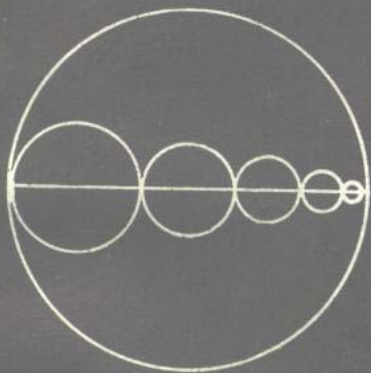
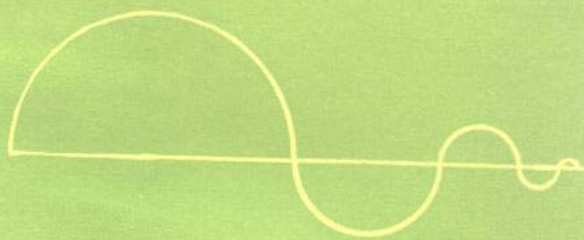
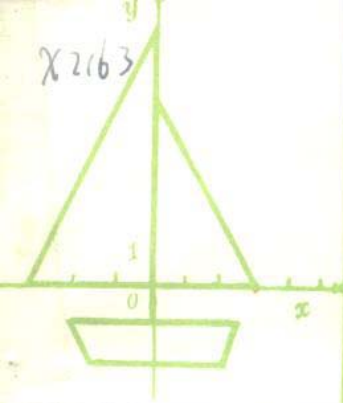
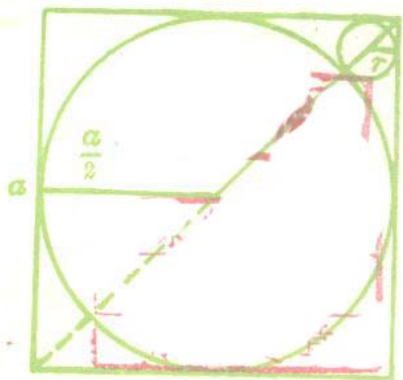
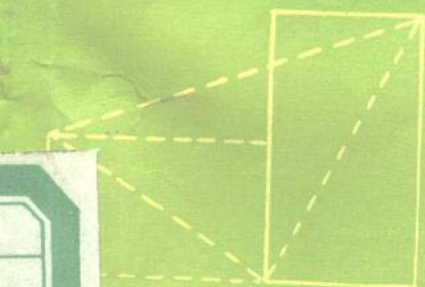


X2163



中学数学 实验教材

第二册 上



师范大学出版社

中学数学实验教材

第二册(上)

中学数学实验教材编写组编

北京师范大学出版社

1982年7月

E040/19

中学数学实验教材

第二册(上)

中学数学实验教材编写组编

北京师范大学出版社出版
新华书店北京发行所发行
河北邯郸地区印刷厂印刷

开本: 787×10921/32 印张: 7.76 字数: 188千

1982年7月第一版 1984年5月第三次印刷

印数: 49,506—67,106

统一书号: 7243.65 定价: 0.62元

前 言

这一套中学数学实验教材，内容的选取原则是精简实用，教材的处理力求深入浅出，顺理成章，尽量作到使人人能懂，到处有用。

本教材适用于重点中学，侧重在满足学生将来从事理工方面学习和工作的需要。

本教材的教学目的是，使学生切实学好从事现代生产、特别是学习现代科学技术所必需的数学基础知识；通过对数学理论、应用、思想和方法的学习，培养学生运算能力，思维能力，空间想象力，从而逐步培养运用数学的思想和方法去分析和解决实际问题的能力；通过数学的教学和学习，培养学生良好的学习习惯，严谨的治学态度和科学的思想方法，逐步形成辩证唯物主义世界观。

根据上述教学目的，本教材精选了传统数学那些普遍实用的最基础的部分，这就是在理论上、应用上和思想方法上都是基本的、长远起作用的通性、通法。比如，代数中的数系运算律，式的运算，解代数方程，待定系数法；几何中的图形的基本概念和主要性质，向量，解析几何；分析中的函数，极限，连续，微分，积分；概率统计以及逻辑、推理论证等知识。对于那些理论和应用上虽有一定作用，但发展余地不大，或没有普遍意义和实用价值，或不必要的重复和过于繁琐的内容，如立体几何中的空间作图，几何体的体积、表面积计算，几何难题，因式分解，对数计算等作了较大的精简或删减。

全套教材共分六册。第一册是代数。在总结小学所学自然数、小数、分数基础上，明确提出运算律，把数扩充到有理数和实数系。灵活运用运算律解一元一次、二次方程，二元、三元一次方程组，然后进一步系统化，引进多项式运算，综合除法，辗转相除，余式定理及其推论，学到根式、分式、部分分式。第二册是几何。由直观几何形象分析归纳出几何基本概念和基本性质，通过集合术语、简易逻辑转入欧氏推理几何，处理直线形、圆、基本轨迹与作图，三角比与解三角形等基本内容。第三册是函数。数形结合引入坐标，研究多项式函数，指数、对数、三角函数，不等式等。第四册是代数。把数扩充到复数系，进一步加强多项式论，方程式论，讲线性方程组理论，概率（离散的）统计的初步知识。第五册是几何。引进向量，用向量和初等几何方法综合处理几何问题，坐标化处理直线、圆、锥线，坐标变换与二次曲线讨论，然后讲立体几何，并引进空间向量研究空间解析几何初步知识。第六册是微积分初步。突出逼近法，讲实数完备性，函数，极限，连续，变率与微分，求和与积分。

本教材基本上采取代数、几何、分析分科，初中、高中循环排列的安排体系，教学可按初一、初二代数、几何双科并进，初三学分析，高一、高二代数（包括概率统计）、几何双科并进，高三学微积分的程序来安排。

本教材的处理力求符合历史发展和认识发展的规律，深入浅出，顺理成章。突出由算术到代数，由实验几何到论证几何，由综合几何到解析几何，由常量数学到变量数学等四个重大转折，着力采取措施引导学生合乎规律地实现这些转折，为此，强调数系运算律，集合逻辑，向量和通法分别在

实现这四个转折中的作用。这样既遵循历史发展的规律，又突出了几个转折关头，缩短了认识过程，有利于学生掌握数学思想发展的脉络，提高数学教学的思想性。

这一套中学数学实验教材是教育部委托北京师范大学、中国科学院数学研究所、人民教育出版社、北京师范大学、北京景山学校等单位组成的领导小组组织“中学数学实验教材编写组”，根据美国加州大学伯克利分校数学系项武义教授的《关于中学实验数学教材的设想》编写的。第一版印出后，由教育部实验研究组和有关省市实验研究组指导在北京景山学校，北京师院附中，上海大同中学，天津南开中学，天津十六中学，广东省实验中学，华南师院附中，长春市实验中学等学校试教过两遍，在这个基础上编写组吸收了实验学校老师们的经验和意见，修改成这一版《中学数学实验教材》，正式出版，内部发行，供中学选作实验教材，教师参考书或学生课外读物。在编写和修订的过程中，项武义教授曾数次详细地修改过原稿，提出过许多宝贵意见。

本教材虽然试用过两遍，但是实验基础仍然很不够，这次修改出版，目的是通过更大的范围的实验研究，逐步形成另一套现代化而又适合我国国情的中学数学教科书。在实验过程中，我们热忱希望大家多提意见，以便进一步把它修改好。

中学数学实验教材编写组

一九八一年三月

目 录

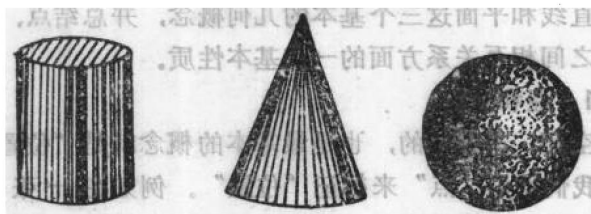
第一章 实验几何	(1)
§ 1. 点、直线和平面	(2)
1.1 点和直线	(2)
1.2 长度的度量	(11)
1.3 直线和平面	(16)
习题1—1	(19)
§ 2. 方向、角度与平行	(21)
2.1 方向与角	(21)
2.2 角度和旋转	(26)
(1) 角度的大小	(26)
(2) 两角的相加	(27)
(3) 角的度量与量角器	(29)
(4) 对顶角相等和两条直线互相垂直	(30)
(5) 三角形内角和	(33)
2.3 角度和平行	(39)
习题1—2	(42)
§ 3. 全等和叠合	(45)
3.1 全等形	(45)
3.2 三角形全等的条件	(46)
习题1—3	(50)
§ 4. 相似和相似比	(52)
4.1 相似形	(52)

4.2	相似三角形	(55)
	习题1—4	(60)
§ 5.	基本作图	(61)
	习题 1—5	(67)
	小结	(69)
	复习题一	(71)
第二章 集合与简易逻辑		
§ 1.	集合	(77)
1.1	集合的概念	(77)
1.2	集合的描述法	(79)
1.3	集合与集合的关系和集合的运算	(82)
§ 2.	简易逻辑	(89)
2.1	推出关系	(89)
2.2	基本逻辑语句	(93)
	复习题二	(114)
第三章 直线形		
§ 1.	三角形	(118)
1.1	全等三角形	(118)
1.2	等腰三角形	(124)
1.3	轴对称图形	(130)
1.4	三角形中的不等关系	(135)
	习题3—1	(140)
§ 2.	平行线与内角和定理	(143)
2.1	平行线	(143)
2.2	内角和定理	(150)

习题3—2	(160)
§ 3. 特殊四边形	(163)
3.1 平行四边形	(163)
3.2 等分线段	(177)
习题3—3	(179)
§ 4. 面积与勾股定理	(183)
4.1 面积的基本性质和面积单位	(183)
4.2 长方形面积	(185)
4.3 勾股定理	(191)
习题3—4	(198)
§ 5. 相似形	(199)
5.1 成比例的线段	(199)
5.2 相似和相似比	(203)
5.3 相似三角形	(205)
5.4 平行截割定理	(214)
5.5 相似三角形的性质	(221)
5.6 相似多边形	(225)
5.7 相似测量	(232)
习题3—5	(235)
复习题三	(236)

第一章 实验几何

几何学是研究“空间”的形体和性质的科学。“空间”就是我们和万物以至星象天体共存的所在。在日常生活中，我们举目四望所见到的地方，都是空间的一部分。同学们在小学数学课中学过的柱体、锥体、球体等等，它们都各自占有空间的一部分，并且构成不同的形体。各种形体的种种性质，如各部分的长度、角度、面积，以及体积等等，都是在我们的生活和生产实践中所不可缺少的知识。



圆柱

圆锥

球

图 1-1

自古以来，人们经过实践、观察、分析，已总结出一系列的有关空间方面的知识，例如，从中国、埃及、巴比伦、玛雅等古文明中，可以看出对空间的知识都已掌握得相当丰富了。对于空间知识有系统的研究，从西方的古文明中可知，起始于古埃及和巴比伦，而在古希腊得到蓬勃的发展，获得较辉煌的成就。大体说来，古希腊在空间知识方面的成就，由欧几里得集其大成于他所著的《几何原

本》* 这部书中。在这部书里，欧几里得把当时所知道的几何知识经过整理，建立起一个初步完整的理论体系，使这部书反映出几何学是一门偏重于推理、论证的高度理论性的科学。

但是，和任何其它科学一样，几何学的理论基础也是建立在实验所得的一些基本事实之上的。在这一章里，我们就通过实验、观察、归纳来研究所得到的知识，为以后进一步学习论证几何作准备。

§1 点、直线和平面

点、直线和平面是空间最简单的，也是最基本的图形。同学们在日常生活中，对它们早已有直观的认识了。在这一节里，我们再对它们的本质和相互关系作进一步的分析，确立点、直线和平面这三个基本的几何概念，并总结点、直线和平面之间相互关系方面的一些基本性质。

1.1 点和直线

在空间，最原始的，也是最基本的概念就是“位置”。通常，我们就用“点”来标记“位置”。例如在一张地图上，我们就以小圆点来标记各地的位置（见图1—2）。你可能发现，在地图上北京用“★”，南京用“○”印制的，这只是为了把首都和地方城市区别开来。其实，北京、南京的“位置”与地图上印制的图形“★”或“○”的形状和大小是没有关系的。这样，仅仅考虑“位置”的图形就是点。在天象图上也是以小圆点来标记各星体的位置的（见

* 欧几里得(Euclid约公元前300年左右)所著此书原名Elements, 我国明代数学家徐光启(公元1562—1633)把书中部分几何内容译成中文定名为“几何原本”。“几何学”这个中文的名称即来源于此。

图1-3).

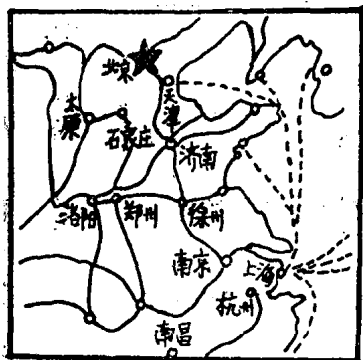


图 1-2



图 1-3北斗七星

在几何学的讨论中,我们用不同的大写字母A、B、C……表示不同的点,如图1-4中的五个点,就在点旁分别标记以A、B、C、D、E,并分别读作点A、点B、点C、点D、点E。

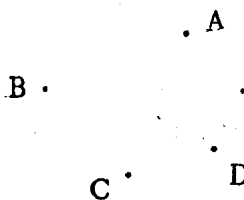


图 1-4

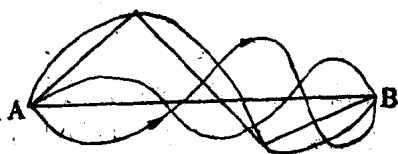


图 1-5

在日常生活中,我们经常需要从一个地方走到另一个地方。例如,同学们早起上学,就得由自己的家所在的位置走到学校所在的位置。因此,在空间第二个原始的基本概念就要算是“通路”了。所谓“通路”,就是从一位置移到

另一个位置的路线。通常在地图上，我们用线来标记各地之间的种种通路，如铁路、公路等。在几何学的讨论中，“线”就是表示通路的。它的直观含义就是：一个“动点”由一个位置移动到另一个位置所走过的“路线”。如图1—5所示，设A、B两点分别表示空间的两个位置，那么连结A、B两点的可能通路是很多很多的。

在通常情况下，大家都希望所要走的通路愈短愈好，所以很自然的问题就是：

‘在所有连结A、B两点的各种通路中，哪一条通路最短？’

光线的存在，直截了当地显示给我们下述空间的基本性质：

“连结A、B两点的最短通路唯一存在，它就是连结A、B两点的**直线段**”（在均匀介质中，光走直线”）。

如图1—6所示，由A点射向B点的光线可以由A向B的方向无限延伸；而由B点射向A点的光线也可以由B向A的方向无限延伸，所以对于空间任意两点A、B，不但存在着唯一的最短通路“**直线段AB**”，而且也唯一地确定了一条把直线段AB两端无限延长的直线，这条直线就叫做由A、B两点所确定的**直线**，通常称为“**直线AB**”，而直线段AB是直线AB

• 由光学实验，我们知道光线其实走着**最省时间**的通路，而并不是走着**最短**的通路。再者，光的速度是随着“介质”而定的，例如在真空中走的最快，在空气中速度则稍慢（愈稀薄则其速度愈近于真空者），在水中则速度更慢。因为通常我们总是在均匀介质中观察光线，所以光线的速度是个不变的常数。这样，最省时间的通路也就是最短的通路。这就是我们常见常用的事实：光线在均匀介质中走直线。

介于A、B两点之间的那一段。

归纳上面的讨论，我们可以作出如下的总结：



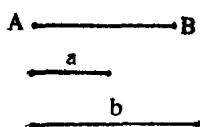
图 1-6

1) “位置”和“通路”是两个最原始的空间概念。

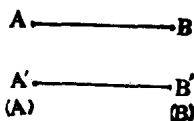
在几何学中，以点表示位置，以线表示通路。

2) 对于任何两点A、B，在所有连结A、B的可能通路中，存在唯一的最短通路，就是连结A、B两点的直线段。

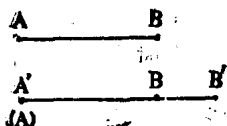
直线段AB也简称线段AB，以后我们用符号 \overline{AB} 表示线段AB。点A，点B叫做线段AB的端点。有时，一条线段也可以用一个小写字母来表示，例如线段a、线段b等(图1—7(1))



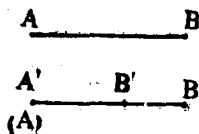
(1)



(2)



(3)



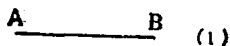
(4)

图 1-7

把 \overline{AB} 放在 $\overline{A'B'}$ 上面，使点A和点A'重合， \overline{AB} 沿着 $\overline{A'B'}$ 方向落下，那么有以下三种可能情况：(1)点B和点B'重合，这时 $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ (图1—7(2))；(2)点B落在A'和B'之间，这时 $\overline{AB} < \overline{A'B'}$ (图1—7(3))；(3)点B落

在 $\overline{A'B'}$ 的延长线上, 这时 $\overline{AB} > \overline{A'B'}$ (图1-7(4))。

有一根拉直的绳子 \overline{AB} , 如果把它分成长度相等的两段, 但是不许用尺来量, 应怎么办?



同学们一定会想到, 把绳子 \overline{AB} 的两端点A、B重叠在一起, 并且把绳子拉直, 那么在绳子的中间就折出一个C点来 (图1-8(2)), 而被折成

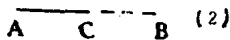


图 1-8

的两段绳子 \overline{AC} 和 \overline{CB} 恰好长度相等, 这就是说C点把 \overline{AB} 平分开了。所以把平分线段的点叫做**线段的中点**。如果点C是 \overline{AB} 的中点, 则 $\overline{AB} = 2\overline{AC} = 2\overline{CB}$ 。

例 已知 $\overline{AB} = 24$ 厘米, 点C在 \overline{AB} 上, 点M、N分别是 \overline{AC} 和 \overline{CB} 的中点, 求 \overline{MN} 的长度 (见图1-9)。

$$\begin{aligned} \text{解: } \overline{MN} &= \overline{MC} + \overline{CN} \\ &= \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{CB} \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{CB}) \\ &= \frac{1}{2}\overline{AB} = 12 \text{ 厘米} \end{aligned}$$

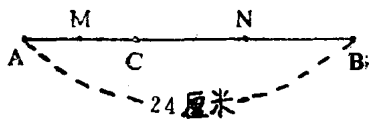


图 1-9

3) 线段可以向两端无限

延长, 这样就得到一条直线。一条直线可以用表示它上面任意两点的大写字母来表示, 如直线CD。有时为了简便, 也可以在这条直线旁标以一个小写字母, 如 l , 表示成直线 l (图1-10)。

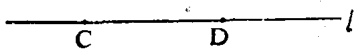


图 1-10

4) 对于任何两点A、B, 都存在着唯一一条通过A、B的直线。这个性质就简述为:

两点确定一条直线。

根据上述性质, 我们可以说明其它有关的性质和问题。

例1 如果两条直线 l 和 m 有一个公共点 (交点) A (图

1-11), 它们还能有其它的公共点吗? 为什么?

解: 除A点外, 直线 l 和 m 不能再有其它的公共点了。因为, 如果还有另一个公共点B, 那么, l 和 m 就都是通过A、B两点的直线。但是通过A、B两点只有唯一的一条

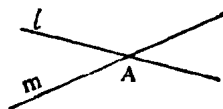


图 1-11

直线, 于是, l 和 m 就是通过A、B两点的那条唯一的直线, 它们就不是两条不同的直线了。所以, 它们除了A点外, 不可能再有其它的公共点了。

这件事可以简述为:

两条相交直线确定一交点。

例2 图1-12表示人和物之间放一隔板, 使人不能直接看到物的示意图, A表示物, E表示人眼, \overline{BC} 表示隔板。为了能看见物的形象, 放置一面镜子, 图中 g 表示镜面, 这时按图1-12(1)中隔板 \overline{BC} 的位置来说, 人眼E便能看见物

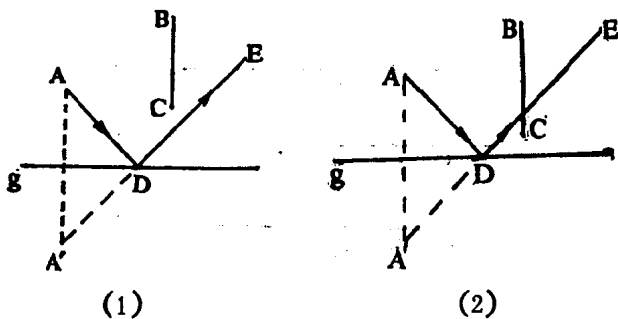


图 1-12

A的形象, 这是为什么? 但按图1-12(2)隔板 \overline{BC} 的位置来说, 人眼E便不能看到物A的形象, 这又是为什么?

解: 按照镜面映象的道理, 人眼E是从入射线AD和反射

线DE看见A的形象的,而点D是点E和点A的象A'的连线EA'和g的交点,所以A的象A'是沿着直线A'E映入人眼E的.因为通过A'和E只有唯一的一条直线,于是A'E和隔板BC不交(图1-12(1))时,在E处就看得见A的象A',A'E和BC相交,也就是被隔板BC挡住(图1-12(2))时,在E处便看不见A的象A'了.

例3 如果在已知 \overline{AB} 上依次取99个点($C_1, C_2, C_3, \dots, C_{99}$),那么 \overline{AB} 上一共有多少条以这些点为端点的线段? (\overline{AB} 也计算在内)

解: 我们分以下几步来研究这个问题:

第一, 先进行观察、实验.

因为每两个点就确定一条线段. 因此,

1) 在 \overline{AB} 上取一个点 C_1 时, 我们看到图1-13(1)中共有3条线段 \overline{AB} 、 $\overline{AC_1}$ 和 $\overline{C_1B}$.

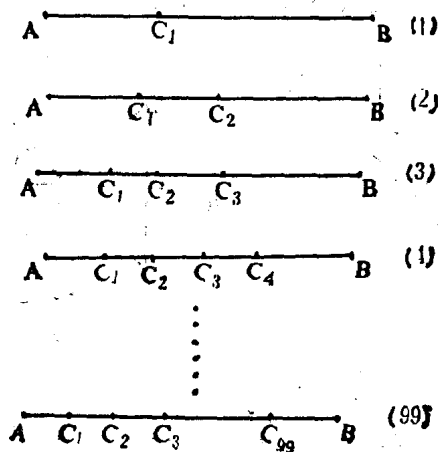


图 1-13