来说都缺乏具体的经验,需要尽快地去了解、熟悉这些教学工作的基本知识和具体工作方法。学习数学教学法中有关内容会得到初步认识,进一步要通过较长时间的的教学实践锻炼,不断总结经验,才能掌握数学教学艺术,才能丰富自己的教学经验。

总之,一个新教师要能胜任如此复杂的、高度艺术的数学教学工作,成为一个合格的并进一步锻炼成长为一个优秀的数学教师,不仅要努力学习数学专业知识,提高数学能力,还必须努力学习、研究数学教育理论和教学方法,提高教学能力。可见,学习研究数学教学法对于新教师的培养和成长有它特殊的、重要的意义。

### 3. 数学教学法对当前的现实意义。

当前,在数学教学法理论方面和实践方面提出许多需要研究解决的重大课题。例如:

在数学教学传授知识的同时如何培养能力、发展智力的问题;

中学数学教学内容和体系如何适应我国现代化建设的需要问题;

中学数学教学如何照顾差别,既能大面积提高教学质量又能培养拔尖人才的问题;

如何运用现代教学手段提高数学教学效率问题,等等。显然,这些问题的研究解决,对于促进当前数学教学改革,提高数学教学质量,培养现代化建设人才都有重要的现实意义。

我国当前中学数学教学与四化建设的需要还很不相称,教学

质量与水平还很不理想，数学教学中存在不少问题，要改变这种状况，关键在于提高中学数学知识水平和教师的教学能力。可是教师教学能力的提高，必须具备数学教学法的科学理论知识及先进的、有效的教学经验，自觉地按照数学教学规律并善于运用恰当教学方法来进行教学。在这方面数学教学法又有它的现实意义。

综上所述，数学教学法这门学科确实应该受到人们，特别是从事数学教育工作的同志的重视的。因此，在高等师范数学专业教学计划中，“中学数学教材教法”作为一门必修课程来设置也是非常必然和重要的。它将在培养我国现代化建设所需要的合格中学数学教师，进一步发展我国数学教育的伟大事业中起到应有的作用。

#### 四、数学教学法研究的基本方法

数学教学法是一门思想性、理论性很强的学科，它的理论、观点必与一定的教育理论、思维科学有联系。因此，研究数学教学法的理论问题必须以正确的哲学思想为指导，也就是说以唯物辩证法为指导。另一方面，在数学科学研究领域中，唯心主义、形而上学观点与辩证唯物主义的观点经常开展激烈争论。唯心主义学派经常利用数学的高度抽象性来为唯心主义辩护。因此，研究数学教学法问题时，应当全面而正确地运用唯物辩证法的立场、观点、方法去分析问题，解决问题，要从实际出发，实事求是地去分析古今中外数学教学理论观点和经验教训，并通过教学实践的检验，吸取其中有益的东西。

由此可见，在唯物辩证法的指导下，数学教学法研究的基本方法主要是：

1. 深入调查、系统研究当前中学数学教学的现状、问题和经验教训。

中学数学教学法是一门发展中的学科。在中学数学教学领域

中，不断出现新问题和解决问题的新经验。因此数学教学法的研究必须掌握新信息，研究现实中的新问题，总结新经验，才能适应数学教学不断发展的需要。可是，要从数学教学实际中发现新问题，总结新经验，就必须对当前中学数学教学的现状、问题和经验教训作经常的、深入的调查研究，从实际中发现新知识。

另一方面，由于数学教学工作是多因素、多层次的，要判定一种数学教学理论观点是否正确，只采用数学中常用的演绎推理方法是不可靠的，必须通过调查研究，根据大量事实才能归纳出正确的结论。所以，调查研究是解决数学教学问题的较有效方法，也是发展和完善教学理论的基本途径。

## 2. 广泛地学习并运用有关学科的知识和方法。

由于数学教学法是一门综合性的边缘学科，所以必须综合运用有关学科的基本原理和方法，特别是有关哲学、心理学、教学论、逻辑学等方面的一些理论、观点和新方法，这些往往能启发我们去思考并解决数学教学上的问题。例如：

在现代教学论中提出要重视学生智力的发展，在数学教学中就注意了数学能力的培养；

在教学论中提出教育性的目的，在数学教学中就要进行辩证唯物主义观点的教育；

在数学教学中如何有规律地发展学生认知数学的能力，如何发展智力，如何培养学生辩证唯物主义的观点，就必须运用到哲学、心理学、逻辑学、数学方法论等知识来进行研究。可见，广泛地学习并运用有关学科知识来研究数学教学问题也是必要的基本方法之一。

还要注意的，综合运用有关学科的知识来研究数学教学问题时，不应当把有关学科的某些断言、观点作为教条来引用，也不应当满足于用一些数学教学实例来说明这些学科的某些观点的

合理性。这种把各学科理论、观点拼凑起来进行推理的研究方法是不可取的。而应该把各科的理论、观点联系数学教学实际，有机地结合起来，去研究、解决实际问题，并通过实践的检验才能得到真实可靠的科学成果。

同样地，高师毕业生对于如何运用高等数学知识来研究中学数学教学问题，特别是运用高等数学的理论和方法、数学方法论以及数学发展史的知识和观点来研究和指导中学数学教学的问题，也是在教学实践中值得注意的基本方法之一。

### 3. 大力开展实验研究活动。

数学教学过程有一定的规律性，可是数学教学方式、方法又有很大的灵活性。要掌握数学教学规律必须从教学实践中去发现，去认识，去实验，去总结。要熟练运用具体的教学方式、方法也必须通过教学实践去探索、积累经验。因此，教学实验的方法，又是教师学习和研究数学教学法的根本方法。

前面曾经指出，数学教学法是一门实践性很强的学科。数学教学法的理论作用在于指导教学实践。另一方面，理论、观点是否正确，教学方式、方法是否有效，根据理论制订出来的教学目的、教材体系、教法措施是否可行，也要经过实践检验。因此，数学教学法研究的根本途径是通过教学实验。

在我国新的历史时期，数学教学必须进行改革才能适应四个现代化建设的需要。可是要改革，要创新，就必须通过长期的教学改革实验，才能创造出符合我国国情的、行之有效的数学教学理论和方法。因此，数学教育工作者，特别是广大的中学数学教师，在教学工作中，就要积极开展教学实验研究，不断更新教材，改进教法，探索规律，提高能力。从中不断丰富和完善数学教学理论。