

静止卫星的轨道和姿态控制

章仁为 编著

科学出版社

1987

内 容 简 介

本书系统地介绍了静止卫星的轨道与姿态控制的基本原理和工程设计思想。主要内容包括静止卫星的入轨过程；轨道摄动和定点位置保持；姿态动力学和各种稳定方式；姿态测定和姿态控制。

本书可供从事卫星研制工作和卫星应用管理工作的研究人员、工程技术人员参考，也可供有关高等院校的师生阅读。

静止卫星的轨道和姿态控制

章仁为 编著

责任编辑 李淑兰

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987 年 2 月第一版 开本：850×1168 1/32

1987 年 2 月第一次印刷 印张：15

印数：0001—800 字数：396,000

统一书号：15031·778

本社书号：4523·15—8

定 价：4.20 元

前　　言

早在 1945 年，英国学者克拉克就首次提出了“将通讯中继站建立在人造地球卫星上”的设想，他认为，如能在赤道上空的同步轨道上放置各相隔 120° 的三个卫星中继站，即可实现全球通讯。尔后，于 1963 年，美国首次发射成功同步通讯试验卫星“辛康”，接着于 1965 年第一代国际通讯卫星投入业务使用。从此，为静止卫星的应用开辟了广阔的前景。由于静止卫星具有相对地球为“静止”的特点，可以有效地利用它为通讯、数据传输、电视广播、气象、海洋探测、导航等各种业务和科研领域服务。近二十年来，这类应用卫星已发挥出崭新的应用价值并创造了巨大的经济效益。

静止卫星控制系统是卫星总体中的重要分系统之一，姿态的稳定方式及控制方式对总体设计起很大影响，对实现卫星应用的技术指标起保证作用。在静止卫星入轨的测控过程中，卫星控制系统发挥了重要作用。在静止卫星投入业务应用后，卫星的姿态保持，轨道保持又是卫星管理工作中的重要内容，因此，静止卫星控制系统的设计、构成及使用受到各方面的关注。

采用何种卫星控制系统不仅决定于卫星应用的要求，还和研制部门的技术传统，技术力量，工艺条件及经济效益的考虑等因素有关。目前在国外已投入使用的卫星控制系统种类繁多，本书不可能概括所有控制系统设计中的具体细节，而旨在阐明卫星轨道控制和姿态控制的基本概念、基本理论以及初步工程方案设计的考虑，帮助刚投入卫星研制工作和卫星运行、应用、管理工作的科技人员了解控制系统的设计所涉及到的各个方面，帮助他们理解卫星控制系统构成的宗旨和使用的方法，对有志于从事卫星控制理论分析和研究工作的研究人员，本书提供基础性的材料。

本书引用的有关卫星控制系统的设计和分析方法都取材于国

外发表的文献。书中所列数据仅供分析问题时作参考。

本书第六章主要由卫永华同志编写。

本书原稿承屠善澄教授审阅，他对本书的编写给予了支持。陈义庆、李铁寿同志亦审阅了本书，提出了许多宝贵意见，作者谨向他们表示衷心感谢。

限于作者水平，文中欠妥及错误之处敬请读者批评指正。

目 录

第一章 静止卫星的人轨	1
1.1 卫星轨道的特性	1
1.2 静止卫星的轨道	16
1.3 静止卫星的人轨过程	21
1.4 人轨最优化	37
1.5 定点置入	51
第二章 静止卫星的轨道摄动和位置保持	67
2.1 卫星轨道摄动方程	67
2.2 地球形状摄动	80
2.3 日、月摄动	93
2.4 太阳光压摄动	112
2.5 位置保持	117
第三章 双旋卫星的姿态运动	133
3.1 卫星姿态运动方程	133
3.2 单自旋卫星姿态运动的基本性质	141
3.3 双旋卫星的姿态稳定性	159
3.4 被动式章动阻尼	171
3.5 主动式章动阻尼	185
3.6 消旋平台轴承轴的摇摆	192
3.7 卫星自旋轴的失控和定向	201
第四章 卫星自旋姿态的测定和控制	214
4.1 参考矢量的测量	214
4.2 单轴姿态的几何确定	227
4.3 姿态确定的太阳-地球方式	237
4.4 姿态确定的几何限制	240

• iii •

4.5	状态估计法的应用	258
4.6	章动测定	268
4.7	姿态机动控制	277
第五章	卫星三轴姿态的测定和控制	290
5.1	参考坐标系和参考矢量	290
5.2	卫星三轴姿态的描述	295
5.3	参考矢量的测量	309
5.4	卫星三轴姿态的确定	316
5.5	卫星三轴姿态的控制	327
5.6	零动量系统	333
5.7	偏置动量系统	347
5.8	固定动量系统	353
5.9	单自由度动量系统	369
5.10	两自由度动量系统	377
5.11	三轴姿态捕获	383
第六章	带有挠性附件的卫星动力学和控制	388
6.1	动力学方程的一般形式	388
6.2	模态分析	394
6.3	无存储角动量的挠性卫星动力学	403
6.4	有储存角动量的挠性卫星动力学	428
6.5	控制系统设计考虑	449
参考文献		464

第一章 静止卫星的人轨

将一颗静止卫星(相对于地球上的观测者是静止不动的),送入离地球35786公里高的赤道上空的圆轨道,要经过若干飞行轨道——上升轨道、驻留轨道、过渡轨道、漂移轨道,最后进入同步静止轨道,并定点在预定位置上。在空间中此定点位置的运动轨迹相当于某一个已在轨道上的飞行器的飞行路线。因此,静止卫星的人轨实质上是一个空间交会问题。

1.1 卫星轨道的特性

关于人造地球卫星绕地球运动的问题在天体力学、卫星轨道运动理论等专著中有详尽的介绍,可参看文献[1.1—1.3]。在说明静止卫星的轨道控制问题时,常要引用卫星轨道运动的基本概念和公式,在这一节中,对卫星轨道的基本特性作些扼要的叙述。

在卫星轨道的控制问题中,常假定卫星在地球中心引力场中运动,忽略其他各种摄动力学因素(如地球形状非球形、密度分布不均匀引起的摄动力和太阳、月球的引力等),这种卫星轨道称为二体轨道,分析这种轨道的特性称为二体问题。显然,二体轨道代表卫星轨道运动的最主要特性,在初步分析静止卫星人轨问题中,这种轨道是足够精确的。

作用在卫星上的地球中心引力与卫星的质量成正比,与卫星到地心的距离的平方成反比,由引力产生的加速度与卫星质量无关,以后把作用在卫星上的各种力都归化为作用在单位卫星质量上的力。在地球中心引力作用下卫星的运动方程是

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) \quad (1.1-1)$$

\mathbf{r} 是卫星的地心距矢量, 从地心指向卫星; $(\frac{\mathbf{r}}{r})$ 代表地心距的单位矢量; μ 是地心引力常数, 等于地球质量 M_e 与引力常数 G 的乘积, $\mu = GM_e$ 。上式左端是卫星质心的位移加速度, 右端是引力, 它的方向和卫星的地心距方向相反。这里, 定义一个赤道惯性正交坐标系 (XYZ) , 坐标原点在地球中心, X 轴沿地球赤道面和黄道面的交线指向春分点 T ; Z 轴指向北极; Y 轴在赤道平面上垂直于 X 轴, 见图 1.1-1。在此坐标系中卫星的运动方程式 (1.1-1) 可以分解为

$$\begin{aligned}\ddot{x} + \frac{\mu x}{r^3} &= 0 \\ \ddot{y} + \frac{\mu y}{r^3} &= 0 \\ \ddot{z} + \frac{\mu z}{r^3} &= 0\end{aligned}\quad (1.1-2)$$

式中 $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ 。这是一个六阶的非线性微分方程, 它给

定了六个初始条件——

t_0 时刻卫星的位置和速度 $x(t_0), y(t_0), z(t_0)$, $\dot{x}(t_0), \dot{y}(t_0), \dot{z}(t_0)$, 此方程组完全可解, 这些初始条件确定六个积分常数, 每个积分常数都描述卫星轨道的一种特性。

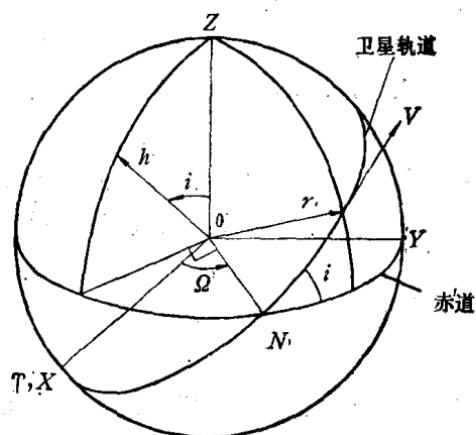


图 1.1-1

1.1-1 轨道根数

将方程组 (1.1-2)

各式交叉地乘以 x, y, z , 然后两两相减, 消去包含 $\frac{1}{r^3}$ 的项, 可得出

$$x\dot{y} - y\dot{x} = 0$$

$$y\dot{z} - z\dot{y} = 0$$

$$z\dot{x} - x\dot{z} = 0$$

将这三个方程式各个进行积分得

$$x\dot{y} - y\dot{x} = c_1$$

$$y\dot{z} - z\dot{y} = c_2$$

$$z\dot{x} - x\dot{z} = c_3$$

c_1, c_2, c_3 是三个积分常数，再将以上各式顺序乘以 z, x, y ，然后相加，得

$$c_1z + c_2x + c_3y = 0$$

这是一个平面方程，它说明在二体问题中卫星绕地球运转的轨道总是在一个平面上，积分常数 c_1, c_2, c_3 确定了卫星轨道平面在空间坐标中的位置。参看图 1.1-1，卫星相对于地心的动量矩 \mathbf{h} 等于卫星地心距矢量和速度矢量的矢积

$$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$$

根据矢积的公式，方程组 (1.1-3) 的左端就是动量矩 \mathbf{h} 在坐标轴上的分量 h_x, h_y, h_z ，并有 $h_x^2 + h_y^2 + h_z^2 = h^2$ 。显然，动量矩 \mathbf{h} 的方向和卫星轨道面的法线是平行的，称 \mathbf{h} 和 Z 轴的夹角为轨道倾角 i ，轨道平面和地球赤道面的交线为节线 ON ，在图 1.1-1 中节点 N 为轨道的升交点，节线 ON 与 X 轴的夹角称为升交点的赤经 Ω ，这两个参数 (i, Ω) 确定了轨道平面在空间坐标中的位置。从图 1.1-1 中可直接得到动量矩 \mathbf{h} 的三个分量与 i, Ω 的关系：

$$h_x = h \sin i \sin \Omega$$

$$h_y = -h \sin i \cos \Omega$$

$$h_z = h \cos i$$

或

$$i = \cos^{-1}\left(\frac{h_z}{h}\right), \quad \Omega = \tan^{-1}\left(\frac{-h_x}{h_y}\right)$$

因此，积分常数 c_1, c_2, c_3 确定了与轨道特性直接有关的三个常数 h, i, Ω 。

描述卫星在轨道平面内的运动只需用二维坐标。令此坐标为 (ξ, η) ，卫星的运动方程可写成

$$\ddot{\xi} + \frac{\mu}{r^3} \xi = 0$$

$$\ddot{\eta} + \frac{\mu}{r^3} \eta = 0$$

式中 $r = (\xi^2 + \eta^2)^{\frac{1}{2}}$ ，再令 $\xi = r \cos \theta$, $\eta = r \sin \theta$ ，将上式化成极坐标形式，见图 1.1-2，有

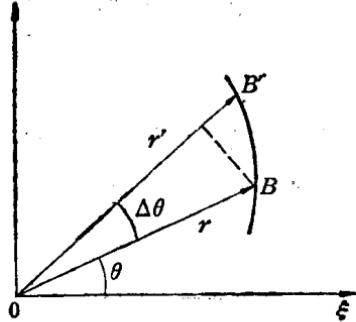


图 1.1-2

$$r - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2} \quad (1.1-5)$$

$$r\ddot{\theta} + 2r\dot{\theta} = 0 \quad (1.1-6)$$

上面第二个方程式的积分是

$$r^2\dot{\theta} = h \quad (1.1-7)$$

显然，这个积分常数 h 就是卫星相对于地心的动量矩。参看图 1.1-2，卫星在轨道平面上运动时，在 Δt 时间内卫星从 B 点移动到 B' 点，相应的地心距从 r 变到 r' ，三角形 $0BB'$ 的面积等于

$$\Delta A = \frac{1}{2} rr' \sin \Delta\theta$$

此面积的变化率是

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} rr' \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \frac{\sin \Delta\theta}{\Delta\theta}$$

取极限得

$$A = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta} \quad (1.1-8)$$

因此，(1.1-7) 式的几何意义是单位时间内向径 r 在轨道平面上扫过的面积是常数，这就是开普勒第二定律。而动量矩等于此面积速度的两倍。

利用 (1.1-7) 式，将 (1.1-5) 式中自变量替换为 θ ，可得

$$-\frac{1}{r^2} \frac{d^2 r}{d\theta^2} + \frac{2}{r^3} \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 + \frac{1}{r} = \frac{\mu}{h^2}$$

上式可改写成 $\left(\frac{1}{r}\right)$ 的方程：

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r}\right) + \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\mu}{h^2}$$

它的解是调谐函数，可以写成

$$\frac{1}{r} = \frac{\mu}{h^2} [1 + e \cos(\theta - \omega)]$$

e, ω 是两个积分常数，此方程又可改写成标准的极坐标形式

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \omega)} \quad (1.1-9)$$

式中 $p = \frac{h^2}{\mu}$ 。这就是卫星的轨道方程，它说明卫星沿圆锥曲线运动，圆锥曲线的焦点位于极坐标的原点，也就是地心。对于地球卫星，此圆锥曲线是椭圆，而地球位于此椭圆的一个焦点上，这就是开普勒第一定律。由解析几何得知， e 是椭圆的偏心率， $e < 1$ ； p 是椭圆的半通径，它是在半个椭圆内通过焦点 F 的垂线（垂直于椭圆的长轴）的长度，见图

1.1-3，它和椭圆半长轴 a ，半短轴 b 的关系是

$$p = a(1 - e^2) = b(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.1-10)$$

由于 $p = \frac{h^2}{\mu}$ ，于是半长轴与积分常数 h 的关系是

$$a = \frac{h^2}{\mu(1 - e^2)} \quad (1.1-11)$$

因为积分常数 e 是独立的，所以半长轴与动量矩的数值是对应的。

下面把半长轴 a 作为积分常数，在 (1.1-9) 式中，另一个积分常数是 ω 。当 $\theta - \omega = 0$ 时，卫星的地心距 r 为最小，该点称为近地点 P ；当 $\theta - \omega = 180^\circ$ 时，地心距 r 为最大，该点称为远地点 A 。显然， A, P 点必定在椭圆的长轴上，而极角 ω 决定了此椭圆长轴在轨道平面上的方向，称 ω 为近地点幅角，卫星相对于椭圆长轴的极角称为真近点角 f ， $f = \theta - \omega$ ，随着卫星的运转，真近点角不断地增大。轨道方程式 (1.1-9) 可以写成

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f} \quad (1.1-12)$$

卫星近地点 ($f = 0$) 和远地点 ($f = 180^\circ$) 的地心距 r_a, r_p 与半长轴和偏心率之间的关系是

$$r_p = a(1 - e), \quad r_a = a(1 + e) \quad (1.1-13)$$

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \quad (1.1-14)$$

令卫星绕地球一圈的周期为 T ，在这段时间内卫星向径扫过的面积等于椭圆的面积 πab 。根据公式 (1.1-8) 有

$$\frac{\pi ab}{T} = \frac{1}{2} h$$

再利用 (1.1-10), (1.1-11) 式可求得卫星运转的周期等于

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (1.1-15)$$

上式表明，卫星运转的周期的平方和椭圆轨道的半长轴的三次方成正比，这就是开普勒第三定律。令卫星沿椭圆轨道运行的平速率(即 f 在一周内的平均值)为 n ，

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (1.1-16)$$

以上说明了卫星运动方程式 (1.1-2) 的五次积分，它们的五个积分常数 i, Q, a, e, ω 决定了卫星轨道的几何形状，还需求第六个积分，才能得出在任何时刻卫星的位置。参看图 1.1-4，卫星的椭圆轨道有一个半径为 b 的内接圆和一个半径为 a 的外接圆，

如果将卫星所在点 B 分别按垂直和水平方向投影到外圆和内圆上去得 Q, R 两点, 它们

相对于椭圆中心的中心角是 E , 称为卫星的偏近点角。卫星在轨道平面上的直角坐标 (ξ', η') 中的位置可用偏近点角的参数方程表示:

$$\xi' = a \cos E$$

$$\eta' = b \sin E$$

从几何图形可求得偏近点角 E 与真近点角 f 的关系是

$$a \cos E = ae + r \cos f \quad (1.1-17)$$

$$b \sin E = r \sin f \quad (1.1-18)$$

由此可导出下列关系式:

$$\sin E = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin f}{1 + e \cos f} \quad (1.1-19)$$

$$\cos E = \frac{e + \cos f}{1 + e \cos f} \quad (1.1-20)$$

以及它们的反函数:

$$\sin f = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{1 - e \cos E} \quad (1.1-21)$$

$$\cos f = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \quad (1.1-22)$$

应用三角函数的倍角公式, 有

$$\tan \left(\frac{f}{2} \right) = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{\frac{1}{2}} \tan \left(\frac{E}{2} \right)$$

利用 (1.1-17), (1.1-22) 式可将卫星轨道方程式 (1.1-12) 写成更

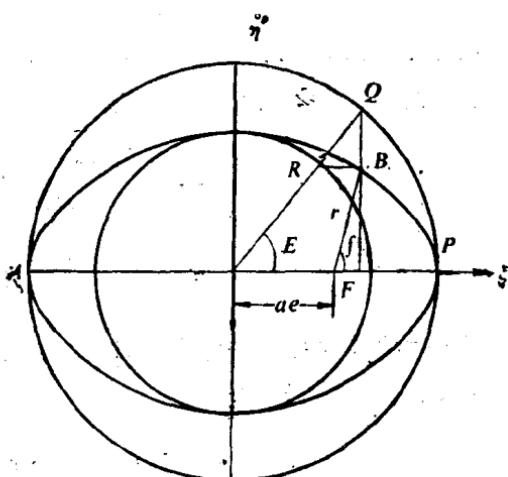


图 1.1-4

简单的形式:

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (1.1-23)$$

将 (1.1-20), (1.1-22) 式两边微分, 利用 (1.1-19), (1.1-21) 式可得出真近点角与偏近点角之间的微分关系:

$$df = \frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e \cos E} dE \quad (1.1-24)$$

$$dE = \frac{\sqrt{1-e^2}}{1+e \cos f} df \quad (1.1-25)$$

有了上述的基本关系式可将 (1.1-7) 式进行积分, 由于 ω 是常数, $\dot{\theta} = f$, (1.1-7) 式的积分可改写成

$$\int_0^t r^2 df = h(t - \tau)$$

式中 τ 就是第六个积分常数, 它是卫星经过近地点的时刻, 对应的真近点角 $f = 0$. 利用 (1.1-11), (1.1-12) 和 (1.1-23), (1.1-24) 等式, 可将上式化成

$$\begin{aligned} t - \tau &= \frac{h^3}{\mu^2} \int_0^t \frac{df}{(1+e \cos f)^2} = \frac{h^3}{\mu^2} \int_0^E \frac{(1-e \cos E)}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} dE \\ &= \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (E - e \sin E) \end{aligned}$$

由此得到描述卫星位置与时间关系的开普勒方程:

$$n(t - \tau) = E - e \sin E \quad (1.1-26)$$

定义 $M = n(t - \tau)$ 为卫星的平近点角, 它表示卫星从近地点开始按平运动速度 n 转过的角度, 或者说卫星在一个假想的面积等于轨道椭圆面积的圆上以等速 n 运动, 它转过的中心角就是平近点角 M . 在给定的时刻 t , 三种近点角 M, E, f 都是对应的. 平运动速度 n 和偏心率 e 是先给定的, 解开普勒方程求得 E , 才能得知卫星的位置. 用迭代法求解, 令第 0 步的 E 值为 E_0 , 第一步以后的各次 E 值为

$$E_1 = M + e \sin E_0$$

$$E_2 = M + e \sin E_1$$

⋮

如令迭代初值 $E_0 = M$, 并且每次迭代后进行解析运算, 可得出角 E 的级数计算式:

$$\begin{aligned} E = M &+ \left(e - \frac{e^3}{8}\right) \sin M + \frac{1}{2} e^2 \sin 2M \\ &+ \frac{3}{8} e^3 \sin 3M + \dots \end{aligned} \quad (1.1-27)$$

真近点角 f 的级数计算式是

$$\begin{aligned} f = M &+ \left(2e - \frac{e^3}{4}\right) \sin M + \frac{5}{4} e^2 \sin 2M \\ &+ \frac{13}{12} e^3 \sin 3M + \dots \end{aligned} \quad (1.1-28)$$

到此, 给出了卫星运动方程的六个积分以及六个积分常数 ($a, e, i, \Omega, \omega, \tau$), 卫星的向径 r 可以写成此六个常数的函数, 通常称此六个常数为轨道根数, 由于 τ 和 M 是对应的, 有时用 M 表示第六个根数。

1.1-2 轨道射入参数

在分析卫星入轨和变轨时, 常遇到射入问题。给定卫星在某一时刻的位置速度及其方向 r, V, r , 要求卫星轨道的根数, 或者说, 为了将卫星送入给定的轨道(用根数表示)求射入参数 r, V, r 。先给出卫星在轨道上各点的速度和位置与轨道根数的关系。在轨道平面内与轨道相切的卫星速度可以分解为径向速度 $r\dot{\theta}$ 和横向速度 $r\dot{f}$, 横向是垂直于径向 r 并朝着卫星的前进方向的, 见图 1.1-5。由

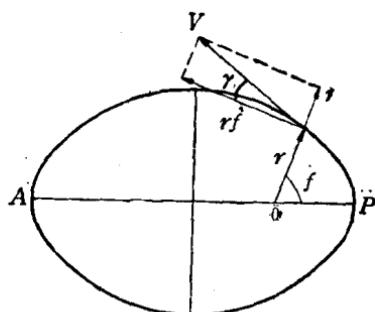


图 1.1-5

(1.1-12), (1.1-7) 式, 得出卫星的径向、横向速度是

$$\dot{r} = \frac{h}{p} e \sin f$$

$$r\dot{f} = \frac{h}{p} (1 + e \cos f)$$

将上两式平方相加, 并利用 (1.1-10), (1.1-11) 两式, 导出卫星速度等于

$$\begin{aligned} V^2 &= \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 = \left(\frac{h}{p}\right)^2 (1 + 2e \cos f + e^2) \\ &= \frac{2h^2}{rp} - \left(\frac{h}{p}\right)^2 (1 - e^2) = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \end{aligned} \quad (1.1-29)$$

这就是“活力公式”, 它给出了卫星速度与位置的关系. 此式可改写成

$$\frac{1}{2} V^2 - \frac{\mu}{r} = C \quad (1.1-30)$$

$C = -\frac{\mu}{2a}$ = 常值. 左面第一项是单位质量卫星的动能, 第二项是势能. (1.1-30) 式是卫星的机械能守恒公式. 将原方程 (1.1-1) 与矢量 \dot{r} 作标积, 再进行积分, 可直接得出上述方程式. 在 (1.1-29) 式中代入近地点、远地点距离公式 (1.1-13), 可得卫星在近地点、远地点的速度为

$$\begin{aligned} V_p &= \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{1+e}{1-e} \right)} = \sqrt{\frac{\mu r_p}{a r_p}} \\ V_a &= \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{1-e}{1+e} \right)} = \sqrt{\frac{\mu r_p}{a r_a}} \end{aligned} \quad (1.1-31)$$

在轨道平面内卫星速度与当地水平方向的夹角称为飞行角 γ , 参看图 1.1-5, 有 $\cos \gamma = \frac{r\dot{f}}{V}$, $\sin \gamma = \frac{\dot{r}}{V}$. 根据动量矩公式 $r^2\dot{f} = h$,

可得轨道上任一点的飞行角

$$\cos \gamma = \frac{h}{r \mu^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{2}}} = \left[\frac{a^2 (1 - e^2)}{r (2a - r)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.1-32)$$

再利用公式(1.1-12)可将上式化成

$$\cos \gamma = \frac{1 + e \cos f}{(1 + e^2 + 2e \cos f)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.1-33)$$

同样可以求出

$$\sin \gamma = \frac{e \sin f}{(1 + e^2 + 2e \cos f)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.1-34)$$

将活力公式(1.1-29)代入(1.1-32)式,得

$$V^2 r^2 \cos^2 \gamma = \mu a (1 - e^2) \quad (1.1-35)$$

因此,如已知卫星射入轨道时的速度 V ,地心距 r 和飞行角 γ ,从(1.1-29),(1.1-31),(1.1-35)等式可求出卫星轨道的几个主要参数:

$$e = \left[\left(\frac{r V^2}{\mu} - 1 \right)^2 \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.1-36)$$

$$a = \frac{r}{2 - \frac{r V^2}{\mu}} \quad (1.1-37)$$

$$r_p = \frac{r^2 V^2 \cos^2 \gamma}{\mu (1 + e)}, \quad r_a = \frac{r^2 V^2 \cos^2 \gamma}{\mu (1 - e)} \quad (1.1-38)$$

1.1-3 空间坐标

以上仅局限于分析卫星在轨道平面上的运动特性。现在回到卫星在赤道惯性坐标系中的空间位置和速度问题,如何用六个轨道根数来描述卫星在空间中的运动特性。图1.1-6归纳了上述根数在空间坐标中的几何意义。

图中 XYZ —赤道惯性坐标系, X 轴指向春分点 Y ;

ON —卫星轨道的

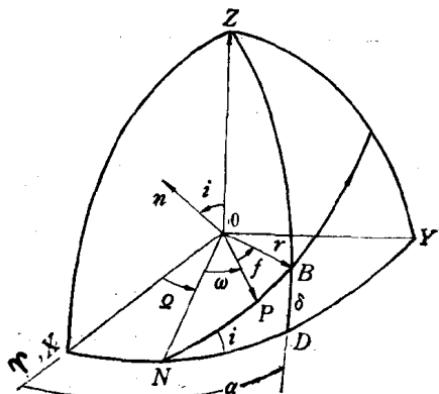


图 1.1-6