

超声变幅杆的 原理和设计

林仲茂 著



科学出版社

53.56
327

超声变幅杆的原理和设计

林仲茂 著



科学出版社

1987

8810053

DL49/03

内 容 简 介

本书主要论述功率超声设备中的重要组成部分——超声变幅杆，重点介绍各种类型的超声变幅杆、变幅器原理，设计与测量方法。内容有：1. 基础知识；2. 工程常用变幅杆理论；3. 有负载变幅杆的理论和特性；4. 大横截面变幅器及振动方向变换器；5. 扭转振动变幅杆；6. 变幅杆的设计方法与测量。

本书内容精炼，理论与设计计算并重，实用性很强。本书可供从事超声技术和电子、航天、机械、轻工工艺、医药卫生等方面的科技人员及大专院校有关专业师生参考。

超声变幅杆的原理和设计

林 仲 茂 著

责任编辑 李义发 韦秀清

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987 年 10 月 第 一 版 开本：787×1092 1/32

1987 年 10 月 第一次印刷 印张：8 1/2

印数：0001—1,450 字数：193,000

ISBN 7-03-000008-0/O·2

统一书号：13031·3907

定 价：2.05 元

8800182

前 言

超声清洗、焊接、加工和处理等功率超声技术已经广泛地应用于工业、农业、国防、医药卫生和环境保护等部门,并在不断地扩大新的应用领域。例如在航天部门,近年来发展的超声悬浮托移技术已在太空中用于研制新材料。在工业部门,人们利用超声能量“帮助”金属成型以及进行各种各样的热塑性塑料零部件的焊接等等。功率超声技术的潜在应用正激起人们越来越大的兴趣。

超声变幅杆是功率超声技术中比较重要而独特的部分。在功率超声设备生产和各种实际应用中,工程技术人员需要自行设计计算超声变幅杆,但是这方面的材料却很缺乏。国内外关于这方面的论述大多分散在有关杂志和应用性的书籍中,目前还没有一本较为系统的书籍。1973年,作者结合自己的研究工作编写了《超声变幅杆的理论和设计》讲义。经过十多年的社会实践,功率超声技术又得到了新的发展。作者在陕西师范大学应用声学研究所赵恒元教授的鼓励和中国科学院声学研究所应崇福教授的支持下,对原讲义进行了修改,作了篇幅较大的补充,从而写成本书。

全书共分七章。第一章为基础知识,第二、三章介绍工程上常用的变幅杆理论,给出设计公式、设计计算图表及例举。第四章介绍有负载变幅杆的理论和特性。第五章考虑二维问题,讨论大横截面变幅杆及振动方向变换器。第六章讨论扭转振动变幅杆,最后一章讨论变幅杆的设计方法及测量问题。前三章及最后两章是关于基础知识和一般设计理论以及设计

方法的论述,读者阅后就能够自行设计、计算工程上常用的变幅杆。第四、五章较为深入地讨论了一些新的问题,并提供有关文献以供从事超声专业的师生及研究生参考。

赵恒元教授对本书提出了许多宝贵意见,在此表示深切谢意。由于作者水平所限,书中难免存在缺点和错误,热诚欢迎读者批评指正。

林 仲 茂

于中国科学院声学研究所 1985年1月

目 录

第一章 超声波的基本原理	1
§ 1.1 引言	1
§ 1.2 质点及简单机械振动系统的振动	1
§ 1.3 固体中的弹性波	18
§ 1.4 均匀棒的振动	31
第二章 单一变幅杆的理论和设计	53
§ 2.1 引言	53
§ 2.2 变截面杆纵振动的波动方程	55
§ 2.3 指数形变幅杆	56
§ 2.4 悬链线形变幅杆	74
§ 2.5 圆锥形变幅杆	84
§ 2.6 阶梯形变幅杆	95
§ 2.7 楔形变幅杆	101
§ 2.8 单一变幅杆的设计计算图表	106
§ 2.9 小结	121
第三章 复合变幅杆的理论和设计	127
§ 3.1 复合变幅杆的一般公式	127
§ 3.2 带有特定形状过渡段的阶梯形变幅杆	129
§ 3.3 一端带有圆柱杆的复合变幅杆	147
§ 3.4 倒锥形复合变幅杆	155
§ 3.5 高斯形变幅杆	157
§ 3.6 傅里叶形变幅杆	162
第四章 有负载的变幅杆	164
§ 4.1 引言	164

§ 4.2	负载力抗对变幅杆共振频率的影响	164
§ 4.3	负载为力阻时变幅杆的特性	169
§ 4.4	具有任意负载力阻抗的变幅杆理论	176
第五章	大横截面变幅杆·变幅器	190
§ 5.1	引言	190
§ 5.2	大横截面圆柱杆的振动	190
§ 5.3	圆盘形变幅器	196
§ 5.4	$L-L-L$ 振动方向变换器	199
§ 5.5	$R-L$ 振动方向变换器	207
§ 5.6	轴心开孔的 $R-L$ 振动方向变换器	213
§ 5.7	负载对 $R-L$ 振动方向变换器振动特性的影响	217
第六章	扭转振动变幅杆	226
§ 6.1	引言	226
§ 6.2	变截面杆扭转振动的波动方程	226
§ 6.3	指数形扭转振动变幅杆	228
§ 6.4	阶梯形扭转振动变幅杆	232
§ 6.5	扭转振动的隔振圆盘	234
第七章	超声变幅杆的设计和测量	239
§ 7.1	变幅杆类型及所用材料的选择	239
§ 7.2	设计方法	241
§ 7.3	变幅杆的测量	242
附录	若干种固体的声学常数表	247
参考文献		263

第一章 超声波的基本原理

§ 1.1 引言

质点和简单机械振动系统的振动与超声波的传播原理是超声变幅杆设计的理论基础。因此本章首先讨论质点和简单机械振动系统的振动，并且介绍研究声振动和声波常用的力电类比方法，然后简要介绍在固体介质中弹性波的传播，最后着重讨论均匀截面棒的振动问题。

§ 1.2 质点及简单机械振动系统的振动

机械振动是指质点在其平衡位置附近所作的往返运动。超声波是机械波，为了研究它，首先要研究机械振动；而物体的振动又是组成该物体的各质点振动的总结果。因此，我们将首先讨论最基本的机械振动——质点振动。质点的直线振动是最简单的情况，因为其它复杂振动都可以看作是直线振动的合成。

1.2.1 质点的机械振动

当一质点作直线振动时，取平衡位置为原点，可以用质点离平衡位置的位移 ξ 随时间 t 而变化的函数 $\xi = \phi(t)$ 来描述。很多情况下，这个函数是周期性的，即每隔一固定时间（称为周期 T ），运动就重复一次，其函数关系为 $\phi(t) = \phi(t + T)$ ，这种振动称为周期性振动；当函数 ϕ 是最简单的周期

函数即余弦(或正弦)函数时,则称为谐和振动。这种运动可以用图 1.1 的质量弹簧系统来表示。将质量从平衡位置垂直拉下,并随后放开,则质量 M 将上下振动。若在振动质量上置一光源,则在以等速横向移动的光敏膜带上将记录下这一运动规律,

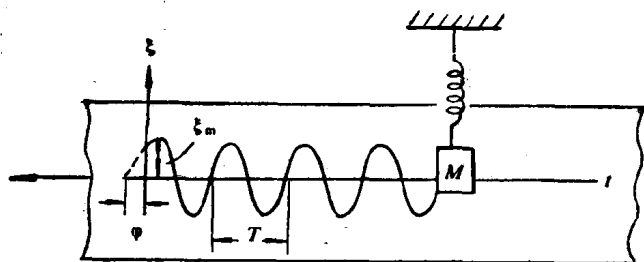


图 1.1 质量弹簧系统

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = \xi_m \cos(2\pi ft + \varphi) \\ &= \xi_m \cos(\omega t + \varphi),\end{aligned}\quad (1.1)$$

式中 ξ_m 为振幅,是质点离开平衡位置的最大位移; T 是周期;

$f = \frac{1}{T}$ 为频率,单位是赫; $\omega = 2\pi f$ 为圆频率; φ 是初相位

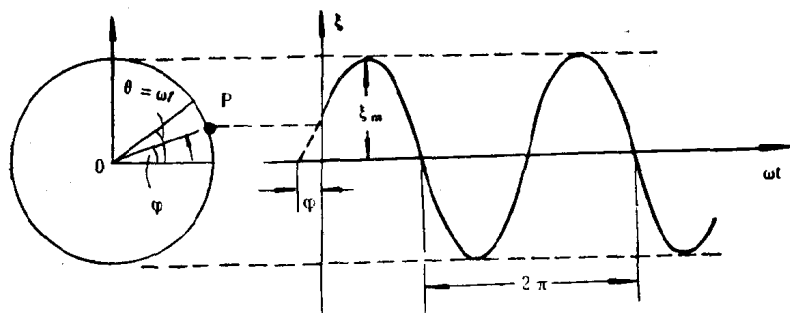


图 1.2 质点 P 作圆周运动在纵坐标上的投影

角。

谐和振动常以作等速圆周运动的质点在纵坐标轴 ξ 上的投影来表示。如图 1.2 所示。质点 P 以角速度 ω 运动，质点在纵坐标上的投影与 ωt 的关系曲线与图 1.1 相同。

将式(1.1)对时间求一次和二次导数，可以得到谐和振动的速度 $\dot{\xi}$ 和加速度 a ，

$$\dot{\xi} = -\omega \xi_m \sin(\omega t + \varphi) = \omega \xi_m \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.2)$$

$a = -\omega^2 \xi_m \cos(\omega t + \varphi) = \omega^2 \xi_m \cos(\omega t + \varphi + \pi)$. (1.3)
速度的最大值 $\omega \xi_m$ 称为速度振幅，加速度振幅为 $\omega^2 \xi_m$ 。由上式可见，振动速度与位移的相位相差 $\frac{\pi}{2}$ 弧度，加速度与位移的相位相差 π 弧度。

研究机械振动和波的数学方法与研究交变电流和电磁波的方法相类似，通常用谐和振动的复数形式表示。正弦和余弦三角函数与指数函数的关系以欧拉 (Euler) 方程表示为

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta. \quad (1.4)$$

因此，式(1.1)又可写成

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}[\xi_m e^{j(\omega t + \varphi)}].$$

为简单起见，一般略去实数符号 Re ，因此式(1.1)可以写成

$$\xi = \xi_m e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad (1.5)$$

这就是谐和振动的复数表示式。根据复数运算法则，由式(1.5)可得速度 $\dot{\xi}$ 和加速度 a

$$\dot{\xi} = j\omega \xi_m e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega \xi, \quad (1.6)$$

$$a = -\omega^2 \xi. \quad (1.7)$$

由式(1.7)可见，在超声频范围(16kHz 以上)，质点的位移振幅虽然不大，但由于加速度与 ω^2 成正比，其加速度振幅却很大。

质点谐和振动的能量 在图 1.1 所描述的简单谐和振动

中,当质点位移最大时,其速度为零,而位移等于零时,速度达到最大值,在振动过程中,系统的动能和位能相互转换。在理想情况下,即系统没有损耗时,系统的总能量保持不变。

所有微小单元克服系统恢复力所作的功 $s\xi d\xi$ 的总和等于位能

$$PE = \int_0^{\xi} s\xi d\xi = \frac{1}{2} s\xi^2,$$

位能最大值发生在 $\xi = \pm \xi_m$ 处,所以位能最大值为

$$PE_{\max} = \frac{1}{2} s\xi_m^2,$$

其中 s 是弹簧的弹性系数。质点的动能为

$$KE = \frac{1}{2} m\dot{\xi}^2.$$

动能最大值为 $KE_{\max} = \frac{1}{2} m\omega^2\xi_m^2$, 由于 $PE_{\max} = KE_{\max}$,

所以 $s = m\omega^2$ 。在任何时刻,总能量 E 为

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m\dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} s\xi^2 \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2\xi_m^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2\xi_m^2 = \frac{1}{2} s\xi_m^2, \end{aligned}$$

这是一个恒定值。

图 1.3 表示质点谐和振动能量随位移的变化曲线。位能和动能随位移的变化曲线呈抛物线形,因为位移和速度之间的相位相差 $\frac{\pi}{2}$,所以两曲线互为倒置。对任何位移值,两曲线的纵坐标之和等于总能量 E 。

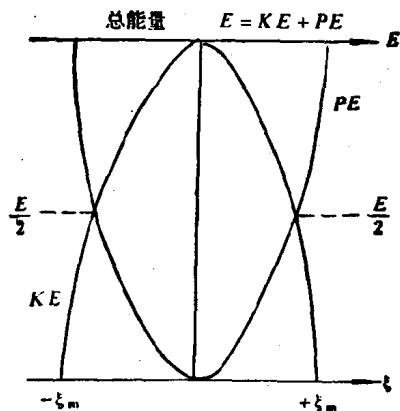


图 1.3 质点谐和振动能量

1.2.2 简单机械振动系统

我们先讨论最简单的机械振动系统。图 1.4 表示一个质量为 M 的物体，置于底座上，底座对物体的运动起阻尼作用，用弹簧把物体联系到一固定点上。我们来讨论一个周期性外

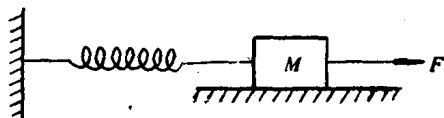


图 1.4 简单振动系统

力 $F = F_m \cos(\omega t) = F_m e^{j\omega t}$ 作用于这一简单机械振动系统时的运动情况。

当物体离平衡位置的位移为 ξ 时，弹簧对物体的作用力指向平衡位置，且与位移成正比，因此这个力可以写成 $(-\xi)$ 的形式，负号表示弹性力和位移相反。关于阻尼力，我们假定它与振动速度成正比而方向相反，因此阻尼力可写成 $(-R_m \dot{\xi})$

的形式, R_m 称为力阻. 这样, 物体的运动方程可以写成

$$F = -R_m \dot{\xi} - s\xi = Ma,$$

或

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + R_m \frac{d\xi}{dt} + s\xi = F_m e^{i\omega t}. \quad (1.8)$$

1. 无阻尼自由振动 在不受外力 ($F = 0$) 也没有阻尼 ($R_m = 0$) 的情况下, 系统作无阻尼自由振动. 这时的运动方程变为

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + s\xi = 0,$$

或

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0.$$

由微分方程求解, 得到

$$\xi = \xi_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = \xi_m e^{i(\omega_0 t + \varphi)}. \quad (1.9)$$

式中 ω_0 是无阻尼自由振动系统的本征圆频率, $\omega_0 = (s/M)^{\frac{1}{2}} = 2\pi f_0$, f_0 称为振动系统的固有频率, 因为它由系统本身的参数 M 和 s 决定. 振幅 ξ_m 和初相位角 φ 则由初始条件给定.

2. 阻尼振动 在不受外力, 但阻尼存在的情况下, 运动方程为

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + R_m \frac{d\xi}{dt} + s\xi = 0,$$

或

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\delta \frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2 \xi = 0. \quad (1.10)$$

其中

$$\delta = R_m/2M, \quad \omega_0 = (s/M)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.11)$$

式(1.10)是常系数线性微分方程,其一般解为

$$\xi = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}, \quad (1.12)$$

其中 r_1, r_2 是特征方程

$$r^2 + 2\delta r + \omega_0^2 = 0$$

的两个根。由此得

$$r_1, r_2 = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (1.13)$$

当 $\delta^2 > \omega_0^2$, 即 $R_m^2 > 4sM$ (阻尼很大)时, r_1, r_2 皆为实数, 且 $r_1 < 0, r_2 < 0$ 。微分方程的解不呈简谐函数形式。如将物体移开平衡位置, 再任其自由运动, 则物体的位移将逐渐减小而趋于零。

当 $\delta^2 < \omega_0^2$, 即 $R_m^2 < 4sM$ (阻尼不大)时, 则

$$r_1, r_2 = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

令

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2},$$

则

$$r_1, r_2 = -\delta \pm j\Omega. \quad (1.14)$$

代入式(1.12), 得

$$\xi(t) = e^{-\delta t} (\xi_{m1} \cos \Omega t + \xi_{m2} \sin \Omega t),$$

或

$$\xi(t) = \xi_m e^{-\delta t} \cos(\Omega t - \varphi) = \xi_m(t) \cos(\Omega t - \varphi). \quad (1.15)$$

其中

$$\xi_m = (\xi_{m1}^2 + \xi_{m2}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \varphi = \arctan \xi_{m2} / \xi_{m1},$$

$$\xi_m(t) = \xi_m e^{-\delta t}.$$

ξ_{m1}, ξ_{m2} 决定于振动的初始条件。式(1.15)表示一振幅随时间衰减的阻尼振动, 振动圆频率等于 Ω , 它仍取决于系统本身的参数, 由式(1.14)可知, 它不等于 ω_0 , 而是略低于 ω_0 。

δ 为阻尼系数, 其物理意义如下: δ 愈大, 阻力愈大, 振

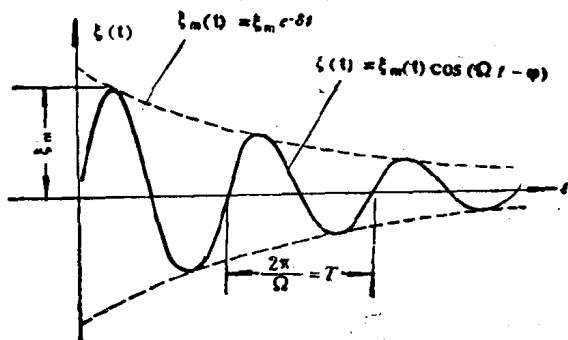


图 1.5 阻尼振动

幅 $\xi_m(t)$ 的衰减愈快; 当 $t = 0$ 时, 振幅等于 ξ_m , 经 t 时刻后, 下降为 $\xi_m(t)$, 如图 1.5,

$$\delta = \frac{1}{t} \ln[\xi_m / \xi_m(t)].$$

当取 $t = T_0 = 1/f_0$ 时, $\delta T_0 = \ln[\xi_m / \xi_m(t)]$, 表示一周期内振幅的对数衰减, 称为对数衰减量, 以 ϑ 表示

$$\vartheta = \delta T_0 = \ln[\xi_m / \xi_m(t)], \quad (1.16)$$

因为 $\delta = R_m / 2M$, 所以

$$\vartheta = T_0 R_m / 2M. \quad (1.17)$$

系统所受的阻尼作用还可以用机械品质因数 Q_m 表示, Q_m 定义为振幅衰减到初始值的 $1/e^*$ 时所经过的周期数, 即

$$\xi(Q_m T_0) = \xi_m e^{-\delta Q_m T_0} = \xi_m / e^*.$$

所以

$$\pi = \delta Q_m T_0,$$

$$Q_m = \pi / \delta T_0 = \omega_0 M / R_m \quad (1.18)$$

由上式可见, R_m 愈大, 即阻尼作用愈大, 机械品质因数 Q_m 愈低, 振动衰减愈快.

3. 强迫振动 式(1.8)的稳态解为

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{F}{Z_m} = \frac{F_m e^{j\omega t}}{R_m + j\left(\omega M - \frac{s}{\omega}\right)}, \quad (1.19)$$

式中 Z_m 是力和振动速度的比值, 称为力阻抗。

$$Z_m = R_m + j\left(\omega M - \frac{s}{\omega}\right) = |Z_m| e^{j\varphi}, \quad (1.20)$$

式中

$$|Z_m| = \sqrt{R_m^2 + (\omega M - s/\omega)^2}, \quad (1.21)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = (\omega M - s/\omega)/R_m, \quad (1.22)$$

其中, R_m 是力阻; ωM 称为力感抗; M 可称为力感; s/ω 称为力容抗, 而 $C_m = 1/s$ 可称为力容, $|Z_m|$ 是力阻抗的幅值, 而 φ 是力阻抗的相位角。

式(1.19)的三角形式为

$$\dot{\xi} = \frac{F_m e^{j\omega t}}{|Z_m| e^{j\varphi}} = \frac{F_m}{|Z_m|} e^{j(\omega t - \varphi)} = \dot{\xi}_m \cos(\omega t - \varphi),$$

式中 $\dot{\xi}_m$ 是振动速度的振幅

$$\dot{\xi}_m = \frac{F_m}{|Z_m|} = \frac{F_m}{\sqrt{R_m^2 + (\omega M - s/\omega)^2}}. \quad (1.23)$$

由振动速度 $\dot{\xi}$ 可以求出位移 ξ 和加速度 a 的复数形式和三角形式,

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\dot{\xi}}{j\omega} = \frac{F_m}{\omega Z_m} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \frac{F_m}{\omega |Z_m|} e^{j(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})} \\ &= \xi_m \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right), \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} a &= j\omega \dot{\xi} = \frac{F_m \omega}{Z_m} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} = \frac{F_m \omega}{|Z_m|} e^{j(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})} \\ &= a_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (1.25)$$

其中 ξ_m 及 a_m 分别为位移和加速度振幅。

以上分析可以看到在周期性外力的作用下, 达到稳定状态后, 振动系统将按外力的圆频率作谐和振动, 我们称其为强迫振动。强迫振动的振幅大小由外力圆频率 ω 与系统的固有圆频率 ω_0 之间的关系确定。由式 (1.23), (1.24) 和 (1.25) 可以画出 ξ_m 、 $\dot{\xi}_m$ 和 a_m 随外力圆频率 ω 变化的情况, 如图 1.6 所示。图中存在三个区域:

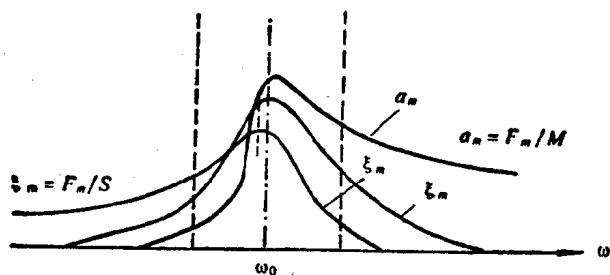


图 1.6 强迫振动特性

(i) 弹性控制区。当 $\omega \ll \omega_0$ 时, $|Z_m| \simeq s/\omega$, 按照式 (1.22)、(1.23)、(1.24) 和 (1.25) 可以得到

$$\varphi \simeq -\frac{\pi}{2}, \quad \xi_m \simeq F_m/s, \quad \dot{\xi}_m \simeq F_m\omega/s,$$

$$a_m = F_m\omega^2/s. \quad (1.26)$$

可以看出, 振动状态主要与系统的弹性常数 s 有关, 所以 $\omega \ll \omega_0$ 的区域称为弹性控制区。值得注意的是, 这时位移振幅直接与外力振幅成正比而与频率无关。

(ii) 惯性控制区。当 $\omega \gg \omega_0$ 时, $|Z_m| \simeq \omega M$, 可以得到

$$\varphi \simeq \frac{\pi}{2}, \quad \xi_m \simeq \frac{F_m}{\omega^2 M}, \quad \dot{\xi}_m \simeq \frac{F_m}{\omega M}, \quad a_m \simeq \frac{F_m}{M}. \quad (1.27)$$

这一区域内, 振动状态主要与系统的惯性(质量)有关, 所以称