

邮电高等函授教材

滤 波 技 术

张筱华 林 茅 编

人 民 邮 电 出 版 社

登记证号(京)143号

内 容 提 要

本书主要介绍有源滤波器的分析和设计方法。全书共分六章。第一章介绍滤波器的基本概念,重点讨论转移函数及其实频率特性,这是全书的基础部分。第二章介绍滤波器转移函数的设计。第三章介绍运算放大器及其分析方法,并给出多种RC有源滤波器的设计思想。第四章介绍灵敏度,其目的在于评价有源滤波器的优劣。第五章介绍开关电容滤波器,讨论滤波器的集成原理并介绍有关芯片。第六章介绍无源和有源均衡器。

本书深入浅出,通俗易懂,非常适合工程技术人员自学,亦可作为大专院校的教材。

邮电高等函授教材

滤 波 技 术

张筱华 林 莘 编

责任编辑 胡美霞

人民邮电出版社出版发行

北京市朝阳门内南竹杆胡同111号

人民邮电出版社河北印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所经销

开本: 850×1168, 1/32 1994年12月第一版

印张: 9.5

1994年12月河北第1次印刷

字数: 250千字

印数: 1—5 000册

ISBN·7-115-05426-6/TN·798

定价: 8.50元

目 录

第一章 转移函数	(1)
第一节 复频率.....	(1)
第二节 转移函数.....	(9)
第三节 转移函数的实频率特性.....	(28)
第四节 双二次函数.....	(35)
第五节 无源滤波电路.....	(46)
本章小结.....	(50)
习 题.....	(52)
第二章 近似问题	(57)
第一节 概述.....	(57)
第二节 巴特沃思近似.....	(61)
第三节 契比雪夫近似.....	(70)
第四节 椭圆近似.....	(82)
第五节 贝塞尔近似.....	(86)
第六节 频率变换.....	(102)
本章小结.....	(116)
习 题.....	(119)
第三章 有源滤波器电路	(121)
第一节 运算放大器.....	(121)
第二节 正反馈双二次电路.....	(133)
第三节 负反馈双二次电路.....	(153)
第四节 三运放双二次电路.....	(165)

第五节	一阶节电路	(182)
第六节	无源LC梯型滤波网络的有源模拟(一)	(187)
第七节	无源LC梯型滤波网络的有源模拟(二)	(192)
第八节	无源LC梯型滤波网络的有源模拟(三)	(199)
本章小结		(217)
习 题		(219)
第四章 灵敏度		(222)
第一节	ω 和Q的灵敏度	(222)
第二节	多元件偏离的影响	(229)
第三节	电路的灵敏度分析	(233)
本章小结		(240)
习 题		(241)
第五章 开关电容滤波器		(242)
第一节	概述	(242)
第二节	开关电容积分器	(247)
第三节	利用状态变量分析法设计开关电容滤波器	(258)
第四节	开关电容滤波器芯片介绍	(267)
本章小结		(273)
习 题		(274)
第六章 均衡器		(275)
第一节	概述	(275)
第二节	无源幅度均衡器	(278)
第三节	有源幅度均衡器	(286)
本章小结		(291)
习 题		(292)
习题答案		(293)
参考资料		(295)

第一章 转移函数

【摘要】 本章先介绍复频率和复平面的概念；在引入复频率指数型信号的基础上，讨论了网络转移函数的诸种性质。

双二次函数是本书中极为重要的概念。本章对双二次函数的实频率特性以及低通、高通、带通、带阻滤波器对应的双二次函数进行了较为详尽的讨论。

第一节 复频率

一、引言

在电工基础理论的学习中，我们曾对形式为 $|A| \cos(\omega t + \varphi)$ 的正弦信号进行过详细的讨论。当时曾指出，直接采用这样的信号来分析电路是不方便的。例如在图1-1-1所示的电路中，设已知 $u(t)$ 为正弦信号 $|U| \cos(\omega t + \varphi_u)$ ，则电压 $u(t)$ 和回路电流 $i(t)$ 之间的关系式应为：

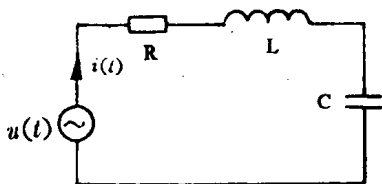


图 1-1-1

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t) \quad (1-1-1)$$

如果欲求电路中的稳态电流 $i(t)$ ，则须解式(1-1-1)类型的微

分方程，这显然是较为麻烦的。

因此，在电工理论中采用了“符号法”来分析正弦型信号的电路，其实质是将正弦信号 $u(t) = |U| \cos(\omega t + \varphi_u)$ 视为二个指数信号之和。即：

$$\begin{aligned} u(t) &= |U| \cos(\omega t + \varphi_u) \\ &= \frac{|U|}{2} \{ e^{j(\omega t + \varphi_u)} + e^{-j(\omega t + \varphi_u)} \} \\ &= \frac{1}{2} \{ |U| e^{j\varphi_u} \cdot e^{j\omega t} + |U| e^{-j\varphi_u} \cdot e^{-j\omega t} \} \\ &= \frac{1}{2} \{ U e^{j\omega t} + U^* e^{-j\omega t} \} \end{aligned} \quad (1-1-2)$$

$$\text{式中: } \begin{cases} U = |U| e^{j\varphi_u} \\ U^* = |U| e^{-j\varphi_u} \end{cases} \quad (1-1-3)$$

这样，一个正弦信号被化成了二个“实频率指数型信号” $U e^{j\omega t}$ 和 $U^* e^{-j\omega t}$ 之和，它们分别具有角频率 ω 和 $-\omega$ 以及复振幅 U 和 U^* ，从而使电路的分析变得较为方便起来。

当时指出，采用这样的“符号法”之后，电路的计算就由微分方程问题变成了普通的代数问题。例如欲求电路中的稳态电流，则只要经如下步骤就可以得出。

1. 写出正弦信号 $u(t) = |U| \cos(\omega t + \varphi_u)$ 的复振幅 U 。即

$$U = |U| e^{j\varphi_u} \quad (1-1-4)$$

2. 计算电路在这种指数型信号作用下的复阻抗 $Z(j\omega)$ ：

$$Z(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \quad (1-1-5)$$

3. 计算电路的复振幅 I 。方法是：

$$\begin{aligned} I &= |I| e^{j\varphi_i} \\ &= \frac{U}{Z(j\omega)} = \frac{|U| e^{j\varphi_u}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \end{aligned} \quad (1-1-6)$$

4. 由上步计算得到的 $I = |I| e^{j\varphi_i}$, 可立即写出电路的稳态电流 $i(t)$ 为:

$$i(t) = |I| \cos(\omega t + \varphi_i) \quad (1-1-7)$$

可见, 将一个具有 $|A| \cos(\omega t + \varphi)$ 形式的正弦信号, 推广到形如 $Ae^{j\omega t}$ 的实频率指数型信号之后, 产生了两方面的意义。一方面, 它使电路的计算变得大为方便了, 原来的微分方程化为了代数方程; 另一方面, 它使原来只能为正值的角频率 ω 推广到复平面的整个 $j\omega$ 虚轴上, 即 ω 的范围扩展到区间 $(-\infty, \infty)$ 中, 从而使问题的讨论深化了一步。

上述的形如 $Ae^{j\omega t} = |A| e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ 的信号 (称之为实频率的指数型信号) 可以用一个旋转矢量来表示, 如图1-1-2所示。图1-1-3表示了式(1-1-2)所示的二个实频率指数型信号, 即正弦信号。

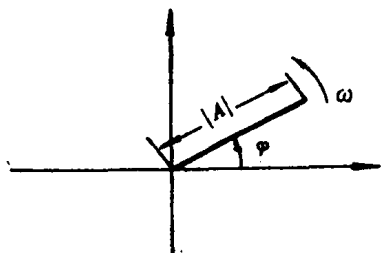


图 1-1-2

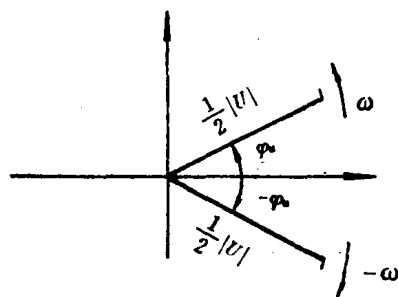


图 1-1-3

为了使问题的讨论更为深刻化, 需要以一个复数频率 S 代替 $Ae^{j\omega t}$ 中的频率 $j\omega$, 从而形成一个意义更为广泛的复频率指数型信号 Ae^{St} 。下面我们对此具体讨论如下。

二、复频率

如上所述, 我们提出了一个复频率指数型信号 Ae^{St} , 其中 S 为一复数, 即:

$$S = \sigma + j\omega \quad (1-1-8)$$

σ 和 ω 分别表示该复数的实部和虚部。

从而：

$$Ae^{St} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} \quad (1-1-9)$$

其中 $A = |A|e^{j\varphi}$ 称为 Ae^{St} 的复振幅。

显然，当复数 S 的实部 $\sigma = 0$ 时， $Ae^{St} = Ae^{j\omega t}$ ，即还原为实频率的指数型信号。可见 $Ae^{j\omega t}$ 是 Ae^{St} 的一种特例。

下面讨论 Ae^{St} 如何用旋转矢量表示。因为：

$$\begin{aligned} Ae^{St} &= |A|e^{j\varphi} \cdot e^{(\sigma + j\omega)t} \\ &= |A|e^{\sigma t} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \end{aligned} \quad (1-1-10)$$

式中 $e^{\sigma t}$ ($t \geq 0$) 恒为一个正实数，且随 t 的变化而变化，因而如果将 $|A|e^{\sigma t}$ 看成一个合成振幅的话，则此振幅的大小和变化趋势将与 σ 的正、负值有关。按照 σ 的正负情况，并参考上面介绍的 $Ae^{j\omega t}$ 的旋转矢量表示方法，不难得到 Ae^{St} 的旋转矢量表示方法如下。

1. 当 $\sigma < 0$ 时，即 σ 为负值时， $|A|e^{\sigma t}$ 随着时间的增加而减小。因而式(1-1-10)所示的指数信号可用图1-1-4所示的旋转矢量表示。

此图说明，当 $t = 0$ 时，其振幅 $|A|e^{\sigma t} = |A|$ 为起始振幅；其初相为 φ ；旋转角频率为 ω 。随着 t 的增大，其振幅 $|A|e^{\sigma t}$ 逐渐减小。

2. 当 $\sigma = 0$ 时，此时信号 $Ae^{St} = |A|e^{j(\omega t + \varphi)}$ 。显然这就是原来的实频率指数型信号。它的振幅恒定不变，如图1-1-5所示。

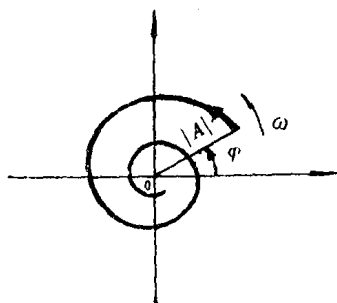


图 1 1 4

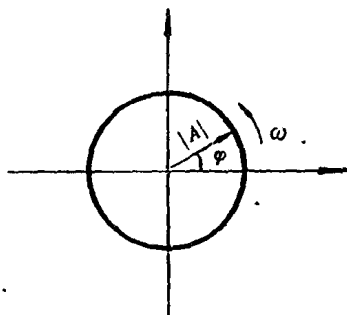


图 1 1-5

3. 当 $\sigma > 0$ 时, $|A|e^{\sigma t}$ 随时间 t 的增加而增加, 因而 Ae^{st} 可表示为图1-1-6所示的旋转矢量。

可见, 当采用复频率指数信号的表示方法之后, 其旋转角频率 ω 和初相 φ 与实频率指数型信号 $Ae^{j\omega t}$ 中的 ω 和 φ 具有类似的意义, 但其振幅 $|A|e^{\sigma t}$ 表示的意义却大大地丰富了, 更具有一般性了, 因而这种信号的表示方法获得了更为广泛的应用。

三、复平面

采用旋转矢量表示复频率指数型信号 Ae^{st} 的方法, 虽然明确地表示了信号幅度的变化情况、 ω 的正负以及初相 φ 的角度大小, 但不能确切地表示复频率 σ 、 ω 的量值。因而人们常采用复平面的表示方法。

我们知道, 复频率 $S = \sigma + j\omega$ 是一个复数, 所以可以将它用复平面上的点来表示, 这个复平面通常称为 S 面, 其实轴表示 σ , 虚轴表示 $j\omega$, 如图1-1-7示。显然, 图中的 $S_1 \sim S_5$ 分别代表如下复频率的指数型信号:

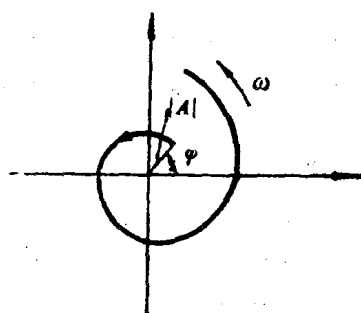


图 1-1-6

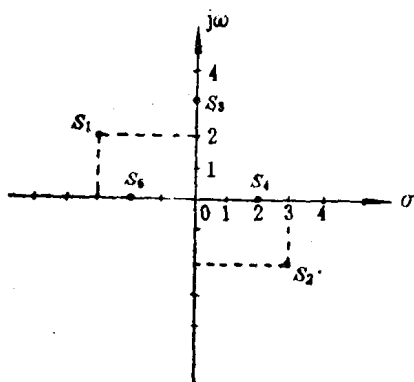


图 1-1-7

$$S_1 = -3 + j2$$

$$S_2 = 3 - j2$$

$$S_3 = j3$$

$$S_4 = 2$$

$$S_5 = -2$$

由此可以看出：在 S 平面左半平面上的点具有实部 $\sigma < 0$ 的特征，它们代表了减幅的指数型信号。例如 S_1 表示的信号是 $|A| e^{(-3+j2)t}$ ， S_5 表示的信号是 $|A| e^{-2t}$ 。

在 S 平面右半平面上的点具有实部 $\sigma > 0$ 的特征，它们表示了增幅的指数型信号。例如 S_2 代表的信号是 $|A| e^{(3-j2)t} = |A| e^{3t} \cdot e^{-j2t}$ ， S_4 表示的信号是 $|A| e^{2t}$ 。

在 S 平面虚轴上的点具有 $\sigma = 0$ 的特征，它们表示了等幅的指数型信号。例如 S_3 代表的信号是 $|A| e^{j3t}$ 。

应该指出，在 S 平面上的一对共轭点具有更加明显的意义。这是因为对于 $S = \sigma + j\omega$ 和 $S^* = \sigma - j\omega$ 这一对共轭点，它们对应信号的合成是：

$$\begin{aligned} & |A| e^{(\sigma + j\omega)t} + |A| e^{(\sigma - j\omega)t} \\ &= |A| e^{\sigma t} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \\ &= 2 |A| e^{\sigma t} \cos \omega t \end{aligned} \quad (1-1-11)$$

这是一个具有变化幅度的正弦型信号。

由此式不难得出下述结论：

在 S 左半平面上的点对共轭点代表了一个减幅的正弦信号。

在 S 右半平面上的点对共轭点代表了一个增幅的正弦信号。

在 $j\omega$ 轴上的一对共轭点代表了一个等幅的正弦信号。

在 σ 轴上的单频率点代表了呈实指数型变化的信号：在正实轴（ $\sigma > 0$ ）上的点表示指数型单调增长的信号；在负实轴（ $\sigma < 0$ ）上的点表示指数型单调衰减的信号；而原点代表了直流信号。

S 平面上各种频率点的位置与信号波形的对应关系如图1-1-8示。

通过以上的分析，可以看出，采用复频率指数型信号 Ae^{st} 能够表示多种信号波形，因而它具有更加普遍的意义。

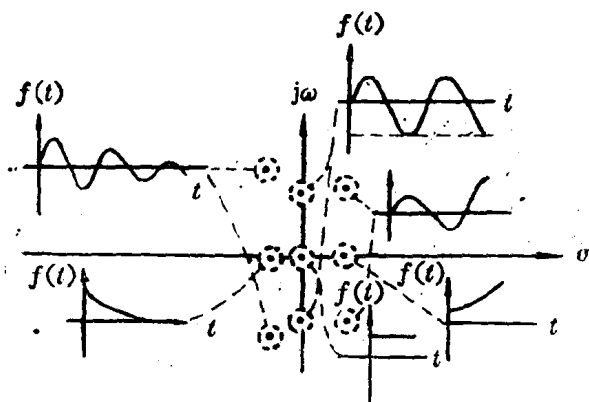


图 1-1-8

四、运算阻抗

以上的讨论已将信号（电压和电流信号）的表达形式拓广和一般化。那么，我们很自然地会提出这样一个问题：如果电路中的激励是复频率的指数型信号，例如图1-1-9示的电源电压 $u(t) = Ue^{st}$ ，那么电路中的稳态响应应如何计算，即如何求得回路中的稳态电流 $i(t)$ 呢？

按照克希霍夫定律，有：

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$= Ue^{st} = |U| e^{j\varphi_u} \cdot e^{st} \quad (1-1-12)$$

式中： $U = |U| e^{j\varphi_u}$ 称为电源电压的复振幅（已知量）。

由高等数学中微分方程的求解方法，我们知道 $i(t)$ 的稳态解（即特解）应与 $u(t)$ 具有相同形式，因而设定 $i(t)$ 的形式为：

$$\begin{aligned} i(t) &= |I| e^{j\varphi_i} \cdot e^{st} \\ &= I e^{st} \end{aligned} \quad (1-1-13)$$

其中： $I = |I| e^{j\varphi_i}$ 称为电流复振幅（系方程的待求量）。

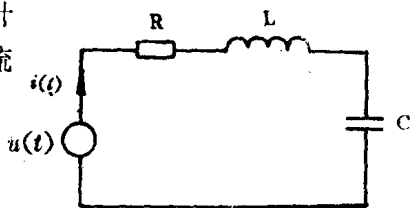


图 1-1-9

将(1-1-13)式的 $i(t)$ 形式代入方程(1-1-12)式, 可得:

$$R \cdot |I| e^{j\varphi_i} \cdot e^{s't} + L \cdot |I| e^{j\varphi_i} \cdot S e^{s't} + \frac{1}{C} |I| e^{j\varphi_i} \cdot \frac{e^{s't}}{S} = |U| e^{j\varphi_u} \cdot e^{s't}$$

从而可以解得:

$$|I| e^{j\varphi_i} = \frac{|U| e^{j\varphi_u}}{R + SL + \frac{1}{SC}} \quad (1-1-14)$$

即:

$$I = \frac{U}{R + SL + \frac{1}{SC}} \quad (1-1-15)$$

$$\text{令: } Z(S) = R + SL + \frac{1}{SC} \quad (1-1-16)$$

并称之为回路的运算阻抗, 于是(1-1-15)式又可表示为:

$$I = \frac{U}{Z(S)} \quad (1-1-17)$$

将(1-1-15)式与原实频率指数信号下电流复振幅的计算公式(即(1-1-6)式)进行对照并分析它们各自表示的意义, 可以得出下述结论。

1. 电路的激励为复频率 S 的指数型信号 $Ue^{s't}$ 时, 电路的响应亦为具有同样复频率的指数型信号 $Ie^{s't}$ 。因此, 在计算时只须计算响应的复振幅即可。

2. 计算响应复振幅的方法, 与在实频率指数型信号情况下的计算方法完全相似, 只不过电路中元件的阻抗值应该改动如下:

实频率指数信号时 复频率指数信号时

$$\begin{array}{ccc} R & \longrightarrow & R \\ j\omega L & \longrightarrow & SL \end{array}$$

$$\frac{1}{j\omega C} \longrightarrow \frac{1}{SC}$$

即将原表达式中的 $j\omega$ 换成 S 即可。

3. 由 (1-1-6) 式可见, 在实频率指数型信号作用的电路中, 电压、电流的复振幅与 $j\omega$ 有关, 因而可以表为 $j\omega$ 的函数。即:

$$I(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

而在复频率指数型信号作用的电路中, 电压、电流的复振幅与 S 有关, 因而可以表为 S 的函数, 即:

$$I(S) = \frac{U(S)}{R + SL + \frac{1}{SC}}$$

4. 电路在实频率指数型信号作用下的复阻抗 $Z(j\omega)$, 与在复频率指数型信号作用下的运算阻抗 $Z(S)$ 之间, 具有如下简明的关系:

$$Z(S) \Big|_{S=j\omega} = Z(j\omega)$$

$$\text{或: } Z(j\omega) \Big|_{j\omega=S} = Z(S)$$

这一结论可由式(1-1-5)和式(1-1-16)对比看出。

由以上的分析可知, 复频率的指数型信号是实频率指数型信号 (亦即正弦信号) 的进一步拓广和一般化, 其分析和计算的基本思想与原来的符号法完全一致, 对此, 以后将不再进行说明。

第二节 转移函数

在有源滤波器的分析和设计中, “转移函数”是一个十分重要的概念。本节将首先给出转移函数的定义, 然后详细地讨论它的诸种性质。

一、转移函数的定义

转移函数 $T(S)$ 是复频率 S 的函数。其定义是在二端对网络的某一端对加以复频率指数型信号 Ae^{st} 的激励时，在另一端对上产生的稳态响应 Be^{st} 的复振幅 $B(S)$ 与激励信号的复振幅 $A(S)$ 之比。即：

$$T(S) = \frac{B(S)}{A(S)} \quad (1-2-1)$$

对于图1-2-1所示的二端对网络，激励可以是输入端的电压 U_{in} ，亦可以是输入端的电流 I_{in} ；响应可以是输出端的电压 U_o ，亦可以是输出端的电流 I_o 。因而转移函数 $T(S)$ 可以有四种不同的形式。这四种形式为：

1. 输出电压 U_o 与输入电压 U_{in} 之比，称为电压转移函数；
2. 输出电流 I_o 与输入电流 I_{in} 之比，称为电流转移函数；
3. 输出电压 U_o 与输入电流 I_{in} 之比，称为转移阻抗函数；
4. 输出电流 I_o 与输入电压 U_{in} 之比，称为转移导纳函数。

通常情况下，最常用到的转移函数是指图1-2-2所示的情况。即其输出端开路（空载）而输入端接有恒压源 U_{in} ，此时的转移函数（电压转移函数）可记为：



图 1-2-1

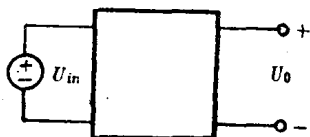


图 1-2-2

$$T(S) = \frac{U_o}{U_{in}} \quad (1-2-2)$$

考虑到 U_o 、 U_{in} 是 S 的函数，所以亦可记为：

$$T(S) = \frac{U_o(S)}{U_{in}(S)} \quad (1-2-3)$$

与转移函数相反，人们还定义了电压衰减函数 (voltage loss function)，其意义是：

$$D(S) = \frac{U_{in}(S)}{U_o(S)} \quad (1-2-4)$$

显然，电压衰减函数 $D(S)$ 与 $T(S)$ 成倒数关系。

〔例1-2-1〕对于图1-2-3所示的二端对网络，计算其电压转移函数 $T(S)$ 。

〔解〕设输入电压的复振幅为 U_{in} ，则回路电流 I 为：

$$I = \frac{U_{in}}{SL + R}$$

输出电压的复振幅 U_o 为：

$$U_o = I \cdot R = \frac{U_{in}}{SL + R} \cdot R$$

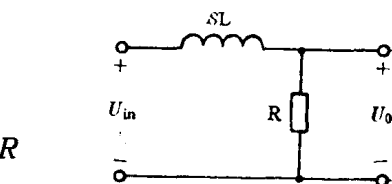


图 1-2-3

因有：

$$T(S) = \frac{U_o}{U_{in}} = \frac{R}{SL + R}$$

亦可得到电压衰减函数 $D(S)$ 为：

$$D(S) = \frac{U_{in}}{U_o} = \frac{1}{T(S)} = \frac{SL + R}{R}$$

除用式(1-2-1)定义转移函数之外，人们还常常采用这样的定义来描述转移函数：设在二端对网络的某一端对加以任意时间信号 $a(t)$ 时，在另一端对产生了响应信号 $b(t)$ ，则转移函数 $T(S)$ 为：〔注〕

$$T(S) = \frac{B(S)}{A(S)} \quad (1-2-5)$$

式中： $A(S)$ 为 $a(t)$ 时间信号的拉氏变换式。 $B(S)$ 为 $b(t)$ 的拉氏变

〔注〕此定义要求该二端对网络处于零状态，即网络无初始储能。

换式。

我们此处不作证明，仅以图1-2-3的二端对网络为例，来说明该定义的正确性。

在图1-2-3所示的网络中，设所加的输入电压为任意时间信号 $u_1(t)$ ，回路中的电流为 $i(t)$ ，输出电压为 $u_2(t)$ ，则这三者应符合如下关系：

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u_1(t) & (1-2-6) \\ R \cdot i(t) = u_2(t) & (1-2-7) \end{cases}$$

将(1-2-7)式代入(1-2-6)式，可得：

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{du_2(t)}{dt} + u_2(t) = u_1(t)$$

对上式两边取拉氏变换，则有：

$$\frac{L}{R} \cdot S \cdot U_2(S) + U_2(S) = U_1(S) \quad (1-2-8)$$

式中： $U_2(S)$ 为 $u_2(t)$ 的拉氏变换式，

$U_1(S)$ 为 $u_1(t)$ 的拉氏变换式。

则由(1-2-8)式可得出：

$$\frac{1}{\frac{L}{R}S + 1} = \frac{U_2(S)}{U_1(S)}$$

即：

$$\frac{R}{SL + R} = \frac{U_2(S)}{U_1(S)} \quad (1-2-9)$$

将上式左边与(例1-2-1)的计算结果对照可见，式(1-2-9)就是 $T(S)$ 的表达式，所以有：

$$T(S) = \frac{U_2(S)}{U_1(S)} = \frac{\mathcal{L}\{u_2(t)\}}{\mathcal{L}\{u_1(t)\}} \quad (1-2-10)$$

这说明 $T(S)$ 亦可用响应 $b(t)$ 的拉氏变换式与激励的拉氏变换式之比表示。

二、转移函数的基本性质

对转移函数的主要性质可以讨论归纳如下：

1. 转移函数 $T(S)$ 是 S 的实系数的有理函数，即它总可以表示成二个 S 的实系数多项式的比。

由〔例1-2-1〕可以看出这个性质是正确的，为了说明这个性质的一般性，再举一个例子。

〔例1-2-2〕求图1-2-4所示电路的电压转移函数。

〔解〕由定义可以得出：

$$\begin{aligned} T(S) &= \frac{U_o}{U_{in}} \\ &= \frac{\frac{SRL}{SL+R}}{\frac{SRL}{SL+R} + \frac{1}{SC}} \\ &= \frac{S^2 LCR}{S^2 LCR + SL + R} \end{aligned}$$

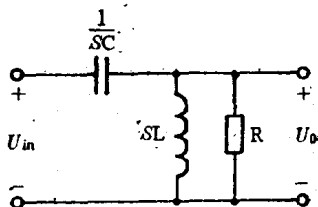


图 1-2-4

显然，由于 U_o/U_{in} 的比值是由网络中的元件阻抗（或导纳）决定的，而元件阻抗（或导纳）是 S 的函数（实系数），因而 $T(S)$ 也一定是 S 的实系数的有理函数。

因此，可以将转移函数的一般形式写成：

$$T(S) = \frac{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + a_{n-2} S^{n-2} + \cdots + a_1 S + a_0}{b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + b_{m-2} S^{m-2} + \cdots + b_1 S + b_0} \quad (1-2-11)$$

式中： $a_n \neq 0$ ， $b_m \neq 0$ ，且全部系数 a_i 和 b_i 均为实数（除 a_n 、 b_m 外这些系数亦可为零）。

如果将其分子和分母多项式分解因式，则 $T(S)$ 可以表达为另