

# 模糊数学及其应用

(日) 水本雅晴 著

科学出版社

51.9  
102

# 模糊数学及其应用

〔日〕水本雅晴 著

刘凤璞 王铭文 解恩泽 编译

马忠林 刘凤璞 校



科学出版社

1986

8610872

## 内 容 简 介

本书是根据日本《数理科学》杂志连载“FUZZY 代数とその応用”一文编译而成的。

本书对模糊数学的基本概念和理论进行了比较全面的介绍，叙述严谨、循序渐进、明瞭易懂，便于读者掌握。主要内都有模糊集、模糊事件的概率、模糊拓扑空间、模糊矩阵、模糊逻辑、模糊系统、模糊语言、模糊意向判决等。

本书可供有关专业的科技工作者和大专院校师生参考。

2F7 102

## 模 糊 数 学 及 其 应 用

[日] 水本雅晴 著  
刘凤璞 王铭文 解恩泽 编译  
马忠林 刘凤璞 校

责任编辑：杨贤英 苏芳霞

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1986年9月第一版 开本：787×1098 1/32

1986年9月第一次印刷 印张：10 3/4

印数：0001—11,600 字数：243,000

统一书号：13031·3278

本社书号：4649·13—1

定 价： 2.55 元

S780108

## 编译者序

本书是根据日本大阪大学水本雅晴先生 1970~1973 年陆续发表在日本《数理科学》上的《Fuzzy 代数とその応用》编译而成的。原书写得很有特色，既有较新内容及作者的独到见解，又通俗易懂，便于读者掌握，因此，我们决定把它编译成书，介绍给我国的读者。书名按原文应译为《模糊代数及其应用》，但是考虑到本书的内容包括了模糊集、模糊矩阵、模糊概率、模糊拓扑、模糊逻辑、模糊系统、模糊语言、模糊意向判决等许多部分，它涉及到数学的很多分支学科，因而在编译时把书名改为《模糊数学及其应用》。

本书正文基本上是按原文译的。但是，有如下一些改动：

1. 由于原文是在杂志上陆续发表的，先后共刊登 25 期，各期之间都有前后衔接性的语句或段落，而我们的译文是把它作为完整的一部书来处理的，因而对那些衔接性的语句或段落都作了必要的删改；
2. 原文在《数理科学》连载时，为了照顾初学的读者，在各章或每期的开头，常常写了一些对前文进行复习的内容。编译时我们把这些复习性质的段落基本上删除了，相应的一些公式、图表的序号也作了变动；
3. 原文中对一部分概念和命题加述了相当长的〔注意〕、〔注释〕，对这类〔注意〕、〔注释〕都酌情编入了正文；
4. 在原文的叙述中，有些中国读者不习惯的、不熟悉的实例，编译时酌情作了一些修改；
5. 除原文外，在编译时还编入一个绪论和一个附录。

鉴于以上五个方面的变动，本书已不是原文的原原本本的“译本”了，而成为了“编译本”，这是我们应当向读者说明的。

编译时对原文中的笔误或印刷错误，都一律直接改正而不另加注释。

对于模糊理论的系统研究，是从 1965 年美国的 L. A. 查德教授发表“模糊集”(Fuzzy sets)一文开始的。十多年来模糊理论发展非常迅速，现在依然方兴未艾。1978 年由北荷兰社创办了《国际模糊集合与系统杂志》，水本先生是这一国际性刊物的编辑之一。1979 年水本先生在《数理科学》(5 月号)上发表的综述性论文：《模糊理论的世界动态》，对 1965 年至 1979 年的十四年间世界各国研究模糊理论的概貌，作了系统的介绍。其中包括模糊理论研究成果增长的速度、国际性专业学术会议的召开、专业书刊杂志的出版、研究课题涉及的领域以及研究人员的分布状况等，研究模糊理论的人，了解这些情况是很有益的。因此，我们把它作为绪论收入本书之中。但是，在水本先生发表这篇综述性论文时，中国对模糊数学的研究还刚刚开始，未能引起国际模糊数学界的注意。现在情况已经发生了很大的变化，十年内乱刚刚过去，关肇直先生就在几次会议上宣传过这门新学科，认为这是数学发展的新动向之一，值得注意。在关肇直先生等老一辈数学家的鼓励下，在蒲保明先生亲自带动下，从七十年代后期，国内便开始了模糊集论的研究和应用，并作了大量的普及工作。短短几年的时间，已经形成了一支人数可观的研究队伍。1983 年正式成立了“中国模糊数学与模糊系统学会”(隶属于中国系统工程学会)，创办了自己的《模糊数学》杂志(由华中工学院主办)，国内已出版了自己编写的书籍三本，译著三本，理论研究不断深入，实际应用遍及医学、气象、农林、生物、环境、石油、地质、

地理、化学、心理、语言、经济、教育、体育等众多的研究领域，有些已取得初步成效。模糊数学已经在祖国的大地上播了种，正在扎根，等待着开花、结果。国内的发展，引起了国际同行的重视，L. A. 查德教授在为我国《模糊数学》杂志所作的前言中说：“《模糊数学》杂志在中华人民共和国首次出版是一件大事，其重要性已经超越了一个国家的疆界，这本刊物的问世，在一定程度上反映了中国存在着一支研究模糊集论及其应用的宏大、活跃并正在迅速发展的队伍。”1983年“模糊信息与决策分析”会议主席 E. Sanchez 博士把中国列为少数几个模糊集论发展的国家之一，国际性杂志“模糊集与系统”和法国的交流快报“模糊集与应用”都有中国的编委和通讯员，中国代表出席了近几次重要的国际学术会议，并享受到程序委员会委员、分组会议主席、大会报告及讲学等各种荣誉。

由于模糊数学的历史很短，它尚未成熟，尚未形成自己的理论体系，在实用方面也还在酝酿着新的突破，国内在与信息革命相结合的应用方面，同国外相比也还有一定的差距，因此，我们还必须大力开展模糊理论的研究工作，迅速缩短这一差距。

就世界范围而言，模糊理论的研究，仍在迅速发展着，新的研究成果不断涌现。作为示例，我们把塙本弥八郎先生发表于1979年5月号《数理科学》上的《论模糊推理》一文作为本书的附录介绍给读者。

汪培庄同志审阅了本书的全稿，并提出了许多宝贵意见，给我们提供了我国模糊数学研究进展的许多重要情况，我们谨向汪培庄同志深致谢意。

在编译过程中，马忠林同志作了认真的校订，给予了很大帮助，谨此致谢。

由于我们水平所限，编译中会有许多不妥之处，敬请读者批评指正。

编译者

1984年6月

# 目 录

绪论.....	1
第一章 模糊理论的数学基础.....	10
§ 1. 通常的集合及其运算.....	10
§ 2. 关系.....	14
§ 3. 映射.....	16
§ 4. 格.....	18
第二章 模糊集.....	25
§ 1. 模糊集的若干定义.....	26
§ 2. 模糊集运算的基本性质.....	30
§ 3. 模糊集的代数运算.....	33
§ 4. 模糊关系.....	34
第三章 凸模糊集.....	42
§ 1. 凸模糊集的数学基础.....	42
§ 2. 模糊集的凸组合.....	46
§ 3. 凸模糊集.....	47
第四章 模糊集的影.....	57
§ 1. 模糊集的象.....	57
§ 2. 模糊集的影.....	63
第五章 模糊事件的概率.....	73
§ 1. 引言.....	74
§ 2. 模糊事件.....	76
第六章 模糊拓扑空间.....	86
§ 1. 模糊拓扑空间.....	86
§ 2. 模糊集列.....	89

§ 3.	F-连续函数	90
§ 4.	紧模糊空间	94
<b>第七章</b>	<b>模糊矩阵</b>	<b>97</b>
§ 1.	模糊矩阵	97
§ 2.	模糊矩阵的运算	98
§ 3.	模糊矩阵的基本公式	103
§ 4.	模糊矩阵的基本定理	106
<b>第八章</b>	<b>模糊逻辑</b>	<b>120</b>
§ 1.	引言	120
§ 2.	模糊逻辑	121
§ 3.	模糊函数的分析与综合	127
§ 4.	模糊函数的标准型	139
§ 5.	模糊逻辑的扩充定义	145
§ 6.	模糊函数的微分和积分	149
§ 7.	模糊逻辑函数应用举例	154
§ 8.	模糊序贯回路	167
<b>第九章</b>	<b>模糊系统</b>	<b>178</b>
§ 1.	模糊系统	178
§ 2.	<u>基于模糊系统的学习控制</u>	194
§ 3.	系统的一般定义	201
§ 4.	模糊算法	208
<b>第十章</b>	<b>模糊语言</b>	<b>217</b>
§ 1.	模糊语言	217
§ 2.	语义	223
§ 3.	模糊语言的语法论	227
§ 4.	模糊语法的分解	240
§ 5.	模糊语言的语义论	243
<b>第十一章</b>	<b>模糊意向判决</b>	<b>253</b>
§ 1.	模糊意向判决	253
§ 2.	多段判决过程	258

第十二章 $L$ -模糊集 .....	281
§ 1. 引言.....	281
§ 2. $L$ -模糊集.....	286
§ 3. $L$ -模糊关系.....	297
§ 4. $L$ -模糊映射.....	306
§ 5. $L$ -模糊逻辑.....	310
结束语.....	317
参考文献.....	317
附录 论模糊推理.....	321
§ 1. 引言.....	321
§ 2. F 命题和 F 集合 .....	322
§ 3. 模糊逻辑——Laleph-1 的模糊化 .....	325
§ 4. 模糊推理的方法.....	327
§ 5. 模糊推理举例.....	331
§ 6. 结束语.....	332
参考文献.....	333

## 绪 论

### 模糊理论研究的世界动态

1965年，加利福尼亚大学的L. A. 查德教授<sup>1)</sup>发表了题为“模糊集”(Fuzzy sets)的论文。从此，“模糊”(fuzziness)的概念便问世了。在提出“模糊”这个概念的很久以前，对不分明性的概念就已经作过定性的处理，并且还广泛地运用概率(即随机性概念)这种定量的方法进行了研究。但是，那时所使用的不是“fuzziness”，而是“vagueness”，“ambivalence”，“ambiguity”等词。然而，运用随机性概念是处理不了存在于现实中的所有不分明现象的(实际上，本来作为对象的不分明事件不是概率事件，但却毫无道理地用概率的方法来进行处理，这样的事例是屡见不鲜的)，于是，作为研究某些不分明现象的定量处理方法——模糊集的概念便出现了。

从模糊集概念提出以来，对它的批评也是很多的。这种批评多数是来自以概率为工具进行研究的人们。例如，他们提出“隶属函数是怎样确定的？”“如果模糊概念可以用概率来表示，那么它与概率还有什么区别？”“它是一种理论上的游戏，在实际中有什么用处呢？”等等。确实，怎样来确定隶属函数的问题是很困难的(这是在学术界刚刚提出模糊集时必然会出现的问题，但最近或许是因为想通了，或许是由于

1) L. A. 查德教授是在俄罗斯巴库出生的伊朗人，德黑兰大学毕业(1942年)后，曾到美国哥伦比亚大学、普林斯顿高等研究所、加利福尼亚大学从事研究工作，是人们熟知的系统论专家。

模糊理论已经渗透到各个方面，这种问题几乎没有了）。以前的确定方法，可以说是表现为模糊集的那种东西，是在合理的范围内来确定其隶属函数的。对此，虽然用合理的主观想象，能提出若干方案，但是还没有能具体地给出适用的算法。这个问题，只要是人类没有变成“机器”，今后还是不能一劳永逸地获得彻底解决：像这样反对“模糊”的意见尽管有许多，但因为模糊事件在现实中确实存在，所以模糊集的概念仍引起世界各国学者的兴趣，并逐步发表了研究成果。最近从产业界方面看，对模糊概念也引起了注视，并对名曰“不分明工程学”寄以很大的希望。图1表示出了到1976年中期为止按年代顺序世界各国发表的论文数量。从这个图可知，这样的论文数量是按指数函数的规律增加的，现在也没有降低这个速度（实际上，1968年大家刚开始研究模糊集论的时候，仅有的几篇论文可以慢慢地来阅读，但是，最近平均每一周都能看到一两篇新论文，不用说阅读，就是要进行清理也恐怕是不易办到的）。这个图是据根《机器人》杂志（1977年第9期第1—68页）发表的B. R. 盖涅斯、I. J. 科豪特：《模糊理论十年：模糊系统及有关研究课题的文献目录》[其中有从1965年到1976年中期的论文目录（763条）和解说]制作的。到1979年，据估计，即使不能说有1500篇，也总可肯定足有1000篇论文发表。还有，由日本人写的论文也多达150篇。另外，在A. 康德尔、W. J. 毕阿特：《模糊集、模糊代数与模糊统计学》（电气与电子工程学会1978年会议公报，第66期，第1619—1639页）中有570篇关于模糊论文的明细表。

由上可见，各国学者对模糊集及其应用有极大的兴趣。在各国召开这方面的国际会议也是很多的。大的国际会议有把模糊理论作为组成部分的情况，也有纯粹关于模糊理论的会议。近期，这种类型的会议，每年召开五、六次。下面列出到

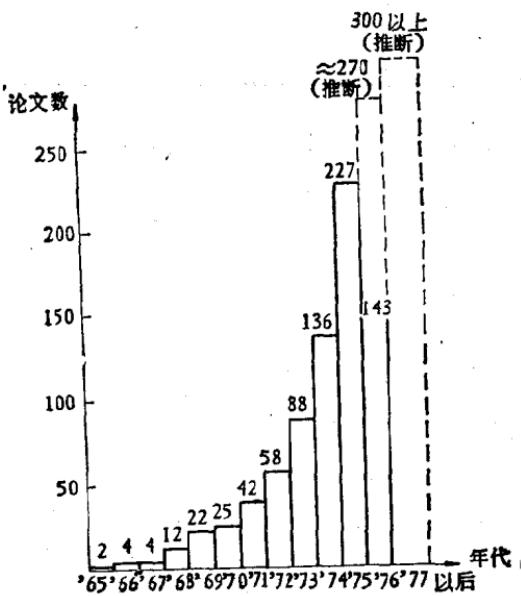


图1 与模糊理论有关的论文数的变化[根据盖涅斯和科豪特的文章(1977),但虚线部分是根据作者的推断]

### 1979年为止召开的国际会议的一览表:

顺序	会议名称	地 点	时 间
1	国际自动控制委员会第三次系统参数估计与识别座谈会(模糊环境的估计与控制)	德尔夫特	1973年 6月11—15日
2	美国-日本模糊集及其应用讨论会	伯克利	1974年 7月1—4日
3	国际自动控制委员会(每三年召开一次的)世界专业会议(模糊自动机和判别程序)	波士顿	1975年 8月24—30日
4	同上 (模糊判决要素及其应用)	赫尔辛基	1978年 6月12—16日
5	国际控制论与系统(模糊系统)专业会议	布加勒斯特	1975年 8月25—29日
6	同上	阿姆斯特丹	1978年 8月21—25日
7	讲授和讨论关于模糊子集理论及其多方面应用的学术会议	阿列斯	1976年 5月24—26日

续 表

顺序	会议名称	地 点	时 间
8	国际控制论与社会讨论会(模糊集论及其应用)	华 盛 顿	1976年 11月1—3日
9	同上	华 盛 顿	1977年 9月19—21日
10	同上 (模糊集与系统)	东 京	1978年 11月3—7日
11	美国运筹学学会联合会议(管理科学的模糊模式)	迈阿密海滩	1976年 11月3—6日
12	同上 (模糊集与系统分析)	阿特兰塔	1977年 11月7—9日
13	同上 (模糊集)	纽 约	1978年 5月1—3日
14	同上 (管理判决要素的模糊形式)	洛杉矶	1978年 11月13—15日
15	普通系统论研究会1977年年会(模糊集与近似推理)	丹凡尔	1977年 2月20日
16	国际第七次多值逻辑讨论会(模糊逻辑)	查劳特	1977年 5月24—27日
17	世界第一次应用数学讨论会(模糊集)	巴塞罗纳	1977年 7月11日
18	美国电机和电子工程学会判决与控制讨论会(模糊集论及其应用)	新奥尔良	1977年 12月6—9日
19	同上	圣地亚哥	1979年 1月10—12日
20	第三次模糊推理及其应用会议	伦 敦	1978年 9月15日
21	国际模糊集论及其应用座谈会	马 赛	1978年 9月20—22日
22	欧洲科学团体第八次模糊集座谈会	阿姆斯特丹	1979年 4月9—11日
23	国际第六次人工智能讨论会(模糊推理)	东 京	1979年 8月20—24日

从一览表可以看出，模糊理论初次登上国际会议的舞台是在 1973 年，此后出现在二十多次国际会议上。在这样的形势下，关于模糊集及其应用的专业杂志——《国际模糊集与系统杂志》，从 1978 年起由北荷兰社创办，每年出版四期。封面很能反映它的内容，“Fuzzy”这个词印得模模糊糊。它登载国际模糊理论会议介绍和各地发表的论文目录。这个杂志有 35 名编辑，其中日本人有六名（田中、寺野、浅居、国井、菅野、水本）。除了这个杂志以外，常刊登有关模糊理论论文的还有下列一些杂志：

- 1.《信息科学》(爱尔维尔, 北荷兰出版);
- 2.《控制论杂志》(海米斯佩出版公司出版);
- 3.《国际机器人杂志》(伦敦, 学术出版社出版);
- 4.《系统、人与控制论论文集》(美国电机和电子工程学会);
- 5.《信息与控制》(纽约, 学术出版社出版);
- 6.《计算机与系统科学杂志》(纽约, 学术出版社出版)。

同时，有关模糊理论的单行本也出版了许多。例如，

1. A. 考夫曼：《模糊子集理论在设计中的应用导引》(巴黎、玛松出版)。

卷 1. 基本理论初步, 1973 年版, 448 页。[英译本：《模糊子集理论初步》(卷1. 基本理论初步), 纽约, 学术出版社, 1975 年版, 416 页。]

卷 2. 在语言学、逻辑学和语义学上的应用, 1975 年版, 248 页。

卷 3. 在形状的分类和观察、自动机和系统、标准的选择等方面的应用, 1975 年版, 320 页。

卷 4. 补充和新的应用, 1977 年版, 334 页。

卷 5. 新的补充(预定)。

据作者考夫曼说，要写到卷 11。

2. L. A. 查德、K. S. 夫、K. 泰凯那、M. 希墨拉：《模糊集及其在认识和判决程序上的应用》（纽约，学术出版社，1975 年版，496 页）。此书即为日美讨论会(2)的会议录。
  3. C. V. 尼哥伊塔、D. A. 拉利斯库：《模糊集在系统分析中的应用》（纽约，哈尔斯特出版社，1976 年版，191 页）。
  4. H. 布塞尔、S. 克拉兹科、N. 穆勒：《社会科学中的系统论》（巴塞尔，比尔克豪塞尔出版，1976 年版，552 页）。
  5. M. M. 葛塔、G. N. 萨里第斯、B. R. 盖涅斯：《模糊自动机与判决程序》（北荷兰，1977 年版，496 页）。国际自动控制委员会讨论会会议录，1975 年。
  6. W. 威尔勒：《自动机与语言学中的模糊概念》（柏林，阿卡德米-法莱格出版社，1978 年版，141 页）。
  7. S. C. 利、A. 坎德尔：《模糊开关与自动机：理论与应用》（纽约，格兰尼、罗萨克出版，1978 年版）。
  8. C. V. 尼哥伊塔：《模糊系统》（阿贝克出版社，1978 年版）。
  9. M. M. 哥塔：《模糊集论及其应用的进展》（北荷兰，1979 年 11 月出版）。
  10. B. 瑞格：《经验词文学》（1980 年版）。
- 1978 年，在日本也相继发行了单行本：
- 浅居、内高-塔等：《不分明系统论入门》（日本人和罗马尼亚人合著，涉及多方面的内容，是一部事例丰富、能够抓住模糊系统整体形象的良好的入门书），欧姆出版社，1978 年版，218 页。

西田、竹田：《模糊集及其应用》（重点集中在图论、意向判决、信息论等三个专题，这里也包括作者的创造，并作了详

**表 1 在各领域中有关模糊概念的论文数[根据盖涅斯和科豪特的文章(1977)]**

共	计	(763篇)
自动机	65	
模式识别	55	
社会科学	49	
语言学	49	
控制论	46	
概率论	45	
意向判决	45	
多值逻辑	38	
开关电路	36	
形式语言	32	
形式逻辑	32	
拓扑学	29	
心理学	27	
不分明性	24	
集合	23	
学习机、人工智能	22	
信息检索	18	
分类学	15	
医学	13	
系统论	11	
生物科学	10	
格论	10	
推论	8	
博奕论	7	
悖论	7	
容许空间	4	
半环	3	
测度	1	
真值	1	
模态逻辑	1	

**表 2 各国研究模糊理论的人数**

美国	167
法国	53
日本	40
英国	31
加拿大	24
德意志	22
罗马尼亚	20
苏联	18
比利时	15
荷兰	13
波兰	12
意大利	10
印度	8
捷克	7
保加利亚	7
巴西	6
挪威	5
西班牙	5
新西兰	4
以色列	4
芬兰	3
瑞典	3
匈牙利	3
奥地利	2
希腊	2
南非	2
瑞士	1
澳大利亚	1
阿根廷	1
丹麦	1
埃及	1