

振动量测与分析

石沅
编著

● 石 沅 编著

同济大学出版社

振 动 量 测 与 分 析



版社

振 动 量 测 与 分 析

石 沅 编著

同济大学出版社

内 容 提 要

本书是工程力学专业必修课教材。全书共有六章和附录及试验指导部分。书中着重阐述了激振设备、测振传感器的力学原理；正弦稳态、瞬态、随机激振的基本原理、测试方法及试验资料分析；测振技术在实际工程中的应用等内容。

本书适合广大理工科学生、研究生、教师和工程技术人员使用。

责任编辑：顾敏健

封面设计：陈益平

振动量测与分析

石 沅 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

上海市崇明永南印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：14 字数：343 千字

1990 年 4 月第 1 版 1990 年 4 月第 1 次印刷

印数：1-3,300 定价：2.90 元

ISBN7-5608-0391-1/O.49

前 言

“振动量测及分析”是工程力学专业的必修课程。作为该课程的教材，本书着重阐述了激振设备、测振传感器的力学原理；正弦稳态、瞬态随机激振的基本原理、测试方法及试验资料分析；测振技术在实际工程中的应用。本书后面还附有“振动试验指导”部分，介绍了几种试验方法和仪器设备的使用方法。

本书是在《振动测试技术》教材（编者于1980年6月与陈康元同志合编）的基础上改编而成的。在改编过程中，吴月明、沈宏甫、俞寿鹏同志审阅了有关章节。对于他们的热诚帮助，在此谨表示衷心感谢。此外，由于编者水平有限，内容及叙述中若有不当之处，恳望读者指正。

石 沅

1987年4月

目 录

第一章 振动量测的基本概念	(1)
§ 1.1 概述	(1)
一、振动量测的意义	(1)
二、振动量测的任务	(1)
三、振动量测技术的发展	(2)
§ 1.2 机械振动分类及描述	(4)
一、确定性振动	(4)
二、随机振动	(8)
三、各态历经随机振动的基本特性	(10)
四、各态历经随机振动的联合特性	(14)
§ 1.3 振动基本参量表示方法及常用量测方法	(18)
一、振动基本参量表示方法	(18)
二、振动量测常用方法	(21)
三、测试设备分类	(22)
第二章 激振设备	(24)
§ 2.1 概述	(24)
一、激振设备分类	(24)
二、激振设备的基本技术参数	(24)
§ 2.2 机械式激振设备	(25)
一、机械式振动台	(25)
二、机械式激振器	(28)
§ 2.3 电动式激振设备	(30)
一、电动式激振设备工作原理	(30)
二、电动式振动台	(30)
三、电动式激振器	(31)
§ 2.4 电动式激振设备计算模型及频率特性	(33)
一、激振设备空载时的计算模型及频率特性	(33)
二、激振设备在承载时的计算模型	(36)
三、激振器可动部件的质量、固有频率对试验结果的影响	(37)
四、激振器的安装问题	(39)
§ 2.5 电气液压式振动台	(41)
一、电液振动台的主要组成部分及工作原理	(41)
二、电液伺服阀工作原理	(42)

三、电液振动台特点·····	(43)
四、大型模拟地震振动台·····	(43)
五、各种振动台比较·····	(44)
§ 2.6 其他激振设备·····	(44)
一、反冲激振器·····	(44)
二、压电晶体片激振器·····	(46)
第三章 惯性式速度型传感器·····	(47)
§ 3.1 惯性式速度型传感器的力学模型·····	(47)
一、结构·····	(47)
二、运动微分方程及其解·····	(47)
三、幅频及相频特性曲线·····	(49)
四、阻尼对测振仪性能的影响·····	(50)
§ 3.2 惯性式速度传感器·····	(51)
一、结构及原理·····	(51)
二、主要技术指标·····	(52)
三、典型的速度传感器·····	(53)
四、低频速度传感器·····	(55)
五、相对式速度传感器举例·····	(57)
§ 3.3 测振传感器的标定·····	(58)
一、灵敏度·····	(58)
二、频率响应·····	(60)
三、线性范围·····	(60)
§ 3.4 测试系统·····	(60)
一、位移、速度及加速度的测量·····	(60)
二、微分与积分网络·····	(60)
三、测试系统·····	(64)
第四章 惯性式加速度型传感器·····	(66)
§ 4.1 加速度计的力学原理·····	(66)
§ 4.2 压电晶体加速度计·····	(67)
一、压电晶体及压电效应·····	(67)
二、压电晶体加速度计的结构及工作原理·····	(67)
三、幅频特性曲线与相频特性曲线·····	(69)
§ 4.3 压电晶体加速度计的性能指标·····	(71)
一、谐振频率·····	(71)
二、灵敏度·····	(73)
三、横向灵敏度比·····	(74)
四、频率响应·····	(74)

五、幅值线性度(动态范围).....	(75)
§ 4.4 加速度计的 安装	(75)
§ 4.5 压电加速度计的测量 线路	(77)
一、压电加速度计的等效电路及其对测量电路的要求.....	(77)
二、电压放大器.....	(78)
三、电荷放大器.....	(79)
四、电荷放大器之组成部分和主要技术指标.....	(82)
§ 4.6 其他加速度传感器和力传感器.....	(83)
一、电阻应变片式加速度计.....	(83)
二、压阻式加速度计.....	(86)
三、差容式加速度计.....	(86)
四、伺服式加速度计.....	(88)
五、压电晶体力传感器.....	(91)
第五章 记录及分析设备.....	(94)
§ 5.1 记录设备 概 况	(94)
§ 5.2 光线示 波 器	(95)
一、光线示波器的工作原理.....	(95)
二、光线示波器的主要组成部分.....	(95)
三、振子.....	(96)
§ 5.3 磁带记 录 仪	(97)
一、概述.....	(97)
二、原理与结构.....	(98)
三、记录方式.....	
§ 5.4 分析设备概况	(102)
§ 5.5 模拟信号处理系统简介	(105)
§ 5.6 数字信号处理系统简介	(106)
一、数据准备	(106)
二、7T08S 信号分析仪简介	(108)
第六章 振动特性参数的常用测量方法	(110)
§ 6.1 振动基本参数的测量	(110)
一、简谐振动频率的测量	(110)
二、振动幅值的测量	(112)
三、相位的测量	(114)
§ 6.2 结构动力特性参数测量	(116)
一、结构固有频率	(117)
二、阻尼参数	(118)
三、振型	(120)

§ 6.3 稳态正弦激振	(122)
一、稳态正弦激振的理论根据	(122)
二、测试方法	(122)
三、由幅频特性曲线分析阻尼比值	(123)
四、由动力系数 $\mu(\omega)$ 求阻尼比值	(125)
五、通过测定共振频率推算衰减系数	(125)
§ 6.4 瞬态激振	(126)
一、瞬态激振有关理论	(126)
二、测试方法	(127)
三、用自由振动法测阻尼比 ζ 、对数衰减率 λ	(128)
§ 6.5 随机激振	(129)
一、概况及基本假设	(129)
二、由时程曲线分析结构动力特性	(131)
三、结构模态分析理论根据	(133)
四、结构模态参数识别	(135)
§ 6.6 数据分析技术	(137)
一、随机数据分析中的统计误差	(137)
二、记录时间 T 的确定	(139)
三、分段数 q 的确定	(141)
§ 6.7 利用激光测大位移	(141)
§ 6.8 强震观测简介	(143)
一、概述	(143)
二、强震观测的任务与特点	(144)
三、强震仪简介	(145)
四、强震台站网布点原则	(146)
五、强震记录的分析与处理分析	(147)
附 录 结构动力特性测定实例	(149)
附录一：斜张桥结构动力特性测量及分析	(149)
提 要	(149)
前 言	(149)
一、测试方法、设备及测点布置	(150)
二、测试分析结果	(154)
三、结论	(158)
附录二：在风力作用下高层建筑及高耸构筑物动力特性测试及分析	(160)
前 言	(160)
一、台风的特点及参数	(160)
二、空气弹性现象——流体和结构的相互作用	(162)
三、对风输入、结构位移响应输出的实际测定举例	(163)
四、讨论	(171)

试验指导	(173)
第一部分：试验内容	(173)
试验一 电磁振动台使用练习	(173)
试验二 65 型传感器使用练习	(175)
试验三 标定试验	(177)
试验四 利用环境随机激振(脉动法)测定结构动力特性参数	(179)
试验五 钢悬臂梁自振频率、振型及阻尼测定	(181)
试验六 用瞬态激振测定小型结构之动力特性参数	(183)
第二部分：部分仪器设备使用方法介绍	(184)
I .ZS-300D型电磁振动台使用方法.....	(184)
II .JZQ-7 型永磁式激振器及 200W 功率放大器的使用.....	(186)
III .65 型传感器及 JC-5A 型晶体管测振仪使用方法.....	(187)
IV .FDH-4 型电荷放大器使用方法	(189)
V .GZ-I 型晶体管测振仪使用方法	(191)
VI .GZ-2 型六线测振仪使用方法	(192)
VII .SZ-4 型磁带记录仪使用方法	(193)
VIII .XR-510C 磁带记录仪使用方法	(196)
IX .7T08S 信号分析仪简介.....	(198)
X CF-910 信号分析仪简介.....	(202)

第一章 振动量测的基本概念

§ 1.1 概 述

一、振动量测的意义

随着生产及科学技术的发展,越来越多的振动课题要求人们去研究解决,以达到减小不利振动,利用有益振动为人类服务的目的。解决振动问题,可通过理论分析及实验研究两种手段进行。振动量测就是通过实测手段对振动进行分析研究的方法,它是振动学科的一个重要组成部分。在实际工作状态或给定的试验条件下对实际结构物进行的量测工作,称为实测;而对不同尺度、不同特点的模型(几何相似、物理相似等模型)进行激振试验,然后通过相似原理等模型理论把结果换算到实际结构上去的方法,称为模型试验。

通常在进行理论分析计算前,要进行调查研究或振动试验,以作实际观察,提炼出简化的计算模型,而此计算模型是否反映事物的本质又需通过试验来验证。此外,各种不同的计算方法往往也需通过试验来确定其是否可靠,并为提出更合理的计算理论提供依据;而在计算时需用到的一些参数,如阻尼、刚度等,需通过试验来获得。

二、振动量测的任务

工程中常遇到的需进行振动试验的课题,归纳起来有以下几个方面:

1. 测定结构在实际工作时的振动水平(幅值、频率)及性状(振动特点)。例如机器运转、锻锤冲击对厂房结构的影响;车、船、飞机等运输设备运行时的振动;高耸构筑物、高层建筑、悬索桥、斜张桥等在风荷作用下的振动;海上平台等海上建筑物在海浪作用下的振动;建筑物在地震及爆炸冲击波作用下的振动;机器设备在正常运转时的振动;精密机器设备、精密仪表所在周围环境的振动等。这些资料可以用来考察被研究对象工作是否正常、安全、存在何种问题,以便对原计算、设计及施工进行评价。

2. 对实际结构或模型进行振动的试验研究。采用激振手段对实际结构或模型进行试验,用以测定系统的振动特性参数,如系统的固有频率、振型、阻尼系数以及广义质量、广义刚度等;对计算方法进行考核验证;模型试验可以用来对各种设计方案进行比较。例如在桥梁设计中,为采用新型结构一般总要进行模型试验,如斜张桥、板桁组合钢桥等。除了进行理论分析外,还要对模型进行静、动载试验,以确定其承载能力、动态特性。对桥位处风荷较大的桥,有时还得进行气动分析和节段模型的风洞试验,以选择合理截面,改善气动稳定性,提高抗风荷能力;对某些运载工具,更是离不开试验研究,例如新设计的飞机,在研制过程中,需作大量的地面模拟试验,然后才能进行飞行试验考核。大量的地面模拟试验包括振动试验,即在上天前,必须进行全机地面共振试验,试验时为模拟飞机在空中飞行时的悬浮状态,可用橡皮绳把整架飞机悬挂起来,或安放在刚度很小的气动平台上,然后进行振动

测量,测试出全机的各阶固有频率及相应的振型,为颤振计算提供确切的数据,防止飞机在规定的速度范围内发生颤振破坏现象。

有时通过振动测量还可修正理论上无法考虑到的因素或克服理论上难以克服的困难。

例如冷凝器冷凝管的振动,冷凝管两端是与机箱电焊连接的,见图 1.1。其边界的连接,较刚性固定的刚度要小一些,但小多少无法知道。在理论分析与计算时,可先把两端当作刚性固定,计算其固有频率,再通过振动测量测出实际的固有频率值,把它与理论计算值相比较确定一修正系数。



图 1.1 冷凝管的边界连接

3. 模拟振动条件,进行环境试验。某些特殊的产品,必须考虑受到振动或冲击后的影响,例如精密仪表、易损器皿,在运输途中会否因包装的隔振效果欠佳而受损,弹药等易爆物品在运输中受冲击会否引爆,运输工具及飞行器中的仪表设备,在振动环境下是否能正常工作等等,均需进行试验后才能给出答案。试验可在不同路面上进行实地运输试验,或更多的是在振动台上进行环境试验。

4. 标定试验。即对振动测试用的仪器设备进行各种参数的标定,以确定仪器的使用范围及灵敏度等参数。

5. 鉴于试验研究工作具有直观可靠等优越性,所以进行了各种试验理论及方法的研究。从 30 年代开始,由于电子技术的发展,导致各种试验理论及试验方法的迅速发展,例如在航空工业中曾应用过相位共振法、矢量分析法、附加质量法、复数功率法、多点激振法、机械阻抗法等等。而所有振动试验理论及试验方法的研究,均离不开振动试验工作。

三、振动量测技术的发展

振动量测技术的发展,是与整个工业生产的发展密切相关的。18 世纪,随着世界工业革命的兴起,生产迅速发展。在工业厂房、机器基础、桥梁等领域中,由于机械转速的增大,车辆运载能力、运行速度的提高,经典的结构静力学已不能适应,振动理论这门新的分支应运而生。

实际工程中的振动问题是复杂的,单靠理论分析是有其局限性的。由于不熟悉结构在新条件下的工作性能,由振动引起的工程塌毁事故大量出现,促使人们设法进行振动试验来验证结构可靠程度,并寻求结构物工作的内在规律,为建立新的结构计算理论奠定基础。为此测振设备也随之发展。早期的振动测量仪表是机械式的,例如利用共振原理测频率的单簧频率计。它是在一底座上安置一长短可调的振动簧片,把它放于被测振动物上,调节簧片长度,使簧片振幅达到最大时,认为该时簧片自振频率即为被测振动频率。

此外还有多簧式频率计,它是在底座上安装多个自振频率不同的簧片,测验原理与上相似。

早期用千分表测振幅,当然其可测频率、幅值范围均受限制,且只能用人工读数。

在 40 年代,使用较多的仍是机械式测振仪,有手持测振仪及盖格尔万能测振仪等。

手持测振仪为接触式测振仪。使用时仪器外壳固定在不动的支架上,利用测杆内一端与外壳相连的弹簧使测杆垂直顶紧被测振动面,测杆另一端与笔式记录器相连,靠发条带动记录纸带移动,且作出时标信号。

盖格尔万能测振仪是近代弹簧-质量系统测振仪的雏型。它有质量-弹簧系统，利用质量块与外壳相对振动带动记录笔记录。

在40年代，电阻应变仪研制成功，其适用范围由静应变测量，逐步发展到动应变测量和振动测量。

随着电子技术的发展，测振用的传感器发展很快，例如按被测参数来分，有位移、速度、加速度传感器；按传感器敏感元件工作特点来分，有电动式、磁电式、压电式、压阻式、差容式、应变电阻式等。

由于地震对建筑、桥梁结构造成严重损害，在地震频繁发生的美国、日本、中国等，很重视对地震成因、发展规律的研究，以期达到预报、预防和控制地震的目标。这需要用地震仪测量地面运动。另一方面，利用地震仪研究地震对建筑结构的影响，以制定结构抗震设计方法。

用以记录地面运动的最早的仪器是我国东汉时期杰出科学家张衡在公元132年发明的地动仪。近代的地震仪直到1880年才制成。1932年美国研制了一台名为OSCGS型的强震加速度计，并于同年加州的长滩地震中取得了第一个地震加速度记录。目前已发展为用力平衡式伺服摆作拾振系统、磁带记录三分量的SMA-2, 3型强震加速度仪。

日本于1953年研制成功机械式强震加速度仪，现也发展与美国一样的用力平衡伺服摆拾振、磁带记录、三分量的强震加速度计。

我国于1967年研制成功RDZ1-12-66型12道电流计记录式强震仪，基本上已用于全国强震观测工作中。目前正着手研制小型拾振器、模拟及数字式磁带记录等较为先进的强震仪。

为了解建筑、桥梁结构的动力特性，研究在强震作用下的动力响应，由60年代开始，研制成功大型机械式激振设备，并用于桥梁、厂房等结构的激振试验。为模拟地震地面运动，能输入地震信号的大型液压伺服式模拟地震振动台，也相继制成，为大尺度的结构模型试验提供了条件。

供强震观察或供上土建结构测振用的传感器，一般体积较大，且自振频率较低，仅能测低频范围的振动。

在航空和航天工程中，结构振动问题更是产品的突击问题。在该领域中，从30年代开始，着手进行测振设备及试验方法的研究。到50年代，发展得很快。例如，传感器向小型发展，测振频率及动态范围扩大，测量仪器具有放大、微分、积分、滤波等功能，数据用磁带记录仪记录，使用遥测方法等等。

测振方法上也发展较快，有相位共振法，矢量分析法，附加质量法，附加刚度法，复数功率法，多点激振法，机械阻抗法等等。

这些新的设备及方法，也很快被应用到机床、汽车、工程机械、土建等其他行业上。

1965年美国DC公司研制成功跟踪滤波器，解决了稳态正弦激振测试技术。

随机振动现象广泛的存在，近二三十年来人们提出了大量的随机振动研究课题，例如，随机激励(地震、风、海浪)的调查分析，随机振动响应分析，材料与结构随机振动强度与可靠性分析，随机隔振、减振问题，利用随机振动作系统动力特性分析等。对随机振动进行信号处理，是随机振动测试的重要方面。在50年代中到60年代末是以模拟处理为主，例如模拟相关仪，模拟频谱分析仪等。但由于其处理功能较少，分辨能力较低，实时能力差，因而使用上受到很大限制。

1965年,美国学者 Cooley 和 Tukey 提出划时代的 FFT 快速富里叶算法。

70年代以来,电子计算机进入振动科学研究领域,国内外出现几十种以小型或微型计算机为中心,以快速富里叶变换为主要内容的信号处理机,使振动信号数字处理技术发展到目前前所未有的高水平,使随机振动、瞬态、振动信号数据处理和实验控制技术有了飞跃进步。

目前,已有的信号处理设备具有以下几方面先进指标:表示参数丰富,运算速度快,实时能力强,分辨能力好,精度高,使用方便等。目前,还有可对结构进行模态参数分析的功能。美、日、英、法、丹等国生产的现代振动信号处理系统,都具有十分先进的指标,我国近年生产的 HA1, HA2, 626, LSI-RA 等型号的 FFT 实时分析仪,也具有较高的水平。

由于科学发展的需要,预计在提高实时能力,细化技术,新的专用运算程序的编制,降低价格等方面,会有进一步的发展。

§ 1.2 机械振动分类及描述

振动是物质运动的一种形式,它是指运动着的某个参量在某一基准值附近作随着时间反复增减的振荡现象。

在工程实际中遇到的振动是形形色色、各不相同的,在研究和分析时往往要加以归纳分类,根据其规律,归纳出它们的共性。研究分析的出发点不同,分类的方法也不同,例如在振动理论中常把物体的振动分成单自由度振动、多自由度振动及弹性体振动;从其运动规律看,又可分成自由振动与强迫振动;从振动特性看,又常分为线性振动与非线性振动等。

而振动量测是在某些特定条件下量测被研究对象的某些振动参数,其结果可用数学表达式或图表来表示。

对一振动问题的描述可以在时间域进行,也可以在频率域上进行。对某些较为复杂的振动波形,在频率域上进行分析可使问题简便、明了、易看出问题的本质。例如,我们知道在有限区间上的一个复杂的周期信号,在一定条件下,总可以分解为许多简谐波的叠加,这在数学上称为傅立叶级数。这种把时域函数变换为频域函数的方法称为傅立叶变换,当然变换后要求这两种函数所包含的信息完全相同。换句话说,傅立叶变换的实质是把一个复杂的连续波形分解成许多不同频率的简谐波之和,如果这些简谐波叠加起来与原来的波形相同,则就确定了这一波形的傅立叶变换。

除了用数学表达式来说明振动特性外,还可以用更为直观的图示方法来表示。对应于时域及频域的分析,其图形有时间历程图及幅值频率图。时间历程图是在时间域内描述振动,即把振动的某个值表示为时间的函数:如果研究振动的幅值,则在时间历程图中横座标为时间轴,纵座标为幅值轴,其图形称为时程曲线;幅值频率图是在频率域内描述振动,是把振动的幅值表示为频率的函数,此图形横座标为频率,纵座标为幅值,图形简称为频谱图。

通常把机械振动按信息与数据的形式分成确定性振动及随机振动两大类。

一、确定性振动

确定性振动亦称定型振动或有规则振动,它的运动规律可用精确的数学表达式加以描

述。如果重复作一试验，只要一切条件完全相同，并且不考虑仪器的偶然误差的话，则可以得到完全相同的试验结果。

确定性振动又可分为周期振动及非周期振动两类。周期振动可用数学表达式

$$y(t) = y(t + nT)$$

来表示，它还可以进一步分为简谐振动及复杂周期振动两类；非周期振动又可分为准周期振动及瞬变振动两类。图 1.2 表示确定性振动的分类。

对确定性振动，通常要确定其主要谐波分量的频率值及其对应的幅值。

下面对每一种确定性振动作简单介绍。

1. 简谐振动

简谐振动是一种最简单、最基本的振动形式，如无阻尼质量-弹簧系统的振动、偏心质量块绕定轴等速转动时引起的振动等。其时变函数为

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin(2\pi f t + \varphi_0) \quad (1.1)$$

式中： A ——振幅；

ω ——圆频率，单位：弧度/秒(rad/s)；

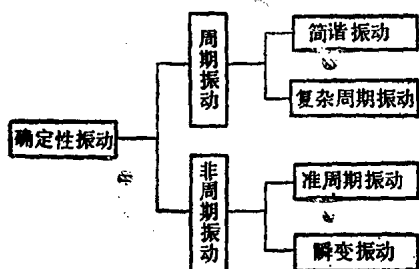


图 1.2 确定性振动分类

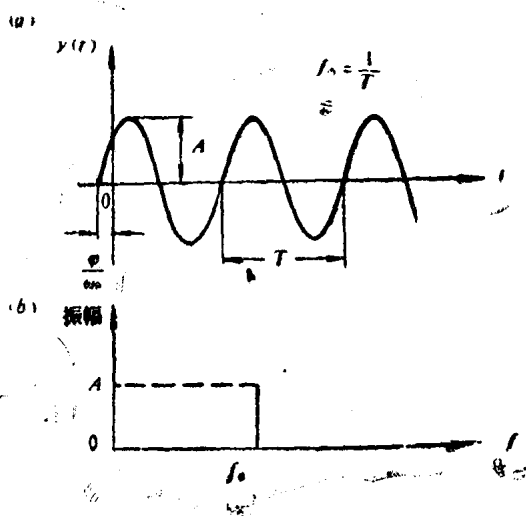


图 1.3 简谐振动图例

(a) 时间历程曲线 (b) 幅值频率图

f ——频率，单位：赫兹(Hz)；

φ_0 ——相对于时间原点的初相角，单位：弧度(rad)；

$y(t)$ ——为 t 时刻的瞬时幅值。

以上方程所描述的波形称为简谐波，图 1.3(a) 为其时间历程曲线。

从图中可看出，只要确定振幅、频率、初始相位三个参数，简谐振动就完全确定。

方程 1.1 的振幅频率图见图 1.3(b)，它是位于 f_0 处、高为 A 的一根直线，此图形为线谱或离散谱。统称频谱图。

2. 复杂周期振动

复杂周期振动可用如下的周期性时变函数表示

$$y(t) = y(t \pm nT), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2)$$

它由与基波成为整数倍的波形所组成。

在实践中经常可以遇到复杂周期振动现象，例如多台不同转速的机器在同一楼板上激起的振动，内燃机活塞杆上某点的振动。图 1.4(a) 为复杂周期振动的时程图，其幅值频率图如图 1.4(b) 所示。

任一复杂周期振动一般均可按下式展开成傅立叶级数。

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos 2\pi n f_1 t + b_n \sin 2\pi n f_1 t) \quad (1.3)$$

式中: $f_1 = \frac{1}{T_1}$

$$a_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} y(t) \cos 2\pi n f_1 t dt \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} y(t) \sin 2\pi n f_1 t dt \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

其中, T_1 为复杂振动的周期; $\frac{a_0}{2}$ 称为直流分量; $2\pi f_1 = \omega_1$ 称为基频; $2\pi n f_1$ 称为 n 阶谐频, 与

其对应的

$$(a_1 \cos 2\pi f_1 t + b_1 \sin 2\pi f_1 t)$$

称为基波,

$$(a_n \cos 2\pi n f_1 t + b_n \sin 2\pi n f_1 t)$$

称为 n 阶谐波。

复杂周期振动还可以用另一种形式表达, 即

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} y_n \cos(2\pi n f_1 t - \varphi_n) \quad (1.4)$$

式中:

$$y_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$y_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\varphi_n = \tan^{-1}(b_n/a_n) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

从 (1.3) 及 (1.4) 式可看出, 复杂周期振动是由静态分量 y_0 项与无穷多个振幅、初相角不相同、频率与基频成整数倍的简谐波分量叠加而成, 当然其中有些项的幅值可以为零。

在实际分析数据时, 相角常常可以忽略, 这样式 (1.4) 可用离散谱来表征, 其幅值频率图见图 1.4(b)。由此图可以看出, 复杂周期振动的幅频图是由无数根离散的谱线组成, 每一根谱线代表一个谐波分量, 各谐波频率均与基频成整数倍。

3. 准周期振动

如果若干个频率不成比例关系的简谐振动叠加在一起, 合成后的振动不呈现周期性, 称为准周期振动。例如:

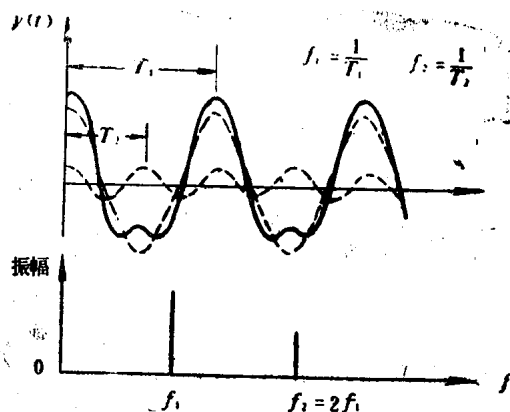


图 1.4 复杂周期振动图例

(a) 时间历程曲线 (b) 幅值频率图

$$y(t) = y_1 \sin(t + \varphi_1) + y_2 \sin(5t + \varphi_2)$$

$$+ y_3 \sin(\sqrt{7}t + \varphi_3)$$

所表示的振动。由于其频率比分别为 $\sqrt{7}$, $\sqrt{7}/5$, 都不是有理数, 找不到一个与各个谐波频率为整倍数的基频, 所以不成为周期振动, 表现在时程曲线不呈现周期性。准周期振动的时变函数可由 (1.5) 式表示

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n \sin(2\pi f_n t + \varphi_n) \quad (1.5)$$

其中, 任意两项, 例如任意项 k, l 的频率比 f_k/f_l 不是有理数。准周期振动的频谱图亦是由无数根离散的谱线组成, 如图 (1.5)。

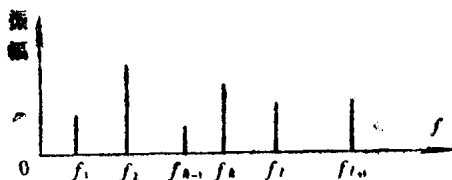


图1.5 准周期振动幅频图

4. 瞬变振动

除了周期振动及准周期振动以外的所有确定性振动, 均为瞬变振动。瞬变振动的幅值随

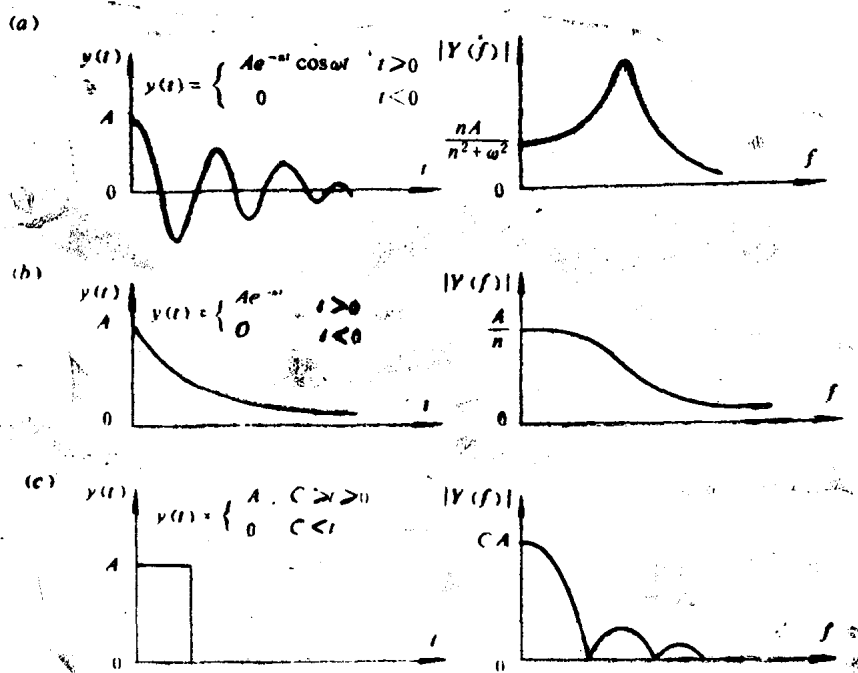


图1.6 几种瞬变振动的时程曲线及频谱曲线

- | | |
|---------------|---------------------------------|
| (a) 有阻尼自由衰减振动 | $y(t) = Ae^{-nt} \cos \omega t$ |
| (b) 过阻尼条件下运动 | $y(t) = Ae^{-nt}$ |
| (c) 矩形 | $y(t) = A$ |

时间增长而趋于零, 所以它是在有限的时间内完成的振动。

例如具有粘滞阻尼系统的自由振动, 当激振力解除以后阻尼振动系统的运动为自由衰减振动, 其运动方程为

$$y(t) = Ae^{-\delta t} (\cos \omega t + \varphi_0) \quad (1.6)$$

它是一种振幅按指数规律衰减、频率为 ω 的伪简谐运动。

当系统的阻尼为过阻尼情况，受干扰后不产生振动，其运动方程为

$$y(t) = Ae^{-\alpha t} \quad (1.7)$$

瞬变振动信号在频率域内，它的谱图已不是离散的谱线，在大多数情况下可以用傅立叶积分表示成连续谱。

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.8)$$

傅立叶谱 $Y(f)$ 一般是个复数，它也可以用复数极座标记号表示成

$$Y(f) = |Y(f)|e^{-j\varphi(f)} \quad (1.9)$$

其中 $|Y(f)|$ 是 $Y(f)$ 的模， $\varphi(f)$ 是相角，均为频率 f 的函数。

图 1.6 列出几种典型的瞬变振动的时程曲线及其对应的幅频曲线。

二、随机振动

随机振动是一种非确定性振动，它普遍地存在于各个方面，例如车辆在不平整的路面上行驶时产生的振动；风、地震作用于建筑物产生的振动；海浪引起海上建筑的振动等等。这种振动的共同特点是：振动的瞬时值是无法精确预测的；此外，即使在相同的条件下重复做多次试验，也不会出现完全相同的结果。例如用一辆汽车在环形路面上作长时间、等速行驶，不时地对车架上某一点竖向加速度值进行记录。图 1.7 为记录所得加速度的时程曲线。由图中看出，每次记录得到曲线 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $\dots$ 、 $x_n(t)$ 、 $\dots$ 不会完全重复，并且其中任一次记录，仅代表许多种可能产生的结果中的一个。

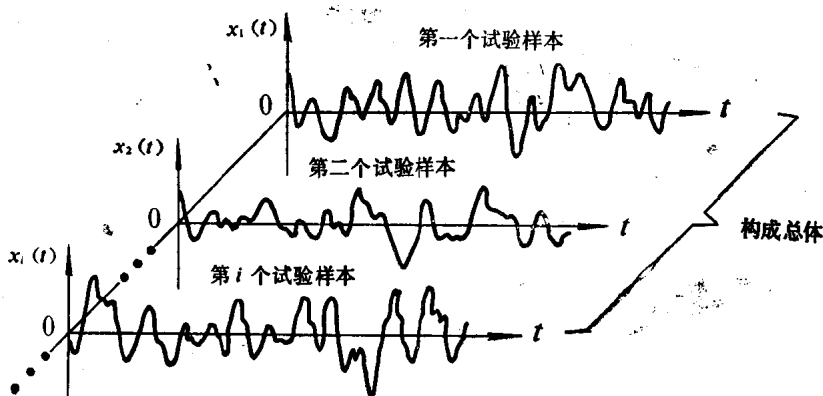


图 1.7 组成随机过程的样本函数总体图例
汽车作路面试验时车架上某点加速度时程曲线

在实际试验中，记录的时间一般总是有限的，在有限时间区间内的试验记录称为样本记录。相应地，在无限时间区间内的记录 $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)，称为随机振动的样本函数。而这些样本函数的总体称为随机过程 $X(t)$ 。记以

$$X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$$

故随机过程 $X(t)$ ，不是指某个确定时间 t 的函数 $x(t)$ ，而是指试验时所有可能出现的样本函数的集合。

随机振动是由连续分布在一定频带内所有频率上的正弦波组成，故它的频谱是在一定频