# 高等光学

蒋秀明　赵家驹　黄维实　编著

GAODEN GUANGXUE

上海交通大学出版社

# 高 等 光 学

蒋秀明　赵家驹　黄维实　编著

上海交通大学出版社

## 内 容 简 介

全书分三部分：第一部分通过对波动方程求解，讨论光波在无限大介质中的传播，以及用边界条件代替波动方程讨论界面上光波的行为；第二部分讨论光波的衍射；第三部分用干涉的方法讨论部分相干及部分相干成象的问题。

本书可作光学专业硕士研究生的教材，也可供光学及相关专业的本科生、教师和科学研究人员阅读参考。


责任编辑 李 华

封面设计 刘 纬

**高 等 光 学**

蒋秀明等 编 著

上海交通大学出版社出版

（上海市华山路 1954 号 邮政编码 200030）

新华书店上海发行所发行

上虞科技外文印刷厂印刷

开本：850×1168（毫米） 1/32 印张：8.25 字数：219000

版次：1996 年 8 月 第 1 版 印次：1996 年 8 月 第 1 次

印数：1—1200

ISBN 7-313-01654-9/TK·047 定价：8.00 元

# 前　言

作者为光学专业硕士研究生讲授“高等光学”多年，深感需要一本内容适应教学要求和论述深浅适中的教材。玻恩(M.Born)和沃耳夫(E. Wolf)合著的《光学原理》无疑是一本极有参考价值的权威著作，但作为教材则太深，内容也太多；国内又极少有该课程的合适教材，于是，作者编写了《高等光学》讲义，并在教学过程中不断修改，形成了本书的书稿。

本书以唯象的经典的电磁理论为基础，着重描述光波的传播。限于篇幅和作者的水平，本书不涉及非线性光学、量子光学等内容。目前光学发展十分迅速，产生了许多光学新分支。本书作为专业基础理论，强调“共性”和解决问题的“思路”，避免在具体应用问题上作过多的描述。

作为教材，理应配上习题，但考虑到已有专门的习题集，因此本书不附习题。

本书由赵家驹编写第1～3章，蒋秀明编写第4章，黄维实编写第5、6章，并由蒋秀明和黄维实统一定全稿。

本书编写过程中，作者得到东南大学杨正铭教授、上海交大陈英礼教授的帮助和指教，作者在此表示感谢。

编　者

1995.12

# 目　　录

# 第 1 章 光的电磁理论与波动方程

光学的核心问题是光的传播特性以及在传播过程中出现的各种现象。几何光学是经典力学理论在光学中的对应物，它远不能反映光传播的本质现象。经过漫长的发展与积累过程，1860年麦克斯韦（Maxwell）提出光是一种以波的形式通过以太传播的电磁扰动，1905年爱因斯坦从狭义相对论出发否定了电磁以太的存在，并在概念上将以太转到场，认为电磁波能通过自由空间传播，最后确立了光的电磁理论。光的电磁理论相当精确地描述了光的传播，或者说完美地描述了光所表现出的波动本性。

虽然量子电动力学能对光场的波动－粒子二重性给出严格的合理说明，并在原则上解决迄今为止人们发现的所有光学问题，但是，光的电磁理论的经典原理与方法以及它们在各种各样问题中的应用，始终是最基本最有效的。为了后面的分析，本章将扼要讨论麦克斯韦方程组与物质方程组这两个基本关系式，讨论中以SI单位制为主，适当兼顾高斯单位制的应用。

## 1.1 电 磁 场

SI单位制的麦克斯韦方程组为：

$$\begin{cases} \nabla\times\boldsymbol{H}=\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}+\boldsymbol{j}, & (1.1\text{-}1)\\ \nabla\times\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}, & (1.1\text{-}2)\\ \nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho, & (1.1\text{-}3)\\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0. & (1.1\text{-}4)\end{cases}$$

物质方程常用的形式有两组，即

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{j}=\sigma \boldsymbol{E}, & (1.1\text{-}5)\\
\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r \boldsymbol{E}, & (1.1\text{-}6a)\\
\boldsymbol{B}=\mu_0\mu_r \boldsymbol{H}。 & (1.1\text{-}7a)
\end{cases}
$$

或用另外两个完全等效的关系

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0 \boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}, \tag{1.1-6b}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu_0(\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M})。 \tag{1.1-7b}$$

表示能流的坡印廷(Poyinting)矢定义为

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}。 \tag{1.1-8}$$

麦克斯韦方程组在不连续介质的突变处失效，代之以一组边界条件

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{n}_{12}\cdot(\boldsymbol{B}^{(2)}-\boldsymbol{B}^{(1)})=0, & (1.1\text{-}9)\\
\boldsymbol{n}_{12}\cdot(\boldsymbol{D}^{(2)}-\boldsymbol{D}^{(1)})=\hat{\rho}, & (1.1\text{-}10)\\
\boldsymbol{n}_{12}\times(\boldsymbol{E}^{(2)}-\boldsymbol{E}^{(1)})=0, & (1.1\text{-}11)\\
\boldsymbol{n}_{12}\times(\boldsymbol{H}^{(2)}-\boldsymbol{H}^{(1)})=\hat{\boldsymbol{j}}。 & (1.1\text{-}12)
\end{cases}
$$

式中：$\boldsymbol{n}_{12}$表示单位法线，$\hat{\rho}$和$\hat{\boldsymbol{j}}$分别是电荷和电流面密度。

上述各式的高斯单位制方程可依次列为

$$
\begin{cases}
\nabla\times\boldsymbol{H}-\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}=\dfrac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, & (1.1\text{-}13)\\
\nabla\times\boldsymbol{E}+\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=0, & (1.1\text{-}14)\\
\nabla\cdot\boldsymbol{D}=4\pi\rho & (1.1\text{-}15)\\
\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0。 & (1.1\text{-}16)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{j}=\sigma \boldsymbol{E}, & (1.1\text{-}17)\\
\boldsymbol{D}=\varepsilon_r \boldsymbol{E}, & (1.1\text{-}18a)\\
\boldsymbol{B}=\mu_r \boldsymbol{H}。 & (1.1\text{-}19a)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{D}=\boldsymbol{E}+4\pi\boldsymbol{P}, & (1.1\text{-}18b)\\
\boldsymbol{B}=\boldsymbol{H}+4\pi\boldsymbol{M}。 & (1.1\text{-}19b)
\end{cases}
$$

$$\boldsymbol{S}=\frac{c}{4\pi}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})。 \tag{1.1-20}$$

$$\left\{\begin{array}{ll}\boldsymbol{n}_{12}\cdot(\boldsymbol{B}^{(2)}-\boldsymbol{B}^{(1)})=0, & (1.1\text{-}21)\\ \boldsymbol{n}_{12}\cdot(\boldsymbol{D}^{(2)}-\boldsymbol{D}^{(1)})=4\pi\hat{\rho}, & (1.1\text{-}22)\\ \boldsymbol{n}_{12}\times(\boldsymbol{E}^{(2)}-\boldsymbol{E}^{(1)})=0, & (1.1\text{-}23)\\ \boldsymbol{n}_{12}\times(\boldsymbol{H}^{(2)}-\boldsymbol{H}^{(1)})=\dfrac{4\pi}{c}\hat{\boldsymbol{j}}。 & (1.1\text{-}24)\end{array}\right.$$

真空电容率$\varepsilon_0$及真空磁导率$\mu_0$都是有量纲的常数，$1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=c=299792485\mathrm{m/s}$，即为真空中的光速。由此，麦克斯韦认定光波也是一种电磁波，并提出$\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}=n$，这就是著名的麦克斯韦公式，它将电动力学的物质常数$\varepsilon_r$、$\mu_r$与光学常数折射率$n$联系起来。

物质方程是宏观唯象地引入的。$\sigma$，$\varepsilon_r$，$\mu_r$三个常数分别代表三种宏观运动：传导电流、极化与磁化，表征物质对于场的一种反作用。在电动力学中，它们是静态或低频条件下引入的一些常数。实际上，它们所对应的微观机构与过程十分复杂。光学研究的是频率达$10^{13}\sim10^{16}$Hz的极高频电磁振荡，这三个物质常数应该明显地是频率的某种函数，又由于微观过程在如此高频的电磁场作用下其响应与作用场间存在相位延滞，严格讲它们应是频率的复数函数，即$\tilde{\varepsilon}(\omega)=\varepsilon_{\mathrm{Re}}(\omega)+\mathrm{i}\varepsilon_{\mathrm{Im}}(\omega)$与$\tilde{\sigma}(\omega)=\sigma_{\mathrm{Re}}(\omega)+\mathrm{i}\sigma_{\mathrm{Im}}(\omega)$；至于$\mu_r$，因光学介质一般都是非磁的，通常取值为1。在某些介质中，作用场与物质响应场在空间方向上并不一致，如在各向异性的晶体材料中，这时物质方程中的介电常数$\varepsilon$[如式(1.1-6)等]必须代之以张量[$\varepsilon'$]表示。

上述的物质方程都假定为简单的正比例关系。激光出现后，可获得亮度极高的光场波，其场强大到使物质方程明显地偏离线性关系。极化与场强间的非线性破坏了光波传播的独立性原理，在光传播过程中会出现倍频、和频、差频一类的所谓光学参量作用

过程，以及自聚焦、自调制等现象。更值得注意的是，激光出现以后，还发现了一些完全不能用电极化观点来解释的现象，如光子回波、光学章动等瞬态相干光学效应。

## 1.2 波动方程

麦克斯韦方程组给出空间一点在某一时刻的电磁场与其相邻近点在下一瞬间的电磁场之间的关系。结合适当的物质方程，原则上能提供关于光波传播的一切问题的解答。

如果把这些方程组加以组合与改写，得出某种形式的导出方程，从应用角度看可能更为合适。例如，可以通过消元的方法，得到每个场矢量所必需单独满足的方程，即波动方程。在考虑场中不含电荷和电流即$\rho=0$和 $\boldsymbol{j}=0$的条件下，把式(1.1-7a)代入式(1.1-2)，等式两边取$\nabla\times$，得到

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{H})。\qquad(1.2\text{-}1)$$

这一步代换中假定了$\mu$是与坐标无关的常数。再把式(1.1-1)和(1.1-6a)化入式(1.2-1)，就得到$\boldsymbol{E}$矢量单位独满足的波动方程：

$$\nabla\times(\nabla\times E)+\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0。\qquad(1.2\text{-}2)$$

这个方程在介电常数$\varepsilon$是空间变量的函数时仍然适用。但是，$\nabla\times\nabla\times$ 算符的运算很不方便，利用矢量恒等式：

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E},\qquad(1.2\text{-}3)$$

以及式(1.1-3)和式(1.1-6a)，并注意$\varepsilon$是空间位置的函数，式(1.2-2)最后可写成

$$\nabla^2\boldsymbol{E}+\nabla\left[\boldsymbol{E}\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right]=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}。\qquad(1.2\text{-}4)$$

用同样方法我们得到磁矢量$\boldsymbol{H}$的方程：

$$\nabla^2\boldsymbol{H}+\frac{1}{\varepsilon}(\nabla\varepsilon)\times(\nabla\times\boldsymbol{H})=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2}。\qquad(1.2\text{-}5)$$

如考虑方程的对称与完整，把磁导率$\mu$的随空间变化也包括进去，应有

$$\nabla^2\boldsymbol{E}+\nabla\left[\boldsymbol{E}\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right]+\frac{1}{\mu}(\nabla\mu)\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2},\tag{1.2-6}$$

$$\nabla^2\boldsymbol{H}+\nabla\left[\boldsymbol{H}\cdot\frac{\nabla\mu}{\mu}\right]+\frac{1}{\varepsilon}(\nabla\varepsilon)\times(\nabla\times\boldsymbol{H})=\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2}。\tag{1.2-7}$$

这组波动方程在光学中极少用到。

特别重要的是，在均匀介质($\varepsilon$，$\mu$均为常数)时，上述方程组化为

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0,\tag{1.2-8}$$

$$\nabla^2\boldsymbol{H}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2}=0。\tag{1.2-9}$$

这是一组标准的波动方程。场矢量的每一个分量都有同样形式，即每一个分量满足标准波动方程

$$\nabla^2V-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2V}{\partial t^2}=0。\tag{1.2-10}$$

式中的 $v=1/\sqrt{\varepsilon\mu}$。该波动方程的一维形式与力学中的一条连续均匀而又无限柔软的理想弦线上的波动方程一样。在光学中，它表征的是在真空或非导的各向同性、无色散、均匀透明的介质中光波的传播，这也是比较简单理想的情况。方程式(1.2-10)的突出特点是，在介电常数为$\varepsilon$的均匀介质充满整个空间时，方程的解是任意波形的无限平面波。可以证明，任意函数形式的下述时空扰动：

$$V(\boldsymbol{r},t)=f(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}-vt)\tag{1.2-11}$$

都是式(1.2-10)的解，只要存在函数$f$的二阶导数，且$v=\sqrt{\varepsilon\mu}=c/n$与频率无关。式中$\boldsymbol{r}$是观察点的位矢，$\boldsymbol{s}$代表单位矢量。

方程式(1.2-11)代表的是一个平面波。为看出这一点，考虑宗量

$$u=(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}-vt),\tag{1.2-12}$$

取某一给定的$u$值，对应于有确定值$v(\boldsymbol{r},t)$的扰动。在任一瞬时$t$，由平面关系$\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}=$常数所决定的空间无限平面上的点才有同样的$u$,单位矢量$\boldsymbol{s}=\cos\alpha\boldsymbol{i}+\cos\beta\boldsymbol{j}+\cos r\boldsymbol{k}$垂直于无限平面，该平面上每一点的扰动$V$都一样。进一步观察这一特殊扰动值的平面随时间$t$的变化行为，我们设$t$改变到$(t+\Delta t)$和矢量$\boldsymbol{r}$变成为$(\boldsymbol{r}+\Delta\boldsymbol{r})$后,$u$的数值仍维持不变，为此时间增量$\Delta t$与位置矢量的变化$\Delta\boldsymbol{r}$应满足

$$\boldsymbol{s}\cdot\Delta\boldsymbol{r}=v\Delta t。\tag{1.2-13}$$

也就是说矢量$\Delta\boldsymbol{r}$的末端点仍然在该无限平面上。具有固定扰动值的无限平面,在$\Delta t$时间内沿$\boldsymbol{s}$方向平移了$v\Delta t$的距离,$v$即是平面在空间运行的速率，它也是任意函数形式的扰动式(1.2-11)在空间的传播速率，传播过程中任意函数形式(即波形)保持不变。改变式(1.2-11)中$v$的符号,得到波动方程(1.2-10)的另一形式解：

$$V(\boldsymbol{r},t)=f(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}+vt)。\tag{1.2-14}$$

它代表以速率$v$沿$(-\boldsymbol{s})$方向运动的平面波。在宗量$u$中，空间变量$\boldsymbol{r}$与时间变量$t$成线性关系，整个波形以速度$v$沿空间某方向传播,波形始终不变,我们称它为行波。

若采用另一组等效的物质方程(1.1-6b)和(1.1-7b)，结合方程组(1.1-1)至(1.1-4)，考虑到在研究固体光学时一般只涉及非磁性的电中性介质,此时$\boldsymbol{M}$及$\rho$均为零,故波动方程可写成

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E}=-\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{P}}{\partial t^2}-\mu_0\frac{\partial\boldsymbol{J}}{\partial t}。\tag{1.2-15}$$

这一方程式比式(1.2-2)在形式上要复杂些，含有非齐次的“源项”,它在某些光学现象的研究与解释中更为有效。

# 第2章　光在各向同性介质中的传播

这一章中，假定各向同性的透明介质均匀地充满了整个空间，着重讨论时间和空间都是简谐的单色平面波在该空间中的传播。这是一种在时间上和空间上都是无限的理想波型，它可以作为光学中常遇到的许多实际光束的极好近似。通过对这种简单光波的讨论，建立描述光波的许多重要概念和表示方法。同时，时空都简谐的平面波是一种重要的基元波，更为复杂的一般光波可以看作是基元波的某种组合，所以对它的讨论是进一步分析复杂波型的基础。

## 2.1　标　量　波

先以式(1.2-10)，即

$$\nabla^2 V + \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t} = 0 \qquad (2.1\text{-}1)$$

作为讨论的基本方程。这样做，是暂时把矢量场当作标量考虑，认为光波场是只有大小的扰动，或者只看它的一个分量的传播特性，然后再考虑其它各个分量，并分析场的矢量性质。在各向同性的均匀介质中，这样做是完全可以的。

必须强调，光波场是矢量场，对它的完全描述必须同时考虑各个分量，因各分量间有着由麦克斯韦方程组所给定的耦合关系。除非光波场中只有一个分量存在而其它分量均为零时，才可以把这个不为零的分量当作标量。在一般情况下，是不存在由矢量场的各个分量引导出一个等效标量的简单关系的。但是在很多光学

现象中，光波场的矢量性可以不必考虑。例如，一些不具有偏振特性的光学仪器，它们并不区分各个分量的作用；在讨论衍射时，主要考虑的是衍射花样中的强度分布；在探测过程中需要的是总光强，等等。这时的光束可以用一个设想的标量函数$V$来描述，并设它服从与矢量场相同的波动方程。严格地说，这当然只是在一定条件下的近似，但这样做不仅理论与实验符合得很好，并给分析工作带来方便。在另外一些矢量性质不可忽略的现象中，如介质界面上的反射与折射、光波在各向异性介质中的传播、光波导等，就必须用矢量方程进行求解。

**1. 简谐波**

前面提到，任意函数形式的平面行波都是齐次标量波动方程(2.1-1)的解。这些解中，特别重要的一类是按余弦或正弦变化的简谐平面波，它可表示为

$$V(\boldsymbol{r},t)=A\cos(\omega t-k\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi), \qquad (2.1\text{-}2)$$

式中引入了几个系数，它们都有确定的物理意义。$A(>0)$叫做振幅；整个括号内的宗量决定了$t$时刻和$\boldsymbol{r}$点处的位相；$\varphi$叫初位相，决定位相的初始值，它的选取有很大的任意性；时空变量前对应的两个系数，$\omega$叫圆频率，$k$叫传播常数，分别表示在单位时间和单位长度空间上振动次数的$2\pi$倍，它们的$1/2\pi$，即

$$\nu=\omega/2\pi=1/T, \qquad (2.1\text{-}3)$$

$$\kappa=k/2\pi=1/\lambda \qquad (2.1\text{-}4)$$

分别称为线频率和波数，式中$T$是周期，$\lambda$是波长。与空间有关的常数$k$、$\kappa$、$\lambda$均指在折射率为$n$的介质中的数值，同频率下真空中的对应值分别为

$$k_0=k/n,\ \kappa_0{}^{①}=\kappa/n,\ \lambda_0=n\lambda。 \qquad (2.1\text{-}5)$$

因此，光波在介质中的传播速度$v$为

$$v=\frac{\omega}{k}=\lambda\nu=\frac{c}{n}。 \qquad (2.1\text{-}6)$$

①光谱学常采用$\kappa_0$作波数，为单位长度(cm)的真空波长数。

平面光波的传播速度 $v$ 是指三维空间中等相平面的移动速度，它正比于波长$\lambda$;在直角坐标中，各分速度将大于或等于速度 $v$ 值，因此它不具有矢量性质。光学中，将$ks$合成一矢量 $\boldsymbol{k}$，用以表示光波的传播特征,称为波矢。波矢$\boldsymbol{k}$既表示平面光波的传播快慢，也表示传播的方向。

把任意函数形式的平面波方程(1.2-11)作为标量波动方程(2.1-1)的解，要在介质介电常数 $\varepsilon$ 或折射率 $n$ 为常数(或在真空中)时才成立。在振荡频率极高的光学波段,介质的 $\varepsilon$ 及 $n$ 都是频率$\omega$的函数。这时，说任意函数形式的平面波(1.2-11)都是标量波动方程(2.1-1)的解就不再正确了。任意函数形式的波形在介质内传播过程中，波形不再保持不变，但式(2.1-2)表示的简谐波仍然是方程(2.1-1)的解,它是均匀介质中的基元波型。

在目前所有关于光的波动理论中，都认为引起光感觉的基本过程是空间-时间上的简谐波，式(2.1-2)是它的最简单形式，频率大约在$4\times10^{14}\sim7.5\times10^{14}\mathrm{s}^{-1}$(波长大约在 $0.76\sim0.4\mu\mathrm{m}$)范围内的光就会产生一定的生理感觉。式 (2.1-2) 表示的是一单色平面波,式(2.1-6)表示不同频率的单色平面波在介质中具有不同的传播速度，它表明波的色散。通常把传播常数$k$与圆频率$\omega$的关系称为色散关系,在均匀各向同性介质中的色散关系为

$$k=n(\omega)\omega/c, \tag{2.1-7}$$

它完全由介质材料的色散率$n(\omega)$所决定。

上面的讨论对球面波也适用。时间简谐的球面波可以表示为

$$V(r,t)=(A/r)\cos(\omega t\pm kr+\varphi), \tag{2.1-8}$$

式中：$r$ 是源点至空间点的距离,$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ ；$A$是距源点为单位距离处的振幅。这种空间准简谐的球面波也是均匀介质中的基元波型。

2. 复数表示

像光波场这样的物理实体，用实数函数就可以完全加以表达。式(2.1-2)和式(2.1-8)所表示的光扰动，就是空间坐标和时间 $t$的实函数。但是，在处理线性系统时,将余弦波代之以复数函

数表示光波场，会有很大的方便。例如式(2.1-2)就可以改写成相应的复数表示式：

$$V(\boldsymbol{r},t)=(A/\sqrt{2})e^{-i(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi)}$$

$$=(A/\sqrt{2})e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}e^{-i\varphi}e^{-i\omega t}。\qquad(2.1\text{-}9)$$

这个替换过程，可以分别在频域或时域内考虑。若从频域上看，利用欧拉公式$\cos z=\frac{1}{2}(e^{iz}+e^{-iz})$，式(2.1-2)可看成是由正负两个频支分量所组成，复数式(2.1-9)可看作是在式(2.1-2)的两个频支中保留一个而舍去另一个，这样处理并没有减少式(2.1-2)中包含的内容。至于舍去或保留那一支，是完全任意的。从时域上看，该替换过程是对式(2.1-2)配上一个位相移动$\pi/2$的配量$A\sin(\omega t-\boldsymbol{kr}\cdot\boldsymbol{s}+\varphi)$，并作为它的虚部，即$e^{-iz}=\cos z-i\sin z$。实部与虚部所包含的波动内容是重复的。这样，对平面波的表示及运算可采用复数形式(2.1-9)，理解时认为只有它的实部才代表波动过程，而虚部仅起配量的作用。

复数表示式(2.1-9)的系数可按某种需要来考虑。在所有的光学文献中，普遍采用所谓“光强”这个量，用符号$I$表示。对于矢量场$\boldsymbol{E}$和标量场$V$的光强$I$，分别定义为

$$I=\langle\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}\rangle 及 I=\langle VV\rangle,\qquad(2.1\text{-}10)$$

尖括号$\langle\ \rangle$表示对时间的平均。虽然在光度学中并没有这样一个物理量，但理论分析时直接采用场量平方的时间平均是很方便的，且光强与光度学中的辐照度(单位截面上的平均功率，单位是瓦/米$^2$)仅差一个有量纲的比例因子。因为$\langle\cos^2 z\rangle=1/2$，即

$$I=\frac{1}{2}A^2。\qquad(2.1\text{-}11)$$

如果采用复数表示式，约定光强$I$写成

$$I=\langle VV^*\rangle=\frac{1}{2}A^2。\qquad(2.1\text{-}12)$$

因此，式(2.1-9)中应有一个$1/\sqrt{2}$的因子。

复数表示式(2.1-9)的方便之处是，可以把振幅以及独立变化的各个位相因子写为乘积的形式，这在表示及运算时比式(2.1-2)的形式方便得多。当光波通过一个光学仪器时，一般地说会改变它的振幅或位相，或两者同时发生变化，最简单的例子是光束通过一玻璃片的情况，如图2-1所示。

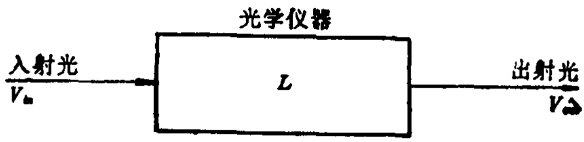


图2-1　光波通过光学仪器示意图

光波的复数表示能用简单的乘积形式把出射光波$V_{out}$和入射光波$V_{in}$联系起来，只要引入表征光学仪器的算符$L=a\mathrm{e}^{-i\alpha}$，即有

$$
\begin{aligned}
V_{out} &= LV_{in}\\
&= a\mathrm{e}^{-i\alpha}(A/\sqrt{2})\mathrm{e}^{-i(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi)}\\
&= (aA/\sqrt{2})\mathrm{e}^{-i(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi+\alpha)},
\end{aligned}
\qquad (2.1\text{-}13)
$$

参数 $a$ 表示振幅的变化，它小于、等于或大于 1 时，分别对应仪器的吸收、不吸收或放大的情况；指数上的 $\alpha$ 表示仪器引起的位相移动。

在具体运算中，如果对$V$的运算都是线性的，复数表示的 $V$可直接用复函数运算，最后式子的实部即代表所求的物理量。然而，当处理包含有非线性运算的式子时(例如计算能密度以及在非线性光学中的某些运算)，一般就必须先取实部后再行运算，但计算光强$I$的式(2.1-12)是约定的例外。

复数表示式可以把单色平面波写成与时间 $t$ 有关的和与空间位置$\boldsymbol{r}$有关的两部分的乘积：

$$
V(\boldsymbol{r},t)=(A/\sqrt{2})\mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\mathrm{e}^{-i\omega t}=
$$