



现代 控制理论 和应用



北京出版社

现代控制理论和应用

韩曾晋 编著

北 京 出 版 社

现代控制理论和应用

Xiandai kongzhi Lilun He Ying yong

韩曾晋 编著

*

北 京 出 版 社 出 版

(北京北三环中路 6 号)

新华书店北京发行所发行

广 益 印 刷 厂 印 刷

*

787×1092毫米 32开本 14印张 300,000字

1987年5月第1版 1987年5月第1次印刷

印数: 1—6,300

书号: 15071·79 定价: 3.05元

前 言

本世纪的四十年代，为了改善工业自动调节系统和武器的自动控制系统的动态性能，逐渐形成了经典控制理论。经典控制理论应用于工程实践，最成功的例子莫过于美国陆军于1944年发明的自动化防空火炮系统。这个自动控制系统包括雷达自动搜索和跟踪目标，同时控制高炮群自动对准飞行中的敌机，自动计算出炮弹发射方向以便准确地接近目标，自动装订定时起爆引信，炮弹自动上膛和击发，直到敌机被击落或逃走为止，这样一个复杂的作战过程居然能够全部自动化，而且比人工操作灵巧得多，命中率也高得多。如此卓越成就不能不引起科学家们的深思，一位曾经参加过这项发展工作的数学家维纳(N. Wiener, 1894-1964)从中归纳出三个要素：信息、系统和控制，这就是今天的所谓“三论”。

五十年代以来，控制论在军事部门的应用进展很快，许多更复杂更精密的自动控制系统相继出现，如自寻目标的导弹、人造卫星、登月飞行、火星着陆、载人飞船等。与此同时，随着电子计算机技术的发展和普及，许多重要的工业生产部门也逐渐由局部自动化走向综合自动化，因为这样可以最大限度地提高劳动生产率和产品质量，最大限度地节约原材料和能源消耗，从而实现优化生产。为了适应航天技术和综合自动化的需要，六十年代出现了以状态空间描述为基

0-10/12
础，以最优控制理论为核心的现代控制理论。

七十年代以后，控制论发展的主要特点是它的应用领域日益扩展，其研究对象早已不限于传统的军事和工业部门。用控制论方法研究诸如社会问题、经济问题、管理问题、环境问题、生态问题等这类重大问题，正引起愈来愈多专家的关注。例如用控制论方法研究人口问题，根据人口普查的信息建立人口发展的动态数学模型，从而能准确地分析当前一个国家人口的状态并预报未来的发展趋势，而且还可预测今后数十年甚至上百年，在各种不同人口政策指导下人口数量和结构的变化，这对制定人口政策提供了比较准确的数量依据。此外，应用控制理论方法研究企业的物资管理和经营管理也可以获得巨大的经济效益。

时至今日，控制理论已发展成为研究各类系统共性的一门技术基础科学。因此，了解和掌握控制论的基本理论和方法，不仅对从事自动化的专业技术人员是必要的，而且对于从事其他学科的研究人员、工程技术干部，以至各企业和国家机关的管理干部也是有益的。本书的编写目的正是要向尽可能多的读者介绍这门学科，介绍它的基本理论、方法和应用。

本书共分八章，包括两大部分。第一部分是确定性系统及其控制，由前五章构成，这是本书的基本部分，读者学完这五章，就可以了解控制理论的概貌。本书的第二部分为不确定性系统及其控制，也就是讨论存在随机干扰和系统参数未知时的控制问题。这是本书比较深入的部分。全书的篇幅虽然不长，编者认为它已包括了现代控制理论中最基本和最实用的内容。关于经典控制理论，特别是经过实践检验过的

内容，我们将从发展、联系和应用的角度扼要地加以阐述。

考虑到读者的广泛性，本书在写法上与一般流行的控制理论教科书有所不同。简单地说，编者的努力目标是在保证这门学科的科学性的前提下，力求深入浅出、简明实用、便于自学。

由于控制理论本身是一门定量的科学，其基本方法是应用数学模型来对所研究的系统进行分析和综合，因此，数学工具总是不能回避的，一定的数学基础也是必需具备的。为了减轻读者在学习控制理论的过程中所遇到的数学上的困难，我们仅以具有普通微积分知识作为阅读本书的起点，即只要具有理工科大学二年级数学水平的读者，就可以开始阅读本书。当然，要掌握控制理论的基本原理和方法，仅靠上述数学基础是不够的，必须补充一些有关积分变换，线性代数和概率论方面的初步知识。为此，写了第二章——系统分析的基本数学工具和第六章中的第一节——概率和随机过程的初步知识。另外，考虑到从事实际工作的同志们的兴趣和需要，本书在阐明基本理论的同时，尽可能多地联系实际，多用直观的数学概念和物理概念来说明问题，尽可能少用烦琐和冗长的推导，证明也尽量从简。

由于编者的学识和经验有限，书中的缺点和错误在所难免，恳请有关专家和读者们指正。

编 者

1984年12月于清华园

目 录

第一章 系统和控制概论	1
第一节 系统的含义	2
第二节 动态系统的数学模型	8
第三节 系统分析和控制	18
第二章 系统分析的基本数学工具	22
第一节 线性常系数差分方程和 Z 变换	22
第二节 线性常系数微分方程和拉氏变换	33
第三节 线性代数运算	40
第三章 动态系统分析	60
第一节 状态变量分析法	61
第二节 系统的特征向量、特征值和对角化	75
第三节 线性系统的稳定性	81
第四节 系统的能控性	88
第五节 系统的能观测性	93
第六节 系统的传递函数	97
第七节 状态空间法与传递函数法的关系	121
第八节 非线性系统稳定性分析	137
第四章 反馈控制	155
第一节 反馈控制的必要性	156
第二节 全状态反馈控制	161

第三节	输出反馈控制及根轨迹设计法·····	165
第四节	状态观测器·····	189
第五节	计算机反馈控制·····	194
第五章	最优控制·····	206
第一节	动态规划和离散时间系统的最优控制·····	207
第二节	动态规划的应用·····	222
第三节	极大值原理和连续时间系统的最优控制·····	231
第四节	极大值原理的应用·····	250
第五节	连续时间系统的动态规划·····	260
第六章	随机信号的最优滤波·····	267
第一节	概率和随机过程·····	268
第二节	具有随机信号输入的动态系统分析·····	285
第三节	谱分解和维纳滤波·····	290
第四节	卡尔曼滤波·····	299
第七章	随机控制和决策·····	319
第一节	最小方差控制·····	319
第二节	线性、二次、高斯最优控制·····	336
第三节	马尔科夫决策·····	352
第八章	自适应控制和预报·····	372
第一节	动态系统的参数估计·····	372
第二节	自校正控制·····	394
第三节	自校正预报·····	416
第四节	自适应预报控制的一个实例·····	427
结束语	·····	437
参考文献	·····	440

第一章 系统和控制概论

本章将概要介绍全书的研究对象、方法和所要解决的问题。同时，还要介绍一些后面各章经常用到的基本概念和有关术语。

如果用系统科学的方法来研究各式各样的实际问题，一般采取的步骤是这样的，首先，将各种实际的研究对象和过程抽象成具有一定输入和输出的系统，同时建立该系统的数学模型，这就是所谓系统的建模问题。然后用比较成熟的数学理论和先进的计算工具（如电子计算机）来定量地或定性地分析系统的各种性能，看是否符合人们的要求。这就是系统分析问题。如果经过分析，发现其性能不符合人们的要求，那就需要对系统施加一些影响，即输入一定的控制作用，使系统的性能满足人们的要求，这就是系统控制问题。由此可见，建模、分析和控制就是本书所要解决的三个基本问题。

本章分三节，分别阐明这三个问题是怎样提出来的，又如何去解决它。由于建模是系统分析和控制的基础，同时也是解决实际问题成败的关键，所以本章将着重讨论建模问题，关于系统分析和控制，本章只作简单介绍，为的是使读者先对本书的全貌有所了解，其具体内容将在以下各章详细讨论。

第一节 系统的含义

简单地说，系统，是由一些相互制约的环节组成并具有一定功能的整体。系统有简单有复杂，如由一台电动机和它的控制设备就可以组成一个简单的调速系统，而一个生产车间乃至一个钢铁联合企业则可以构成一个复杂系统。一般地说，一个系统通常都有输入量和输出量。在输入量当中，有些是可以人为加以控制的，称为控制输入，或简称输入；还有一些输入量是不能人为加以控制的，它们往往表现为外部环境对系统的干扰，所以称为扰动。系统的输出量常常是指那些被控制的量。上述两种输入量都会影响系统的输出，不过控制输入总是要使输出向设计者希望的方向变化，而扰动总是干扰输出向希望的方向变化。如果把飞机看成是一个系统，那么，飞机舵的转角和发动机产生的推力都可以看成是系统的输入量，因为它们的大小可以由驾驶员来控制，而且可以通过改变它们而达到改变系统输出量（飞机的位置和速度）的目的。飞机在飞行中会遇到由气流形成的阻力。这种阻力是由系统外部的客观环境所产生的，是无法由人加以控制的，而且它的存在将干扰飞机的航迹。这种阻力就是加在飞机系统上的扰动。再以炉温控制为例，如果把电炉这个对象看成是一个系统，那么可以把送入炉内的电功率看成是输入量，把被控制量即炉温看成是输出量。炉子的散热和送入炉内工件的吸热，以及给炉丝供电电网电压的波动等等都会影响炉内的温度，所以都可以看成是加在系统上的扰动。电功率作为系统的输入量是很容易人为地加以改变的，只要通

过改变通入炉丝的电流大小就可改变输入的电功率的大小，从而控制炉温的高低。

由此可见，任何系统都可以用图 1-1 来表示。但是图

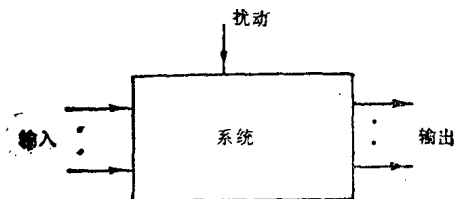


图 1-1 系统的外部关系

1-1 只表达了系统与外部的连系，至于系统的内部关系，则要视具体的研究对象而定。如对于飞机这个系统，其输入和输出之间的关系决定于飞机的运动方程；对于温度控制系统来说，其输入和输出的内部关系决定于炉子的热平衡方程。一般地说，任何系统输入和输出的内部关系都取决于系统本身的运动规律，所以必须对系统本身有深刻的了解才能找到其内部的本质联系。当人们能够用数学方程定量地描述系统的内部运动关系时，就建立了系统的数学模型。在本章第二节将结合各种不同的具体研究对象，说明如何建立系统的数学模型。

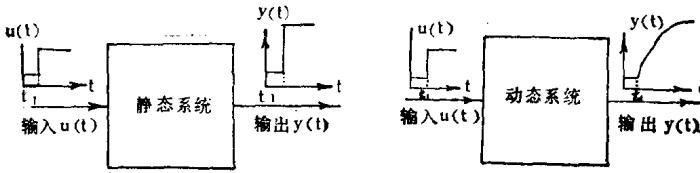
为了以后叙述的方便，现在先介绍几个常用的系统概念，即：静态系统和动态系统，连续时间系统和离散时间系统，确定性系统和随机系统，线性系统和非线性系统。

一、静态系统和动态系统

如果一个系统，其输入量的变化，瞬时间就决定了其输出量的变化，也就是说系统的输入、输出之间没有惯性的连

系，如图 1-2(a) 所示，这类系统称为静态系统。电子放大器就是这种系统的例子。

对于动态系统来说，其输入量的变化对其输出量的影响不能在瞬时完成，而是要经过一段时间才能完成，如图 1-2(b) 所示。输入量 $u(t)$ 在 t_1 时刻发生变化，对静态系统来说，其输出的变化（称为响应）也在 t_1 就完成了，但对动



(a) 静态系统及其响应

(b) 动态系统及其响应

图 1-2 静态系统、动态系统及其响应

态系统来说，其输出响应当经过一段时间后才能完成。这段时间长即表示系统惯性大，时间短即表示系统惯性小。静态系统的输入与输出之间的关系，无论怎样复杂，都可用一组代数方程来描述，而动态系统输入与输出之间的关系必须用一组微分方程或差分方程来描述。由于静态系统的分析比较简单，本书不作重点讨论。但是，在生产技术、自然科学乃至社会科学的许多领域都存在着大量的动态现象，需要人们去研究解决。因此，本书的主要研究对象是动态系统，是动态系统内部的运动规律。

二、连续时间系统和离散时间系统

许多实际的系统，其中各变量是时间的函数，而且时间是连续变化的，例如前面提过的例子中，加热炉炉温的变

化，电动机起动时电枢的电压和电流的变化，飞机飞行过程航迹的变化，都可以用时间的连续函数来表达。而系统输入与输出之间的动态关系，可以用一组微分方程来描述，这类用时间连续的变量来描述的系统，称为连续时间系统，或简称连续系统。对于连续时间系统来说，人们感兴趣的是每一时刻系统的输入与输出的变化规律。但是，也存在另一类动态系统，这种动态系统使人们感兴趣的仅仅是那些只能在一些固定的时刻才能获得系统中各变量的值。例如：在研究人口增长规律时，常常是按年统计的；研究库存系统的最优控制时，对某一货物库存量的计算也常常是按月或按周统计。所以研究这类系统，所关心的只是变量在年、月、周这些离散时刻的值。尽管由于系统类型的不同，离散时间间隔可能取得很不相同。

这种只在离散时刻有意义的变量，在数学上可以用时间序列： $\{x(k)\}$, $k=0, 1, 2, \dots$ 来表达。这类用时间序列描述的系统，称为离散时间系统，简称离散系统。离散系统输入与输出之间的动态关系常常用一组差分方程来描述。

此外，还存在连续和离散混合的系统，例如一个由计算机控制的生产对象就是典型的例子。生产对象中的变量，如炉温、风压、液体流量等等都是连续时间变量；而计算机只是在采样的离散时刻进行输入和输出运算的，它是一个离散系统，所以计算机控制系统既包含连续部分也包含离散部分。这种按采样时刻工作的连续和离散的混合系统，有时称为采样数据系统。连续时间系统和离散时间系统都很重要，本书将平行地进行介绍。对计算机控制系统也将作简要的介绍。

三、确定性系统和随机系统

一个系统，当它的全部输入量都是时间的确定性函数时，这个系统称为确定性系统。例如：一个车床的稳速系统，如果其负载扰动只考虑切削力矩，由于切削力矩是事先已知的，那么这种负载扰动就是确定性的，这个系统就可看成是一个确定性系统。然而一个实际系统，除了存在确定性的扰动外，常常还存在随机性的干扰，对于上述车床的稳速系统来说，电网电压的波动是事先无法知道的随机干扰，它会影响车床的转速。如果随机干扰不大，可以忽略不计，则仍可将该系统当做确定性系统。但是有些系统，随机性扰动可能是影响系统工作的主要因素。如：各种飞行器在飞行过程中会遇到各式各样的气流和阵风的阻力；海船在大海中航行，在不同的气候条件下会遇到各种海浪、洋流、阵风的干扰。这一类扰动是无法事先准确知道的，它们的变化规律也无法用确定性函数描述，而这种干扰将会严重影响飞机和海轮的航行，是不能不考虑的。另外，常常为了实现反馈控制，需要对系统中的某些变量进行量测，而实测值又可能被仪表或传感器的噪声所污染，这些噪声属于测量中的不真实成分，又往往是随机性的。对于一些社会、经济系统的实测，在取得的数据中，除基本部分外也往往夹杂一些不真实的成分。总之，有这类随机信号输入的系统称为随机系统，由于随机信号不能用确定性函数描述，所以通常是用概率统计的方法来研究系统的统计规律。分析随机系统比分析确定性系统复杂，本书从第六章开始讨论随机系统的分析和设计问题。

四、线性系统和非线性系统

描述动态系统的微分方程（或差分方程）中，若只存在变量及其导数的一次项，而二次及二次以上的高次项不存在，这类微分方程（或差分方程）称为线性微分方程（或线性差分方程）。例如：

线性微分方程：

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) + b$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a\frac{dx(t)}{dt} + bx(t) = cu(t)$$

线性差分方程：

$$x(k) = a_1x(k-1) + a_2x(k-2) + c$$

$$y(k) = a_0x(k) + a_1x(k-1) + e(t)$$

用线性微分方程（或差分方程）描述的系统称为线性系统。线性系统有一个重要的性质，即可以用叠加原理来处理输入与输出之间的关系。例如有两个输入量同时作用于系统，可以令第二输入为零，先计算第一输入对输出的影响；然后令第一输入为零，再单独计算第二输入对输出的影响，最后将两次输出影响叠加起来就等于两个输入同时作用的结果。只要系统是线性的，这个叠加原理也适用于多输入、多输出的情况。

当描述动态系统的微分方程或差分方程中不仅存在各变量及其导数的一次项，而且还存在它们的二次项或二次以上的高次项时，这类微分方程或差分方程称为非线性微分方程或非线性差分方程。例如

非线性微分方程：

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax^2(t) = b$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + x(t)\frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = u(t)$$

非线性差分方程:

$$y(k) = ay^2(k-1) + c$$

$$y(k) = b(k)y(k-1) + c(k)$$

用非线性方程(包括非线性微分方程、差分方程和代数方程)描述的系统称为非线性系统。

叠加原理不适用于非线性系统,因此,非线性系统分析是比较复杂的。

动态系统分析的基本方法主要建立在微分方程和线性代数之上。而线性常微分方程理论是整个微分方程理论中最成熟的部分,所以目前系统理论中最成熟的部分也主要是线性系统理论。因此,本书将主要介绍线性系统理论及其应用,对于非线性系统的分析,目前还没有统一的方法,本书只介绍一种稳定性的分析方法。

第二节 动态系统的数学模型

要研究一个具体系统的动态性能,首先需要建立该系统的数学模型。本节将从工业、经济、管理、生态等各个方面列举一些动态系统的实例,以说明什么是系统的数学模型和怎样建立系统的数学模型。

【例 1】 直流电动机的动态模型

直流电动机是一个简单的动态系统,如果人们的目的是控制电机的转速,那么就可以把电枢电压 $u(t)$ 看成是输入量,把电机的转速 $n(t)$ 看成输出量。当电枢两端施加一定电

压后, 电枢中将产生电流 $I(t)$, 从而产生转矩 $M(t) = C_m I(t)$, 式中 C_m 为比例系数, 转矩可使电机电枢加速旋转; 由于电枢有了转速, 便会建立起一定的反电势 $E(t)$ 与外加电压 $u(t)$ 相平衡, 使电流下降, 电机停止加速而逐渐达到稳态。如果忽略电机轴上的摩擦和负载, 系统中的各变量应满足以下关系:

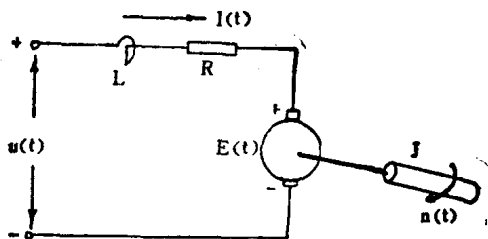


图 1-3 电动机原理图

$$u = IR + L \frac{dI}{dt} + E = IR + L \frac{dI}{dt} + C_e n \quad (1-1)$$

$$M = C_m I = J \frac{dn}{dt} \quad (1-2)$$

式中, R 、 L 是电枢回路的电阻和电感; J 是电机转子及其驱动的生产机械的总的转动惯量; C_e 、 C_m 为常数。

(1-1) 式由电路的克希荷夫定律所决定, (1-2) 式由牛顿第二定律所决定, 由 (1-2) 式得:

$$I = \frac{J}{C_m} \cdot \frac{dn}{dt} \text{ 或 } \frac{dI}{dt} = \frac{J}{C_m} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2}, \text{ 将此式代入 (1-1) 式消}$$

去中间变量 I , 得到输入量 u 与输出量 n 之间的关系如下:

$$u = \frac{LJ}{C_m} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} + \frac{JR}{C_m} \cdot \frac{dn}{dt} + C_e n$$