GUANLI SHUXUE

Ru Men

管理数学入门

萨公强

河北人民出版社

管理数学入门

萨 公 强

河 北 人 民 出 版 社
一九八二年·石家庄

管理数学入门

萨 公 强

河北人民出版社出版（石家庄市北马路19号）

河北新华印刷一厂印刷　河北省新华书店发行

787×1092毫米 1/32　11 3/8印张　232,000字　印数：1—7,150　1982年9月第1版

1982年9月第1次印刷　统一书号：4086·147　定价：0.84元

前　　言

现代化的企业管理，有两大特点，一是高效，二是精确。因而，把数学工具广泛应用于组织管理，已成为普遍的发展趋势。编者为适应目前培训管理干部的需要，编写了此书。本书是介绍管理数学基础知识的通俗读物，是一本学习管理数学的入门书，读者具有一般的高中文化水平便能读懂。书中附有较多的例题和习题，便于读者通过练习进一步理解基本理论及掌握计算公式。

本书共分九章，主要包括四个方面的内容。第一、二章是集合论及其应用，第三章是概率论，它的应用在第六章中有进一步的阐述，第四章着重于向量与矩阵的理论介绍，以后诸章节都是它们的实际应用，尽管它们在内容上有着很大差别。最后一章简略地介绍了产品生产与分配部门间综合平衡的数学模型。此书将为读者系统学习数理统计、质量管理、线性规划、统计决策等课程打下基础。

本书例题与习题的编选，主要取材于 A·W·Goodman 与 J·S·Ratti 合著的《Finite Mathematics with Applications》(1975, Macmillan Publishing Co., Lnc.2nd edition)，特此声明。

本书审校工作是请李书泽、贾雨文二位同志承担的，在

此深表谢意！

由于编者水平所限，书中定有不当或错误之处，望读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章　集合及其运算

§1　问题的提出

百货商店为使商品不致脱销，必须及时进货。如果某商店进货两批，第一批有帽子、皮鞋、热水瓶、闹钟共计4个品种，价值1,700元，第二批有收音机、皮鞋、尼龙袜、茶杯、闹钟共计5个品种，价值8,400元。那么，该商店一共进了多少钱的货？一共进了多少品种的货？对于第一个问题，连小学初年级的学生都会答出，一共进了1,700＋8,400＝10,100元的货。对于第二个问题，能不能采用同样的方法计算，回答一共进了9种呢？显然不能。因为在这两批进货中，皮鞋和闹钟是重复的，不应重复计算。

我们如果用 A_1 表示第一批进的货，用 A_2 表示第二批进的货，即：

A_1＝{帽子，皮鞋，热水瓶，闹钟}

A_2＝{收音机，皮鞋，尼龙袜，茶杯，闹钟}。

把这两批进货的品种合并起来，便得到我们所要求的品种数（7种），记作 B，即：

$B＝A_1$ 和 A_2 的合并

$=$｛帽子，皮鞋，热水瓶，闹钟，收音机，尼龙袜，茶杯｝。

该商店还要进第三批货，记作A_3。进这批货有两个要求：一是它的品种必须在A_2中，二是它的品种不能在A_1中。问A_3里面有多少品种？我们不能贸然回答A_3里共有$5-4=1$个品种，而应当这样算：

A_3 从A_2中减去A_1中也有的品种

$=$｛收音机，尼龙袜，茶杯｝

即有3个品种。

再进第四批货，记作A_4。要求它的品种既在A_1中，又在A_2中，亦即：

$A_4=A_1$和A_2的共有品种$=$｛皮鞋，闹钟｝。

在这些问题中，我们所处理的数学对象已经不是数，而是象A_1、A_2这样由某些确定的东西所组成的集体，对它们的运算也不能用通常的加、减、乘、除，而是“合并”、“减去”、“共有”。于是展现在我们面前的乃是一个新的数学领域——集合论。掌握这门科学，对于我们搞好企业管理，特别是统计分析是有助益的。

§2 集合的概念

2.1 什么是集合

定义1 集合乃是一些确定对象的汇总。集合中的任一对象称为集合的元素或集合的成分。

如前面的 A_1 就是由帽子、皮鞋、热水瓶、闹钟这 4 种确定的对象汇总而成的集合，其中的帽子、皮鞋等便是集合 A_1 的元素.

一个集合的主要特征乃是它的确定性，即其元素须受到严格的限定. 给定一个具体对象，它或是该集合的元素，或不是该集合的元素，两者必居其一. 所有漂亮衣服的汇总不是集合，因为每个人对衣服的漂亮与否看法不一. 不过，如能给漂亮定立一个标准，则该汇总便有着严格的确定性，这才能成为我们在本章中的研究对象（尽管它不是十分令人感兴趣的）.

我们通常用大写字母 A、B、$C\cdots$表示不同的集合，用小写字母 a、b、c、$\cdots$、x、y 等表示集合中的元素.

2.2 集合的表示法

(1) **列举法** 用列举法表示集合时，是在括弧{ }内列出元素的全体或一些有代表性的元素，各元素之间用逗号分开.

例 1 $A_1=${帽子，皮鞋，热水瓶，闹钟} 这表示 A_1 是由帽子、皮鞋等 4 个货物品种组成的集合.

例 2 差旅费 {车、船、飞机费，宿费，行李费，市内交通费，其他费用}这表示差旅费是由车费、宿费等项费用组成的集合.

例3 $N=\{1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$这表示 n 是自然数组成的集合.

注意：当我们只讨论集合是由哪些元素组成时，这{ }里元素的书写顺序及其是否重复出现是无关紧要的. 所以，

$$A=\{1,2,3\}=\{2,1,3\}=\{3,1,2\}$$
$$=\{1,1,3,2\}.$$

(2) 特性表示法　利用所要描述的集合本身所具有的特性来表示。

例 4　S是由所有整数组成的集合，可记为

$$S=\{x \mid x\text{ 系一整数}\}.$$

例 5　所有大于 0 且小于或等于 2 的实数组成的集合就是区间$(0,2]$，这在集合论中记为

$$(0,2]=\{x \mid 0<x\leqslant 2\}.$$

一般说来，集合

$$A=\{x \mid p(x)\leqslant q\}$$

表示A是由具有性质$p(x)\leqslant q$或说是由满足条件$p(x)\leqslant q$的那些元素x组成的。在这里，字母x是作为一个元素的代表而写在括号内的左方，$p(x)\leqslant q$是该元素所必备的条件而写在括号内的右方，当中用|(或:)把它们隔开。

2.3　元素与集合之间的从属关系

我们用符号

$$a\in A$$

表示a是集合A的一个元素（读作a是A的元素或a属于A)。如皮鞋属于第一批进货的品种，可写为

$$\text{皮鞋}\in A_1.$$

符号$\notin$表示$\in$的否定。因此，

$$e\notin A$$

系指e不是集合A的成分（读作e不是A的元素或e不属

于 A)。收音机不属于第一批进货的品种，可写为

$$\text{收音机} \notin A_1.$$

2.4 有限集合与无限集合

集合是由元素组成的．若一集合由有限多个元素组成，则称之为有限集合．除了前面的例 1～2 外，某城市居民的集合，人体内细胞的集合，地球上水分子的集合，甚至于太阳上氢原子的集合，都是有限集合的例子．由此可见，对有限集合来讲，是否确知这一有限数字是多少并不重要，重要的是确知有这一数字存在．

反之，若一集合由无限多个元素组成，则称为无限集合．除了前面的例 3～5 外，直线上所有点组成的集合，平面上所有圆组成的集合，都是无限集合的例子．

2.5 全集与空集

为了研究和叙述上的方便，我们把包含一切元素（即所能考虑到的具有某种性质的一切元素）的集合称为全集．如某商店全部进货品种组成的集合，大庆油田所有油井组成的集合，都是全集．全集常用 Ω 或 1 表示．

反之，不包含任何元素的集合称为空集（或零集）．如某日某商店没有进货，则由进货诸品种组成的集合就是空集．我们用 ϕ 或 0 表示空集．为了对空集有一清晰的认识，再举一个数学上的例子．

例 6　由

$$s=\{x \mid x\text{ 系整数，}x>10\text{ 且 }x<5\}$$

所定义的集合 s 就没有元素，因为不存在比 10 大却又比 5 小的整数。所以，集合 s 系空集。

但要注意：$\{x|x^2=0\}=\{0\}$ 不是空集。因为它是由一个元素 0 所组成的集合，并不空。

习　题　1

1．下列语句是否能确定一个集合(即受到严格限定的对象的汇总)：

(1) 所有活着的我国名演员的汇总。

(2) 某中学所有好学生的汇总。

(3) 某中学所有三好学生的汇总。

(4) 某纺织厂所有次品的汇总。

2．用列举法描述下列集合(其中 n 为整数)：

(1) $\{n|4<n\leqslant 10\}$

(2) $\{n|n>7\}$

(3) $\{n^2|0\leqslant n\leqslant 6\}$

(4) $\{n|-4\leqslant n\leqslant 2\}$

(5) $\{4n+5|-1\leqslant n\leqslant 5\}$

(6) $\{x|x=4n+1, 0\leqslant n\leqslant 6\}$

(7) $\{x|x=n, n^2\leqslant 9\}$

(8) $\{n^2-1|1\leqslant n\leqslant 4\}$

(9) $\{y|y=2n, n^2\leqslant 9\}$

(10) $\{z|z=3n, n^2<11\}$

(11) $\{n|32$ 除以 $n, n\geqslant 1\}$

(12) $\{n|1<n<30, n$ 系素数$\}$

(13) $\{p|p$ 系素数$, 30<p<50\}$

(14) $\{n|n^2+13<7\}$

(15) $\{i|i$ 是东北地区的一个省$\}$

3. 用集合的特性表示法来描写下列集合：

(1) 所有偶整数的集合

(2) 所有奇整数的集合

(3) 所有用 5 除余数为 2 的正整数的集合

(4) $A=\{1,2,3,4,5\}$

(5) $B=\{3,6,9,12\}$

4. 指出下列集合哪个是有限集合，哪个是无限集合：

(1) $A=\{x|x^2-7x+12=0\}$

(2) $B=\{n^2|n=1,2,3,\cdots\}$

(3) $C=\{x|x$ 是某工厂的工人$\}$

(4) $D=\{t|t$ 是地球上的水分子$\}$

§3 子　集

3.1 集合的子集

设 $A=\{2,4,5\}$, $s=\{1,2,3,4,5\}$，我们立即可以看到 A 中的每个数都在 S 中，我们便说 A 是 S 的子集，或说 S 是 A 的包集，来描述这种现象。于是有

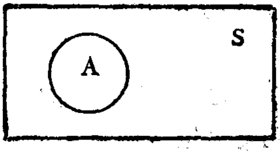

图 1·1

定义 2 设有两个集合 S 与 A。若 A 的元素都是 S 的元素，亦即能由 $x\in A$ 推出 $x\in S$ （图 1.1），便称 A 是 S 的子集(或含于 S 中)，记作

$$A\subseteq S,$$

这时亦称 S 为 A 的包集（或 S 包含 A），记作

$$S \supseteq A.$$

如果 A 不是 S 的子集，则记为

$$A \nsubseteq S.$$

在这里，用符号$\sqsubseteq$表示的关系称为包含关系，它与用符号$\in$表示的从属关系不同。前者表示的是集合之间的关系，即在$\sqsubseteq$的左右两边都是集合；而后者表示的是一个集合的元素与该集合的关系，即$\in$左边的是集合的元素，右边的是集合。两者必须严格区别开来。

我们规定空集是任何集合的子集，任一集合是其本身的子集。于是，一个集合的子集，除了包括空集与该集合本身外，应该包括它所有元素的各种组合。一般而言，含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集。

例 7　$\{1,2,3\}$的子集共有 $2^3=8$ 个，即 ϕ，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{1,2,3\}$。

3.2　集合的相等

定义 3　设有两个集合 A 与 B。如$A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，则称 A 与 B 相等。记作

$$A=B.$$

这就是说，A 的每个元素都是 B 的元素，而 B 的每个元素都是 A 的元素。两个集合相等，显然就是说它们是恒等的。不过两个恒等的集合可来自两个不同的来源，而且这两个来源乍看起来是全然迥异的。

例 8　设 $A=\{0,1,2,3\}$，B是方程式 $x^4-6x^3+11x^2-6x$

$=0$ 的根的集合．这两个集合是否相等？

解　若 $x=3$，则

$$x^4-6x^3+11x^2-6x=81-162+99-18=0$$

因而 3 是已知方程式的根．同样的计算表明 0、1、2 也是根．因为一个 4 次方程式不可能有多于 4 个的根．所以得知 $B=\{0,1,2,3\}=A$.

例 9　设 C 为 1850～1900 年间成功地登上月球的宇航员的集合，D 是第一汽车厂去年所生产的飞机的集合．这两个集合是否相等？

解　因为 C 与 D 均是空集，故 $C=D$.

定理 1　若 $A=B$ 且 $B=C$，则 $A=C$.

定理 2　若 $A\subseteq B$，则 $B\supseteq A$．反之亦成立．

理定 3　若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

这三个定理是显而易见的，故不需证明．但作为例子，证明定理 3 于下：

设 x 为 A 的任一元素，因 $A\subseteq B$，可见 x 亦是 B 的元素（定义 2）。因 $B\subseteq C$ 且 x 是 B 的元素，可见 x 也是 C 的元素．因此，由 $x\in A$ 可推知 $x\in C$，因而按定义知 A 含于 C.

在集合论中，当要证明两个集合 A 和 S 相等时，常常先证明 $A\subseteq S$，再证明 $A\supseteq S$，这就证明了 $A=S$.

3.3　真子集

定义 4　当 $A\subseteq S$ 而 $A\neq S$ 时，便称 A 是 S 的真子集，记为

$$A\subset S.$$